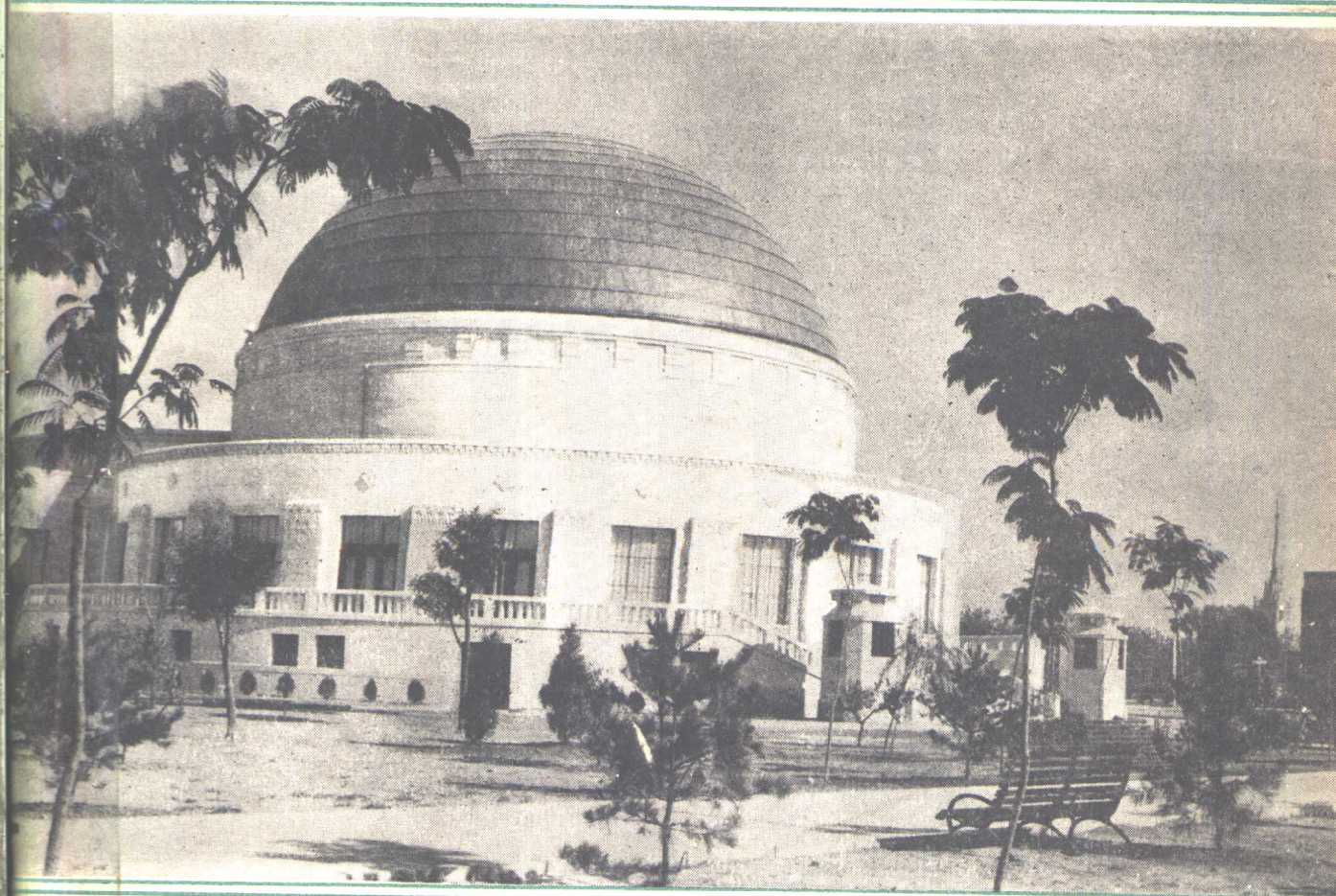


工程结构论文集

“工程建設”資料汇编



建筑工程出版社

前 言

我們收到讀者來信，要求將1958年的“工程建設”分類彙編出版。但由於人力、物力的關係，不能全部滿足讀者要求，只將工程結構部分彙編出版。

這本“工程結構論文集”中所彙編的文章，基本上是發表於1958年“工程建設”上的。但也有一部分文章選自1957年“工程建設”，因為這些文章與所選的1958年發表的文章有連續性。此外，還有幾篇未發表的文章也有一定的參考價值，所以一併彙編進去。

這本彙編中的文章，並非完全成熟。不過作為讀者學習和工作研討中的一個參考資料，還是很有價值的。

“工程建設”編輯部

1959年2月

目 录

前 言

苏联編制规范的专家对于有关规范問題的答問	何广乾 (1)
双曲扁壳的彈性理論及常曲率扁壳計算实例	刘家荣 (7)
用橫梁应力傳播法分析單层厂房鉸接排架	汪自克 (49)
对“用橫梁应力傳播法分析單层厂房鉸接排架”一文的意見	蔡方蔭 (59)
关于“用橫梁应力傳播法分析單层厂房鉸接排架”的商榷	齐志成 (64)
关于“用橫梁应力傳播法分析單层厂房鉸接排架”的討論	唐瑞森 (65)
單层鉸接排架的梁比分析法	黃貽吉 (70)
單层厂房鉸接排架之代替柱簡便分析法	王万里 (74)
用側移傳播法分析單层复杂鉸接排架	刘开国 (79)
用連續代入解法求跨变剛构之結点形变	齐志成 (86)
剪力一次分配法及其重分配	刘开国 (92)
再論剪力一次分配法及其重分配	刘开国 (115)
不規則框架的两种新解法	刘开国 (123)
預加內力鋼格子式吊車梁	陈叔陶 (125)
曲梁的設計	范江平 (129)
利用剛度变化計算鋼筋混凝土肋形樓盖的連續梁	霍富国 (133)
三边支承井字梁的解法	刘傳义 刘明秀 (138)
鋼筋混凝土井字梁塑性內力重分布的計算	黃良农 (151)
采用系数計算不等跨連續梁	李傳和 (156)
30m 跨度預应力梯形桁架	單立中 潘亞光 (161)
三角形 (浩氏) 木桁架經濟节間的探討	余傳寅 (169)
三角形 (浩氏) 木桁架节間比值 (μ) 一般公式的研討	邵隆柏 (180)
不等悬臂連續圓木檩条設計新法	查南屏 (182)

鋼筋混凝土雙肢柱計算·····	張孔修 (192)
分析框架風應力之因數法的推廣與改進·····	劉開國 (198)
簡單撓性扣件組合壓杆計算·····	蕭正源 (206)
預應力鋼筋混凝土結構的預應力計算·····	胡有特 (213)
預應力鋼筋混凝土結構設計的幾個問題·····	黃致文 (220)
鋼筋混凝土結構構件的經濟截面設計·····	盧 湛 (225)
鋼筋混凝土構件局部受壓的強度計算·····	蔡紹懷 (251)
工形截面鋼筋混凝土偏心受壓構件的簡化計算·····	范德昌 (258)
鋼筋混凝土梁板撓度控制值·····	戴祖德 (267)
船閘閘首的底板計算·····	張存寬 (274)
地震區貯水池的計算·····	張林熙 (282)
公路小橋輕型橋台設計中彈性支承梁計算公式的推導·····	王伯惠 (287)
柔式人行懸索橋的撓度和結構設計·····	唐壽同 · 唐海山 (293)
裝配式鋼筋混凝土橋 Π 形截面上部結構計算實例·····	項淳熙 (303)

苏联编制规范的专家对于有关规范问题的答问

何 广 乾

建筑工程部1957年派代表团出席在德意志民主共和国召开的国际定型设计会议，途经莫斯科时，曾顺便将一部分建筑方面国内现行规范上需要研究的问题，向苏联编制机关的专家们请教。本文系专家对所提问题的答复。

有关地震区建筑规范草案 ПСП-101-56（第二次修订本^①）的问题

地点：苏联莫斯科中央结构构造科学研究院(ЦНИИСК)

接谈人：Б. А. 倍霍夫斯基

时间：1957-5-14, 1957-6-10

谈话内容：

(一) ПСП-101-56第二次修订草案（以下简称规范草案）第2.3条及2.5条，对计算地震力时，将标准荷载乘以0.8的系数。但此一系数，原则上应根据在地震发生时，许多建筑物内实有的荷载的统计数字来确定，在缺乏足够资料时，现暂定为0.8，估计将来此系数是会降低的，甚至可能降低至0.5。

(二) 不带升高中跨或升高边跨的单层厂房可以当作一个自由度的构筑物来考虑，可按第2.6条或第2.13条的方法计算地震力。如按第2.6条计算地震力时，

$$\beta = \frac{0.9}{T}, \text{ 而 } T = 2\pi \sqrt{\frac{f_{\max}}{g}}$$

式中： $f_{\max}$ ——由于 $S_n = K_c \beta \eta Q_n$ 的水平静力所产生的挠度，其中 β, η 值可先予假定，然后再逐渐循环修正。

带有高低跨之工业单层厂房，则可按第2.13条的方法计算地震力。

(三) 一般地讲，地震力作用时建筑物所产生的振动频率愈低，其对建筑物的损害作用愈大，也就是说，地震力所产生的振动周期愈大，其对建筑物的损害作用也愈大。因此对于刚性建筑物，如振动周期小于0.3秒（第二修订本印为0.5秒，实为0.3秒之误）时，只需考虑其中最大的一个即够，但如为柔性建筑物，因振动周期较大，则应考虑三个最大的振动的周期。

(四) 烟囱周期和振动形式公式中的 $\lambda_{p1}, (C_2/C_1), (C_3/C_1)$ 值可按规范草案内的綫解图，按 $\frac{l}{r_0}$ 及 α_0 值来求得。如 $\frac{l}{r_0}$ 及 α_0 都超出图中所列之范围时，可以用外插法求得；也可根据А. И. 苏德尼岑 副博士的论文“考虑剪切变形和支座弹压缩计算变截面杆的振动”^②内的理论公式来推算。

(五) 有填充墙之框架结构在计算地震力时，一定要合并考虑墙壁嵌填体的刚度作

① ПСП-101-56草案第二次修订本經各方面提出意見后 ЦНИИСК 已作了第三次的修订，现在又在着手进行第四次的修订。本谈话内容仅就第二次修订本内容而谈的。

② А. И. Судницин “Колебания стержней переменного сечения с учетом деформаций сдвига и упругой податливости опор”。

用。当地震力假定作用在墙壁的平面方向内时，应考虑嵌填体的抗剪切变形的作用；当地震力假定作用在垂直于墙壁平面的方向上时，应考虑嵌填体的抗弯变形的作用。其具体计算方法可参阅С.В.波辽科娃著“骨架建筑中的磚砌体”^①1956。

(六) 规范草案第2.10条所推荐的简化方法与精确计算方法所得地震力的结果的确有差异，但须注意到地震对建筑物的影响是非常复杂的，事实上，精确计算本身，也很难符合实际情况。所以规范草案第2.10条所推荐的简化方法仍可采用。计算例题中 $\delta_{12} =$

$\delta_{11} + \frac{l_1 l_2}{48r_1 + 4f_1}$ 并没有错误（ δ_{kl} 的原始公式曾介绍为 $\delta_{kl} = \delta_{kk} + \frac{l_k l_{k+1}}{48r_k}$ ），因为当 $K = 1$

时， $\delta_{12} = \delta_{11} + \frac{l_1 l_2}{48r_1 + 4f_1}$ ，其导证可参阅Э.И.悉加洛夫著“多层刚架的水平振荡”^②。

(七) 磚石结构 $\beta\eta$ 乘积值的求得可参阅И.Л.卡魯英斯基著“由基土振动引起的磚石房屋的振动”^③。

规范草案第三次修订本已增加了五层磚石结构的 $\beta\eta$ 值：

层 别	房 屋 层 数				
	一 层	二 层	三 层	四 层	五 层
第 一 层	3.8	2.7	1.9	1.3 ^④	1.0
第 二 层	—	3.8	3.3	2.4	1.8
第 三 层	—	—	3.8	3.2	2.5
第 四 层	—	—	—	3.4	2.9
第 五 层	—	—	—	—	3

(八) 规范草案第2.11条提到的水平地震力是应该按墙壁及窗间墙的刚度来分配，所谓刚度，原则上是包括抵抗受弯变形及抵抗受剪变形总和的刚度。例如磚石结构一般应同时考虑这二种变形总和的刚度；只有在其中某一种变形相对的讲为甚小时，才在计算刚度中予以略去。

(九) 烟囱一类的高耸构筑物，风力虽为主要荷载之一，但考虑到风力和地震力同时作用的或然率不大，故在计算地震力所产生之力矩和剪力时，不同时考虑风荷载。

未配有纵筋之磚石烟囱，在设计时最好不使出现拉应力；允许出现拉应力时，拉应力值不应超过 R_a^0 。

(十) 规范草案中表4.1第(10)项中的单层商店、食堂、澡塘、洗衣房等建筑物，究竟应列入Ⅱ级抑Ⅲ级是值得讨论的问题。但不大的汽车库是可以列入Ⅲ级的。

(十一) 在规范草案中所指的干燥密实的土壤，可作如下的解释：粘土类土壤，当其孔隙比 $e \leq 0.5$ ，含水量不超过土的分子含水量时为密实土壤。

粗砂和中砂，当 $e < 0.55$ 时为密实土壤。

粉砂，当 $e < 0.60$ 时为密实土壤。

① С.В.Полякова “Каменная кладка в каркасных зданиях” 1956。

② Э.И.Сигалов “Горизонтальные колебания многостажные рам”。

③ И.Л.Коруинский “Вибраций каменных зданий, вызванные вибрацией грунта”, “Строительная промышленность”, №6, 1950。

④ 规范草案第二修订本上，此数值誤为1.8，实应为1.3。

砂質土壤当其含水量为2—5%时,为干燥土壤。

(十二)平面无凹角的單层房屋,在遵守规范草案第4.13、4.15条的情况下,可以不作防震縫,平面尺寸較大的單层房屋,例如長度在30m以上,当个别部分結構不同时,在七、八級地震区,也可不做防震縫。

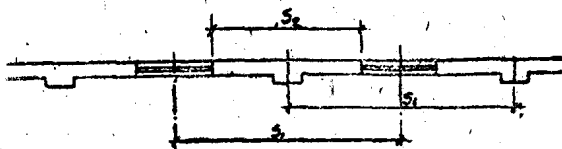
(十三)10m高的房屋,其地震縫的寬度規定为5cm:如在10m以上則每增加5m,地震縫的寬度也增加2cm。

(十四)规范草案第4.16条規定对于带壁柱的厚度,可按 $3.5r$ (r =迴轉半徑)計算。但計 r 值时,涉及T形牆断面在計算时究应采取何种寬度 S ,当壁柱有窗口时,在这里就有二个可能,一为 S_1 ,另一为 S_2 ,如考虑了窗口的削弱因素而采用了 S_2 ,則計算出来的 r 会反比不考虑窗口削弱因素而采用 S_1 所計算出来的 r 为大,这有些不合理。經与ЦНИИСК地震組及磚石組一起研究后,最后認為可取 S_1 ,并当作沒有窗口一样來計算 r

值,求得后再乘以窗口折減系数 $\sqrt{\frac{F_{\text{пр}}}{F_{\text{gp}}}}$ 。我們認為这样比較合理,他們打算今后在修正的规范中把这一条列进去。

(十五)规范草案表3.1及表4.2,在設計中应同时滿足。

(十六)全地下室的磚石牆壁,除按规范草案第4.31条考虑外,可以不考虑地震规范对地面建筑物的要求,但如为半地下室时,則仍应同时考虑。



(十七)规范草案表4.6中 $R_{\text{пр}}$ 为抗弯极限强度, R_1 为抗压极限强度。

(十八)规范草案第4.44条表4.9仅規定了建筑物外墙的轉角至門窗口的距离,至于建筑物的內墙則不受这项規定的限制。

(十九)根据苏联ЦНИИСК的意見,防震圈梁最小寬度定为25cm是不算多的,如在个别情况下欲改小,則应先全面地考虑一下樓板結構、地震烈度、房屋高度及牆的結構等問題后再予改小。

(二十)关于规范草案第4.64条,如系采用鋼筋混凝土預制梁而間距超过2m时,均应与薄牆錨固。錨固方法可自防震腰箍中伸出鋼筋来与梁錨固,如用垂直鋼筋插入磚內錨固,則不应破坏磚与磚之間的搭接,澆捣樓板的鋼筋混凝土梁可以不必錨固,但澆制梁上鋪預制樓板时則仍应錨固。

有关混凝土及鋼筋混凝土結構設計标准及规范ННТУ123-55的問題

地点:苏联莫斯科鋼筋混凝土科学研究院(НИИЖБ)

接談人:К.Э.塔里

時間:1956-6-11

談話內容:

(一)受撓、偏心受拉和大偏心距的偏心受压鋼筋混凝土构件的鋼筋最小百分率,是

根据該类构件当未予配筋时所能承受之最大力矩，偏心受拉或大偏心距的偏心受压强度来确定鋼筋用量的。对于軸心受压及小偏心距的偏心受压构件，其最小鋼筋百分率是根据一般鋼筋混凝土柱应有最小百分率来确定的。因此前者是在0.10—0.20%之間，而后者为0.50%。

(二) ННТУ123-55第113条內 ψv 的乘积，除对临时作用的荷载采用1/3外，对其他情况（例如永久荷载及重复荷载等），亦采用1/3。

(三) 預制空心楼板可以仅根据ННТУ123-55而采用150号混凝土来制作。

(四) ННТУ123-55第171条对綁扎骨架板內受力鋼筋最大間距的規定也同时适用于焊接網。

(五) ННТУ123-55第89条，当有实际的均布荷载如液体的静压力、土压力、自重等，在上部鋼筋截断处的計算中，公式(37)中的分母应取等于 $2q_x + p$ ，而計算断面規程（И-123-55 / МСПМХП）§61附注1規定为 $2(q_x + p)$ 是錯的。

(六) ННТУ123-55第134条中所規定的鋼筋混凝土结构中溫度收縮縫的間距，是根据苏联气候条件較严重的情况来确定的，如用于其他国家，还应根据所在地区的具体情况加以調整。如气候条件不严重，該条所規定的溫度收縮縫間距是可以酌予放長的。

(七) ННТУ123-55第164条第二节原文規定“將縱鋼筋焊接在橫鋼筋或箍筋上的焊接点間的距离，应不小于縱鋼筋直徑的20倍”，其中內容有誤，应修正为“將縱鋼筋……，应不大于……20倍”。

(八) ННТУ123-55第76条图11中将 Z 、 Z_0 及 Z_x 的距离尺寸綫都画至鋼筋混凝土梁上部鋼筋的作用处，这是不对的，而 Z 、 Z_0 及 Z_x 仍为按照該条文字所說明的，“分別为自受拉縱鋼筋、弯折鋼筋和箍筋的截面重心至受压区域重心的距离”，其中受压区域的范围可根据中和軸的位置来确定，而中和軸的位置則可按下列公式确定：

$$m_a R_a F_a - m_a R_a F'_a = R_n b x$$

有关鋼筋混凝土設計的其他問題

地点：苏联莫斯科建造部200号研究院(НИИ-200)

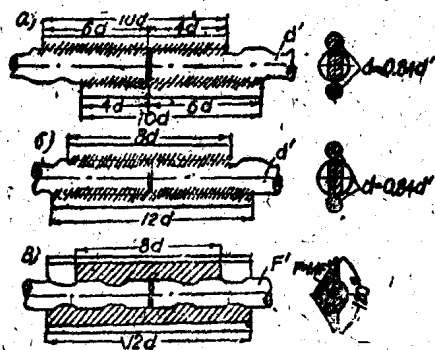
時間：1957-5-15

談話內容：

(一) 冷加工鋼筋如能符合一定的焊接規程仍可采用电弧焊接或者接触焊接，而不影响由于冷加工所增加的强度。例如冷軋鋼筋即可采用右图所示的任何一种方法来焊接。

(二) 預应力鋼筋混凝土吊車梁所用之預应力鋼筋是毋須由于往复荷重或冲击荷重而降低其計算应力。

(三) 根据該院的意見，如Ст.5号鋼筋冷拉后屈服台阶甚小，而其斷裂时延伸率仍合乎标准，則仍可作为軟鋼，并可用于預应力构件。



**有关沉陷性大孔土上房屋和工业建筑物的设计与建筑标准及
技术规范 ННТУ 137-56及房屋和工业建筑物天然地基
设计标准及技术规范 ННТУ 127-55等的問題**

地 点：苏联莫斯科地基及地下构筑物研究院 (НИИ-100)

接談人：Ю.М.阿別列夫教授等

时 間：1957-6-13

談話內容：

(一)粘土类大孔土的相对沉陷值 δ_{np} 应按 ННТУ 137-56 公式(1)計算: $\delta_{np} = \frac{h-h'}{h}$,

而建筑法規第二卷 第二篇第二章第二节第六条所列的公式 $\delta_{np} = \frac{h-h'}{h_0}$ 是不对的。

(二)根据阿別列夫教授的意見, 在計算沉陷性大孔土的沉陷量时, 可以不考虑浸入水含盐濃度的影响。因浸入水的含盐对浸入沉陷的影响不大, 只占浸入水总沉陷量的 3—11%。事实上造成沉陷的因素甚多, 而浸水沉陷为主要的因素, 我們在設計中只考虑此主要的因素即可。

(三)关于重心很高的建筑物, 例如烟囱、水塔等如不用重錘夯实, 可否仅賴散水坡来防水問題。阿別列夫教授認為这类构筑物的沉陷或傾側的主要原因往往不是由于地表面的水浸入所致, 而常由于水管漏水、透平漏水等。如予重錘夯实而改变了基础下沉陷性大孔土的性质后, 即可不因这些原因而造成沉陷或傾側。至于散水坡, 其作用仅能防止地表面水的浸入, 对于上述情况, 便无法顧及。因此仅賴散水坡而不用重錘夯实是很不可靠的。

(四) ННТУ 137-56 第20条 6 項規定 “与电力系统联系的容量超过一万瓩的发电厂的主要房屋及不与电力系统联系容量超过一千瓩的主要厂房” 应消除三級大孔土的沉陷性质; 这是因为与电力系统联系的发电厂主厂房, 万一因大孔土沉陷关系而影响发电时, 尚可由电力系统中其他发电厂供电, 不致影响生产, 故規定一万瓩以上的发电厂主要厂房才要求消除三級大孔土的沉陷性质。但是对于不与电力系统联系的发电厂主要厂房, 由于万一因大孔土沉陷而影响发电, 即要直接影响生产, 因此規定超过一千瓩的发电厂主要厂房即应消除三級大孔土的沉陷性质。

(五) ННТУ 137-56 第41条, 对无組織排水房屋散水坡寬度, 当房屋高度超过 8m 时, 是随着房屋高度的增加而加大。这是因为急雨时, 屋面流出的水會按拋物綫泻出屋面, 为了不使泻出的雨水着地时冲刷土壤, 造成沟渠和积水, 因此散水坡寬度必須随着房屋高度的加高而放寬。至于散水坡的做法, 可将土壤耙松 15cm, 和以能吸水的材料例如碎磚等, 再加以夯实即可 (三人夯打, 夯五圈), 不必一定做混凝土的或瀝青的散水坡。另一做法可将土壤耙松 15cm 即行素土夯实, 上鋪磚一层, 磚縫用粘土浆灌縫即可。

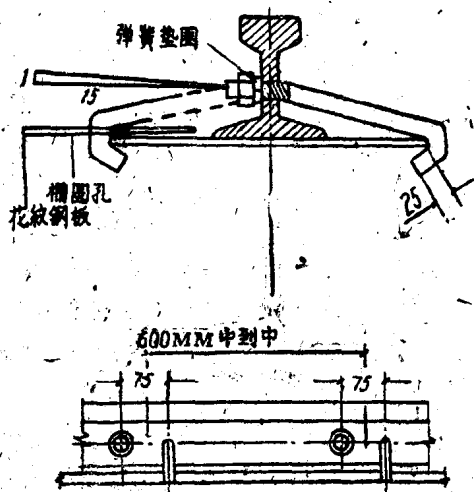
(六) ННТУ 137-56 第87条規定在沉陷量达 100cm 的 III 級沉陷性大孔土上, 建筑三至五层房屋时, 应采用 100 号磚和 50 号砂浆。这一規定是完全結合苏联的施工条件而制訂的, 如中国施工 (指砌磚) 質量較好, 可以采用 75 号磚和 25 号砂浆。

(七)在地震区, 如磚石及混合結構已有抗震圈梁时, 即可以利用它們同时作为抗大

孔土沉陷的圈梁，毋須另加鋼筋。

(八) ННТУ 137-56 第90条規定“建筑在Ⅲ級沉陷性土层上非骨架的磚砌房屋，为了保証其空間的剛性及穩定性，必須設置房屋的全部寬度範圍內的橫牆，其間隔不稀于 $1.5b$ (b 即房屋寬度)”，这条仅适用于一般居住建筑，并不适用于其他不用骨架的磚砌食堂、剧院等建筑物。其理由为居住建筑用水較多，漏水的机会也多，故做此規定。

(九) 根据 ННТУ 137-56 第100条，吊車梁与軌道联結，应具有保証調整軌道迅速的結構。对于軌道橫向調整位置，应采用左图的方法，以便橫向調整。



(十) ННТУ 137-56 第101条規定“不論沉陷性土层的等級如何，磚石房屋門窗洞口上的过梁，在跨度大于 1 m 时，应采用鋼筋混凝土制的”，阿別列夫教授同意此条可根据实践結果而酌予放寬。

(十一) ННТУ 137-56 第126条內在被压实的地基 1 m^2 上土樁断面面积 ϱ 的公式有誤，应修正为下列形式：

$$\varrho = \frac{(\varepsilon_m)_{\max}}{1 + \varepsilon_0}$$

(十二) ННТУ 137-56 第127条內公式(7)，原文有誤，应修正为：

$$F_0 = 1.2a(b + 0.2a)$$

(十三) ННТУ 137-56 第153条規定要夯入不小于 5 cm 厚具有吸水性能的碎石层，其目的一方面为帮助重錘夯得更为結实一点，另一方面具有吸水性的碎石层可以吸去一部分的水分，以减少其对沉陷性大孔土的影响。具有吸水性的碎石可为碎石灰石或碎磚等。

(十四) ННТУ 137-56 第160条規定夯錘最好利用装有摩擦絞車的吊車或打樁机，是因为装有摩擦絞車的比装有齒輪絞車的能使夯錘下落得更为快些，也就是說可以給予更大的夯击力。

(十五) ННТУ 127-55 第46条內 a 值的采用如下：

1) 当为中心荷載而采用公式(8)时， a 为矩形基础底面的短边長度(m)。

2) 当为偏心荷載而采用公式(9)时， a 取等于外力合力作用点至基础最邻近邊緣距离的二倍。公式(10)中 P 值为地基土上的平均压力，此时在基础邊緣形成的塑性变形假想区域的尺寸，接近基础底面寬度 a 的 $1/4$ 。

(十六) ННТУ 127-55 第47条的 P 值，原文为“按第45条及第46条求出的基础底面下土的平均压力”，应体会为“ P 为基础下土壤的計算压力，但如为矩形基础而其短边尺寸大于 3 m 时， P 值不应超过按第45条和第46条求出的基础底面下土的平均压力”。

(十七) 在擋土牆設計中，如牆后的填土系利用就地的扰动土，原則上应取夯实后的扰动土，求出 c 、 φ 值后再計算擋土牆所承受的土压力；如計算时仅有該地未扰动土的 c 、 φ 值时，建議采用未扰动土的 c 及 $1/2\varphi$ 值作为計算擋土牆所承受土压力的計算数值。

(原載总第88期)

双曲扁壳的弹性理论及常曲率扁壳计算实例

刘家荣

本文主要是较详细地叙述双曲扁壳的弹性理论及局部稳定问题, 列出内力、位移及临界力的实用公式。并介绍一 $12 \times 18m$ 的双曲扁壳之计算实例及其主要配筋构造。希望批评指正。

一、双曲扁壳弹性理论之基本方程式

在建立双曲扁壳之基本方程式时, 我们采取如下假设:

- (1) 材料为弹性连续, 各向同性;
- (2) 壳体厚度 h 较之其他尺寸远为微小;
- (3) 壳体中垂直于中曲面之法线, 于变形后仍为中曲面之法线;
- (4) 壳体法向位移 w 较壳厚为小;
- (5) 当壳体最大矢高小于短边长之 $1/5$ 时, 可略去高斯曲率 $K^{(1)}$ 。

其中(1)、(2)、(3)、(4)项为一般薄壳弹性理论所应遵循之假设, (5)项则由苏联 B.3. 符拉索夫(Власов)教授建议, 应用于具有高斯曲率之双曲度常曲率或变曲率扁壳中。这些假设的意义将在下面分别叙述。

在薄壳的应力分析及形变分析中, 为了便于研究, 一般均不采用笛卡尔直角坐标, 而以曲线正交坐标 α, β, γ 表示(图1)⁽²⁾。 α, β 为沿中曲面曲率方向的坐标线, γ 则与中曲面法线方向 Z 重合。此外, 为了简化基本方程式的导证, 我们将 α, β 线取中曲面之主曲率方向, 即令扭曲率 $t=0$ 。

壳体任意点在空间中之位置, 可用此点对于某固定点 O 的向径决定。图2示壳体中曲面之二邻点 P 及 Q 。 P 点之坐标为 α, β 。 Q 点之坐标为 $\alpha+d\alpha, \beta+d\beta$ 。它们可分别以向径 R 及 $R+dR$ 决定。由于向径 R 系曲线坐标 α 及 β 之函数, 故得:

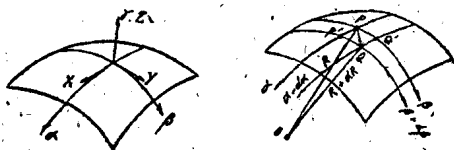


图 1

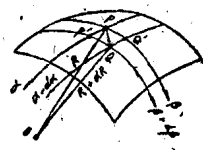


图 2

$$dR = \frac{\partial R}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial R}{\partial \beta} d\beta \quad (1.1)$$

当 $Q \rightarrow P$, 连接此二点之中曲面弧长 ds 等于向量 dR 之模(即 $|dR|$)。而弧长之平方公式为:

$$\begin{aligned} ds^2 = |dR|^2 &= dR \times dR = \frac{\partial R}{\partial \alpha} \frac{\partial R}{\partial \alpha} d\alpha^2 + 2 \frac{\partial R}{\partial \alpha} \frac{\partial R}{\partial \beta} d\alpha d\beta + \frac{\partial R}{\partial \beta} \frac{\partial R}{\partial \beta} d\beta^2 \\ &= A^2 d\alpha^2 + 2AB d\alpha d\beta + B^2 d\beta^2 \end{aligned} \quad (1.2)$$

式中, A 及 B 为中曲面第一、二次式系数, 且

$$A^2 = \left(\frac{\partial R}{\partial \alpha} \right)^2, \quad B^2 = \left(\frac{\partial R}{\partial \beta} \right)^2 \quad (1.3)$$

曲线坐标正交的必要和充分条件是: 使表达式 ds^2 仅含有微分的平方项。因此 (1.2) 可写为:

$$ds^2 = A^2 d\alpha^2 + B^2 d\beta^2 \quad (1.4)$$

当 $\alpha = \text{常数}$, $d\alpha = 0$, 则从 (1.4) 得:

$$(dR)_\beta = Bd\beta$$

如此, 图2之中曲面弧长 PP' 可表为:

$$(ds)_\beta = Bd\beta \quad (1.5)$$

同理, 当 $\beta = \text{常数}$, 得中曲面弧长 PQ' 为:

$$(ds)_\alpha = Ad\alpha \quad (1.6)$$

图3示一壳体微圆体, 它的边界为 $\alpha = \text{常数}$, $\alpha + d\alpha = \text{常数}$, $\beta = \text{常数}$, $\beta + d\beta = \text{常数}$ 及 $\gamma = \pm \frac{h}{2}$ 。根据 (1.5) 及 (1.6) 知, 在 $\alpha = \text{常数}$ 处侧面长等于 $Bd\beta$; 在 $\beta = \text{常数}$ 处侧面

长等于 $Ad\alpha$ 。令 R_1, R_2 为主曲率半径, 从图3可直接看出 $d\varphi_1 = \frac{Ad\alpha}{R_1}$, $d\varphi_2 = \frac{Bd\beta}{R_2}$ 。

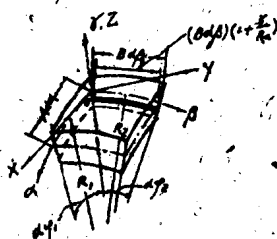


图3

因此离中曲面 γ 处之元素弧长应分别为:

$$\left. \begin{aligned} \frac{(R_1 + \gamma)Ad\alpha}{R_1} &= \left(1 + \frac{\gamma}{R_1} \right) Ad\alpha \\ \frac{(R_2 + \gamma)Bd\beta}{R_2} &= \left(1 + \frac{\gamma}{R_2} \right) Bd\beta \end{aligned} \right\} \quad (1.7)$$

壳体的内力、位移分量及外力分量正号方向均示于图4。其中:

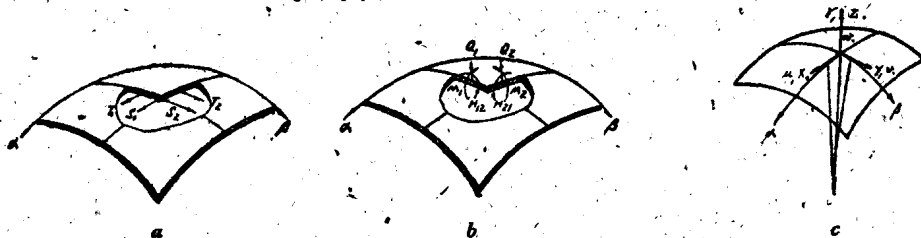


图4

T_1, T_2 分别为 α, β 方向截面的法向力;

S_1, S_2 分别为 α, β 方向截面的剪力;

M_1, M_2 分别为 α, β 方向截面上的弯曲力矩;

Q_1, Q_2 分别为 α, β 方向截面沿 γ 方向的剪力;

H_{12}, H_{21} 分别为 α, β 方向截面上的扭转力矩;

u, v, w 分别为沿 α, β, γ 切线方向的位移分量;

X, Y, Z 分别为沿 α, β, γ 切线方向的外力分量。

以 $\sigma_\alpha, \sigma_\beta, \tau_{\alpha\beta}, \tau_{\beta\alpha}, \tau_{\alpha\gamma}, \tau_{\beta\gamma}$ 表示微圆体单位面积之应力, 则可得下列内力与应

力之关系式:

$$\left. \begin{aligned}
 T_1 &= \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma_\alpha \left(1 + \frac{\gamma}{R_2} \right) d\gamma, \\
 T_2 &= \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma_\beta \left(1 + \frac{\gamma}{R_1} \right) d\gamma, \\
 S_1 &= \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \tau_{\alpha\beta} \left(1 + \frac{\gamma}{R_2} \right) d\gamma, \\
 S_2 &= \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \tau_{\beta\alpha} \left(1 + \frac{\gamma}{R_1} \right) d\gamma, \\
 Q_1 &= \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \tau_{\alpha\gamma} \left(1 + \frac{\gamma}{R_2} \right) d\gamma, \\
 Q_2 &= \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \tau_{\beta\gamma} \left(1 + \frac{\gamma}{R_1} \right) d\gamma, \\
 M_1 &= - \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma_\alpha \left(1 + \frac{\gamma}{R_2} \right) \gamma d\gamma, \\
 M_2 &= - \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma_\beta \left(1 + \frac{\gamma}{R_1} \right) \gamma d\gamma, \\
 H_{12} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \tau_{\alpha\beta} \left(1 + \frac{\gamma}{R_2} \right) \gamma d\gamma, \\
 H_{21} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \tau_{\beta\alpha} \left(1 + \frac{\gamma}{R_1} \right) \gamma d\gamma.
 \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

从上式可以看出, S_1 在一般情况下并不等于 S_2 , 因为 R_1 并不一定等于 R_2 ; 同样, H_{12} 与 H_{21} 在一般情况下亦不互等。若引入假设(2), 由于 h 远较 R_1 、 R_2 为微小, 故 γ/R_1 及 γ/R_2 项在 $\left(1 + \frac{\gamma}{R_1} \right)$ 和 $\left(1 + \frac{\gamma}{R_2} \right)$ 中可略而不计。如此则得:

$$S_1 = S_2 = S, \quad H_{12} = H_{21} = H \quad (1.9)$$

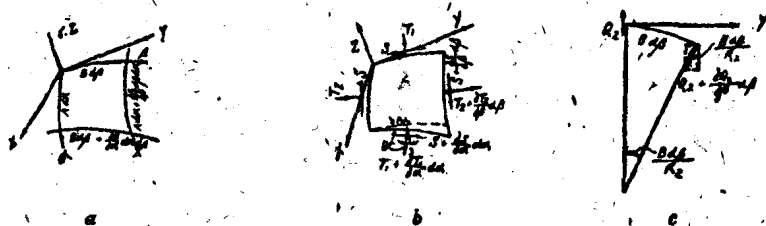


图 5

图 5 a 示壳体微元体中曲面之周边长; 图 5 b 示作用于中曲面平面内之内力 T_1 、 T_2 、 S

及其增量。由于 θ_α 角很小, 故 $\theta_\alpha = \frac{A d\alpha + \frac{\partial A}{\partial \beta} d\beta d\alpha - A d\alpha}{B d\beta + \frac{\partial B}{\partial \alpha} d\alpha d\beta} = \frac{\frac{\partial A}{\partial \beta} d\beta d\alpha}{B d\beta + \frac{\partial B}{\partial \alpha} d\alpha d\beta}$;

图 5 示 Q_2 在 Y 方向之分量。

据此即得在 X 方向之静力平衡式为:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} (BT_1) - T_2 \frac{\partial B}{\partial \alpha} + \frac{\partial}{\partial \beta} (AS) + S \frac{\partial A}{\partial \beta} + AB \frac{Q_1}{R_1} + ABX = 0 \quad (1.10)$$

在 Y 方向之静力平衡式为:

$$\frac{\partial}{\partial \beta} (AT_2) - T_1 \frac{\partial A}{\partial \beta} + \frac{\partial}{\partial \alpha} (BS) + S \frac{\partial B}{\partial \alpha} + AB \frac{Q_2}{R_2} + ABY = 0 \quad (1.11)$$

在 γ 方向之静力平衡式为:

$$-\left(\frac{T_1}{R_1} + \frac{T_2}{R_2}\right) + \frac{1}{AB} \left[\frac{\partial}{\partial \alpha} (BQ_1) + \frac{\partial}{\partial \beta} (AQ_2) \right] + Z = 0 \quad (1.12)$$

根据图 6, 考虑绕 X 轴之力矩为 0, 得:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} (BH) + H \frac{\partial B}{\partial \alpha} - \frac{\partial}{\partial \beta} (AM_2) + M_1 \frac{\partial A}{\partial \beta} - ABQ_2 = 0 \quad (1.13)$$

考虑绕 Y 轴之力矩为 0, 得:

$$\frac{\partial}{\partial \beta} (AH) + H \frac{\partial A}{\partial \beta} - \frac{\partial}{\partial \alpha} (BM_1) + M_2 \frac{\partial B}{\partial \alpha} - ABQ_1 = 0 \quad (1.14)$$

在研究壳体的应变分析前, 先导证任意微元体在正交曲线坐标 α, β, γ 上的应变分量表达式。

已知决定微元体在空间位置之向径 R 系 α, β, γ 之函数。故得:

$$dR = \frac{\partial R}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial R}{\partial \beta} d\beta + \frac{\partial R}{\partial \gamma} d\gamma \quad (1.15)$$

引入拉梅系数

$$H_1 = \frac{\partial R}{\partial \alpha}, H_2 = \frac{\partial R}{\partial \beta}, H_3 = \frac{\partial R}{\partial \gamma} \quad (1.16)$$

则上式可化为:

$$dR = H_1 d\alpha + H_2 d\beta + H_3 d\gamma \quad (1.17)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{当 } \beta = \text{常数}, \gamma = \text{常数}, (dR)_\alpha &= H_1 d\alpha \\ \text{当 } \alpha = \text{常数}, \beta = \text{常数}, (dR)_\gamma &= H_3 d\gamma \\ \text{当 } \alpha = \text{常数}, \gamma = \text{常数}, (dR)_\beta &= H_2 d\beta \end{aligned} \right\} \quad (1.18)$$

图 7 示一位于正交曲线坐标 α, β, γ 之微元体, 根据 (1.18), 知其沿座标线方向之边长分别为 $H_1 d\alpha, H_2 d\beta$ 及 $H_3 d\gamma$ 。

由于 $MM_1 = H_1 d\alpha, MM_3 = H_3 d\gamma, M_3 N_2 = \left(H_1 + \frac{\partial H_1}{\partial \gamma} d\gamma\right) d\alpha$, 得:

$$\left. \begin{aligned} d\varphi_{3\alpha} &= \frac{M_3 N_2 - MM_1}{MM_3} \\ &= \frac{H_1 d\alpha + \frac{\partial H_1}{\partial \gamma} d\gamma d\alpha - H_1 d\alpha}{H_3 d\gamma} \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{H_3} \frac{\partial H_1}{\partial \gamma} d\alpha \\
d\varphi_{3\beta} &= \frac{1}{H_3} \frac{\partial H_2}{\partial \gamma} d\beta \\
d\varphi_{1\beta} &= \frac{1}{H_1} \frac{\partial H_2}{\partial \alpha} d\beta \\
d\varphi_{1\gamma} &= \frac{1}{H_1} \frac{\partial H_3}{\partial \alpha} d\gamma \\
d\varphi_{2\gamma} &= \frac{1}{H_2} \frac{\partial H_3}{\partial \beta} d\gamma \\
d\varphi_{2\alpha} &= \frac{1}{H_2} \frac{\partial H_1}{\partial \beta} d\alpha
\end{aligned} \quad (1.19)$$

將(1.19)分別除以相應之邊長 $H_1 d\alpha$ 、 $H_2 d\beta$ 、 $H_3 d\gamma$ 。則得：

$$\begin{aligned}
k_{3\alpha} &= \frac{1}{H_1 H_3} \frac{\partial H_1}{\partial \gamma} \\
k_{3\beta} &= \frac{1}{H_2 H_3} \frac{\partial H_2}{\partial \gamma} \\
k_{1\beta} &= \frac{1}{H_1 H_2} \frac{\partial H_2}{\partial \alpha} \\
k_{1\gamma} &= \frac{1}{H_1 H_3} \frac{\partial H_3}{\partial \alpha} \\
k_{2\gamma} &= \frac{1}{H_2 H_3} \frac{\partial H_3}{\partial \beta} \\
k_{2\alpha} &= \frac{1}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial \beta}
\end{aligned} \quad (1.20)$$

以 u' 、 v' 、 w' 分別表示沿 α 、 β 、 γ 切綫方向之位移分量(u' 、 v' 、 w' 均為 α 、 β 、 γ 之函數)，則可求得微元體各邊之伸縮形變分量。例如， MM_1 邊 $e_{\alpha\alpha}$ 之形變分量系由下列三部分組成：

$$e'_{\alpha\alpha} = \frac{\partial u'}{\partial \alpha}, \quad e''_{\alpha\alpha} = k_{2\alpha} v', \quad e'''_{\alpha\alpha} = k_{3\alpha} w' \quad (1.21)$$

將(1.20)之 $k_{2\alpha}$ 和 $k_{3\alpha}$ 值代入(1.21)并疊加之，得：

$$e_{\alpha\alpha} = \frac{1}{H_1} \frac{\partial u'}{\partial \alpha} + \frac{1}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial \beta} v' + \frac{1}{H_1 H_3} \frac{\partial H_1}{\partial \gamma} w' \quad (1.22)$$

同理可得：

$$\begin{aligned}
e_{\beta\beta} &= \frac{1}{H_2} \frac{\partial v'}{\partial \beta} + \frac{1}{H_2 H_3} \frac{\partial H_2}{\partial \gamma} w' + \frac{1}{H_1 H_2} \frac{\partial H_2}{\partial \alpha} u' \\
e_{\gamma\gamma} &= \frac{1}{H_3} \frac{\partial w'}{\partial \gamma} + \frac{1}{H_3 H_1} \frac{\partial H_3}{\partial \alpha} u' + \frac{1}{H_3 H_2} \frac{\partial H_3}{\partial \beta} v'
\end{aligned} \quad (1.22)'$$

考慮微元體各邊在 $\alpha\beta$ 、 $\alpha\gamma$ 、 $\beta\gamma$ 平面內之角變，即得剪切形變分量。例如在 $\alpha\beta$ 平面內，

MM_1 之角變為：

$$\left. \begin{aligned} e'_{\alpha\beta} &= \frac{\partial u'}{H_2 \partial \beta} - k_{1\beta} v' \\ e''_{\alpha\beta} &= \frac{\partial v'}{H_1 \partial \alpha} - k_{2\alpha} u' \end{aligned} \right\} \quad (1.23)$$

将(1.20)之 $k_{1\beta}$ 和 $k_{2\alpha}$ 值代入(1.23)并叠加之, 得:

$$e_{\alpha\beta} = \frac{1}{H_2} \frac{\partial u'}{\partial \beta} - \frac{1}{H_1 H_2} \frac{\partial H_2}{\partial \alpha} v' + \frac{1}{H_1} \frac{\partial v'}{\partial \alpha} - \frac{1}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial \beta} u' \quad (1.24)$$

上式尚可简化为:

$$\left. \begin{aligned} e_{\alpha\beta} &= \frac{H_2}{H_1} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{1}{H_2} v' \right) + \frac{H_1}{H_2} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{1}{H_1} u' \right) \\ e_{\beta\gamma} &= \frac{H_3}{H_2} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{1}{H_3} w' \right) + \frac{H_2}{H_3} \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(\frac{1}{H_2} v' \right) \\ e_{\gamma\alpha} &= \frac{H_1}{H_3} \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(\frac{1}{H_1} u' \right) + \frac{H_3}{H_1} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{1}{H_3} w' \right) \end{aligned} \right\} \quad (1.24)'$$

同理可得:

在壳体中, 拉梅系数值为:

$$H_1 = A(1 + k_1 \gamma), \quad H_2 = B(1 + k_2 \gamma), \quad H_3 = 1 \quad (1.25)$$

以 u, v, w 表示曲面之位移分量。根据假设(2), 壳体 $e_{\gamma\gamma}$ 值很小, 可略而不计, 故:

$$w' = w(\alpha, \beta) \quad (1.26)$$

假设(3)允许剪切形变分量 $e_{\alpha\gamma} = e_{\beta\gamma} = 0$, 故(1.24)化为:

$$\left. \begin{aligned} e_{\alpha\gamma} = 0 &= H_1 \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(\frac{1}{H_1} u' \right) + \frac{1}{H_1} \frac{\partial}{\partial \alpha} w \\ e_{\beta\gamma} = 0 &= H_2 \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(\frac{1}{H_2} v' \right) + \frac{1}{H_2} \frac{\partial}{\partial \beta} w \end{aligned} \right\} \quad (1.27)$$

将(1.25)代入上式, 并乘以 $d\gamma$ 得:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \gamma} \left[\frac{1}{A(1+k_1\gamma)} u' \right] d\gamma + \frac{d\gamma}{A^2(1+k_1\gamma)^2} \frac{\partial w}{\partial \alpha} &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial \gamma} \left[\frac{1}{B(1+k_2\gamma)} v' \right] d\gamma + \frac{d\gamma}{B^2(1+k_2\gamma)^2} \frac{\partial w}{\partial \beta} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.28)$$

从(1.28)在0到 γ 区域内积分得:

$$\left. \begin{aligned} u' &= u + \gamma \left(k_1 u - \frac{1}{A} \frac{\partial w}{\partial \alpha} \right) \\ v' &= v + \gamma \left(k_2 v - \frac{1}{B} \frac{\partial w}{\partial \beta} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1.29)$$

将(1.29)代入(1.22)之前二式及(1.24)之第一式, 并注意根据假设(2), 可在 $(1 + k_1 \gamma)$ 及 $(1 + k_2 \gamma)$ 项中略去 $k_1 \gamma$ 及 $k_2 \gamma$ 值。得:

$$\left. \begin{aligned} e_{\alpha\alpha} &= \left(\frac{1}{A} \frac{\partial u}{\partial \alpha} + \frac{v}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta} + k_1 w \right) + \gamma \left[\frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(k_1 u - \frac{1}{A} \frac{\partial w}{\partial \alpha} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta} \left(k_1 v - \frac{1}{B} \frac{\partial w}{\partial \beta} \right) \right] \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 e_{\beta\beta} &= \left(\frac{1}{B} \frac{\partial v}{\partial \beta} + \frac{u}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha} + k_2 w \right) + \gamma \left[\frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(k_2 v - \frac{1}{B} \frac{\partial w}{\partial \beta} \right) + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \left(k_1 u - \frac{1}{A} \frac{\partial w}{\partial \alpha} \right) \right] \\
 e_{\alpha\beta} &= \left[\frac{B}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{v}{B} \right) + \frac{A}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{u}{A} \right) \right] + \gamma \left[\frac{B}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{k_2 v}{B} - \frac{1}{B^2} \frac{\partial w}{\partial \beta} \right) + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{A}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{k_1 u}{A} - \frac{1}{A^2} \frac{\partial w}{\partial \alpha} \right) \right]
 \end{aligned} \quad (1.30)$$

公式(1.30)可写为:

$$e_{\alpha\alpha} = \varepsilon_1 + \gamma \chi_1, \quad e_{\beta\beta} = \varepsilon_2 + \gamma \chi_2, \quad e_{\alpha\beta} = \omega + 2\gamma \tau \quad (1.31)$$

其中:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_1 &= \frac{1}{A} \frac{\partial u}{\partial \alpha} + \frac{v}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta} + k_1 w \\
 \varepsilon_2 &= \frac{1}{B} \frac{\partial v}{\partial \beta} + \frac{u}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha} + k_2 w \\
 \omega &= \frac{B}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{v}{B} \right) + \frac{A}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{u}{A} \right) \\
 \chi_1 &= \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(k_1 u - \frac{1}{A} \frac{\partial w}{\partial \alpha} \right) + \frac{1}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta} \left(k_2 v - \frac{1}{B} \frac{\partial w}{\partial \beta} \right) \\
 \chi_2 &= \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(k_2 v - \frac{1}{B} \frac{\partial w}{\partial \beta} \right) + \frac{1}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \left(k_1 u - \frac{1}{A} \frac{\partial w}{\partial \alpha} \right) \\
 \tau &= \frac{1}{2} \frac{B}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{k_2 v}{B} - \frac{1}{B^2} \frac{\partial w}{\partial \beta} \right) + \frac{A}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{k_1 u}{A} - \frac{1}{A^2} \frac{\partial w}{\partial \alpha} \right)
 \end{aligned} \quad (1.32)$$

在上式中, $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \omega$ 的物理意义可解释为中曲面之形变分量; χ_1, χ_2, τ 则为中曲面之曲率变化。根据苏联工业建筑中央科学研究所的实验和理论研究证明, 在 χ_1, χ_2 及 τ 之表达式中, 含有乘数 k_1, k_2 和这些值的偏导数项可略不计⁽¹⁾。

经简化后, (1.32) 可写为:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_1 &= \frac{1}{A} \frac{\partial u}{\partial \alpha} + \frac{v}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta} + k_1 w \\
 \varepsilon_2 &= \frac{1}{B} \frac{\partial v}{\partial \beta} + \frac{u}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha} + k_2 w \\
 \omega &= \frac{B}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{v}{B} \right) + \frac{A}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{u}{A} \right) \\
 \chi_1 &= -\frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{1}{A} \frac{\partial w}{\partial \alpha} \right) - \frac{1}{AB^2} \frac{\partial A}{\partial \beta} \frac{\partial w}{\partial \beta} \\
 \chi_2 &= -\frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{1}{B} \frac{\partial w}{\partial \beta} \right) - \frac{1}{A^2 B} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \frac{\partial w}{\partial \alpha} \\
 \tau &= -\frac{1}{AB} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta} - \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial \beta} \frac{\partial w}{\partial \alpha} - \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \frac{\partial w}{\partial \beta} \right)
 \end{aligned} \quad (1.33)$$