



数字广播电视技术文选

李 栋 主编

北
广
理
工
科
文
集

数字广播电视技术文选

李 栋 主编

北京广播学院出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

数字广播电视技术文选 / 李栋主编. — 北京: 北京广播学院出版社, 2004. 8

(北广理工科文集)

ISBN 7-81085-349-X

I. 数… II. 李… III. ①数字广播系统-文集-汉、英②数字电视-文集-汉、英
IV. ①TN934.3-53②TN949.197-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 086071 号

数字广播电视技术文选

主 编 李 栋

责任编辑 赵 欣

封面设计 源大设计工作室

出版发行 北京广播学院出版社

社 址 北京市朝阳区定福庄东街 1 号 邮编 100024

电 话 010-65450532 65450528 传真 010-65779405

网 址 <http://www.cbbip.com>

经 销 新华书店总店北京发行所

印 刷 北京市梦宇印务有限公司

开 本 787 × 1092 毫米 1/16

印 张 24.75

版 次 2004 年 8 月第 1 版 2004 年 8 月第 1 次印刷

ISBN 7-81085-349-X/N · 176

定价: 48.00 元

版权所有 翻印必究 印装错误 负责调换

北
广
理
工
科
文
集

编
委
公

主 任 苏志武

编 委 (以姓氏笔画为序)
车 晴 石民勇 吕 锐 李 栋
李鉴增 高福安 速贵祯

前 言

2004年9月，北京广播学院迎来建校50周年。

经过50年的风雨洗礼和广院师生的奋斗拼搏，北京广播学院已经形成了鲜明的办学特色和学科实力。一代代广院人的不懈努力，铸就了广播学院今日的辉煌。北京广播学院已经发展成为一所多学科协调发展的国家“211工程”重点建设大学，成为广播电视行业高层次人才培养基地、科学研究中心和继续教育基地。

50年来，理工学科的老教师们辛勤耕耘，教书育人，教学和科研工作取得了长足的进步和发展：在学科建设方面，目前已经设有1个博士后流动站（信息与通信工程）、2个博士点专业（通信与信息系统、电磁场与微波技术）、5个硕士点专业、1个工程硕士点专业和10多个本科专业；在科学研究方面，获得了数十项省部级以上奖项和国家广电总局高校科研奖项，完成过相当数量的高水平科研项目，在数字广播、调频同步广播等技术领域处于国内领先的地位，在国内外学术刊物和学术会议上，发表过一大批高质量的学术论文。

为纪念建校50周年，全面反映和记录我校理工科各院系在科研工作方面所取得的成果，我们组织编辑了三部文集。本书是我校专家、学者近年来发表的关于数字广播电视技术的部分论文。本论文集按照内容粗略地分为数字技术基础、数字音频技术、数字视频技术和其他四个部分。

因时间紧迫，还有些学术水平较高的论文没有收入到文集中，写作水平不尽相同，个别文章结构、行文尚有不当之处，敬请见谅。

《北广理工科文集》编委会

2004年8月

目 录

● 数字技术基础

- 1 模拟信号的数字化 / 李 栋
- 7 信道编码和网格编码调制 (第一讲) / 韦博荣
- 13 信道编码和网格编码调制 (第二讲) / 韦博荣
- 16 信道编码和网格编码调制 (第三讲) / 韦博荣
- 20 信道编码和网格编码调制 (第四讲) / 韦博荣
- 25 信道编码和网格编码调制 (第五讲) / 韦博荣
- 29 信道编码和网格编码调制 (第六讲) / 韦博荣

● 数字音频技术

- 33 关于 MPEG 的音频标准 / 李 栋
- 40 MPEG-4 音频编码标准 / 李 栋
- 51 DAB 是能力强的数字多媒体广播 / 李 栋
- 60 关于 DAB 若干问题的探讨 / 李 栋
- 68 DRM 系统的关键技术——信源编码方法 / 李林等
- 72 DRM 接收机技术 / 李 栋
- 77 DAB 与数字 AM 比较 / 李 栋
- 80 DRM 系统答疑 (第一讲) / 李 栋
- 83 DRM 系统答疑 (第二讲) / 李 栋
- 87 DRM 系统答疑 (第三讲) / 李 栋
- 91 DRM 系统答疑 (第四讲) / 李 栋
- 93 DRM——先进技术与实施问题 / 李 栋
- 97 人头传输函数在双耳信号合成中的应用 / 陈小平
- 101 数字音频工作站 / 胡 泽
- 124 数字音频接口标准及数字音频设备间的数字信号连接 / 朱 伟
- 136 数字音频技术在广播电视中的应用 / 胡 泽
- 147 MPEG-2 多声道环绕声系统 / 赵新梅等
- 162 AC-3 多声道环绕声系统 / 赵新梅等

173 多声道数字音频系统的编码及应用 / 胡 泽

181 相干声学编码系统 / 胡 泽

● 数字视频技术

194 SDTV 与 HDTV 系统的分解力 / 史 萍

199 虚拟演播室技术的发展 / 史 萍

201 HDTV 中的扩展色域问题 / 史 萍

209 基于 DVB 的数据广播 / 金立标等

213 Research of transmission of HDTV signal in the CATV network / 王 晖

220 数字电视广播中的条件接收系统 / 姜秀华

228 数字电视广播中的业务信息 / 姜秀华

238 基于内容的检索技术与系统实现 / 姜秀华等

246 MPEG-2 多节目的系统复用分析 / 王玉霞等

253 电视加解扰技术的应用现状 / 孟昭和

256 多媒体应用中的视觉信息描述与压缩技术 / 李冬梅

273 Multimedia CCTV System in 21st Century / 杨 磊

278 TCP/IP - Based Network Video Surveillance System / 杨磊等

287 HDTV 图像质量主观评价及数据处理 / 赵志军等

294 非线性编辑系统几个关键问题的研究 / 姜 浩

308 数字非线性编辑系统 / 姜 浩

324 非线性编辑系统的现状及未来 / 姜 浩

330 非线性编辑系统功能综述 / 姜 浩

334 非线性编辑视频节目制作 / 姜 浩

338 非线性编辑系统中的数字存储技术 / 姜 浩

341 视频数据库技术的现状及发展趋势 / 姜 浩

347 虚拟演播室技术及应用 / 郭 斌

● 其他

353 数字卫星电视线路分析 / 王京玲

360 基于 DVB 标准的多通道卫星接收系统 / 杨占昕等

365 1394 技术在 TS 流存储与控制系统中的应用 / 杨占昕等

376 嵌入式环境中的综合智能机顶盒 PCI 总线技术 / 吕锐等

380 基于 PCI 总线的智能机顶盒设计方案 / 吕锐等

386 HFC 网络中 MAC 协议的研究 / 金立标等



在广播电视技术领域,现已开始实现由演播室到传输的全面数字化,由模拟制的广播电视过渡到数字制的广播电视,是技术发展的必由之路。

模拟信号与数字信号

不论是声音信息还是图像信息,要想记录或传送,都要首先通过话筒和摄像机,将其变成相应的电信号。这种表示信息的电信号,按时间和幅度取值的不同情况可分为:

- ①时间和幅度都连续的信号;
- ②时间离散、幅度连续的信号;
- ③时间连续、幅度离散的信号;
- ④时间和幅度都离散的信号。

通常,我们把时间和幅度都连续的信号称为模拟信号,模拟信号的传输与交换称为模拟通信;把时间与幅度都离散的信号称为数字信号,数字信号的传输与交换称为数字通信。

数字通信的优点

在讨论数字通信的优点之前,让我们首先看一下模拟通信的缺点。

模拟通信的主要缺点是通信质量较差。其主要原因是模拟通信的抗干扰能力差,尤其是远距离通信,会产生失真与噪声的积累,严重影响通信质量。为了提高抗干扰能力,往往要提高有用信号本身的强度,例如提高发射功率,这反过来又造成不同业务之间更强的相互干扰。

此外,模拟通信的频谱利用不经济。现今国际上的模拟电视频道上通常为6~8MHz带宽,只能传送一套电视节目(图像和伴音)。

相对于模拟通信而言,数字通信主要有以下优点:

1、抗干扰和噪声的能力强,无失真与噪声积累

数字通信通常传送只有两个取值的二进制信息,接收端只需要对接收信号进行对应于数字“0”或“1”的两状态的判定。信号在传输过程中,噪声和干扰虽然对信号的波形有影响,使其产生失真,但在很大的程度上仍能正确判定传送的信息是“0”还是“1”,根据这种判断,再生出“0”或“1”码的波形,消除了失真与噪声的积累,通信质量可达到或接近信号源的质量。

2、传输可靠性高

在数字通信中,为了进一步

提高传输可靠性,通常对传送的信息要进行信道编码,以便在出现传输差错时能予以修正,降低误码率。

3、发射机功率可以降低,节约能源,电磁环境得到改善

由于前面提到的两个优点,在进行数字通信时,发射机不需要大的功率,也就是说接收的信号仅要求很低的载噪比。这样,发射机功率消耗降低,既节约了能源,也降低了电磁污染,使环境得到改善和保护。

4、节约频谱

随着数字率压缩技术的进步,为数字通信带来另外一个突出优点,那就是频谱利用率提高。例如同一个电视频道,可以同时传送若干套数据率压缩的数字电视节目。

5、数字信号便于处理、存储、交换,便于和计算机等联接

由于数字通信的优点十分突出,最初的缺点(数据率大)也由于近年来数字压缩技术的发展而得到解决。因此,数字通信是现代通信技术发展的总趋势。

这里我们讨论的是模拟信号为什么要数字化,下面接着讨论模拟信号如何数字化。

模拟信号如何数字化

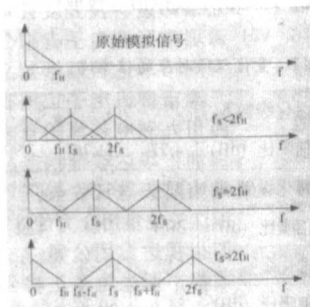


图1 模拟信号与经取样后的频谱图

把模拟的电信号变为数字的电信号,称为模拟信号数字化。通常,采用 PCM (脉冲编码调制) 技术来实现。PCM 是将模拟信号的抽样量化值变换成代码,这个过程通常也称 A/D 转换 (或 ADC)。整个 A/D 转换过程包括: 取样、量化和编码。下面,我们进一步讨论这些问题的细节。

1、取样与取样定理

取样又叫抽样,是对模拟电信号按一定的时间间隔进行周期性扫描,把时间连续的幅度连续的电信号,变为时间离散和幅度连续的信号。取样也称时间量化。

对模拟信号取样的时间间隔 T_s 称为取样周期,而 T_s 的倒数即为取样频率 f_s , $f_s = \frac{1}{T_s}$ 。取样频率的含义是每秒钟对模拟信号取样的次数,单位是赫兹 (Hz)。

如何选取 f_s 呢?

f_s 不能随意选取,要由取样定理限定。

取样定理可表述为:

一个频带限制在 $0 \sim f_H$ 之间的低通模拟信号,必须以 $f_s > 2f_H$ 的频率对其取样,才能不失真地从取样值恢复出原始信号。 f_s 也称为奈奎斯特频率。

为什么要有这样的限定条件呢?这是由于模拟信号被取样后,

频谱会发生变化。除保留有原始信号的频谱成分外,还出现以 f_s 、 $2f_s$ 、 $3f_s$ ……为中心频率的双边带信号,如图 1 所示。

下面讨论当 f_s 取不同值时带来的后果。

① 当 $f_s < 2f_H$ (f_H 为模拟信号的最高频率) 时,抽样后的信号频谱发生重叠,会产生折叠噪声。

② 当 $f_s =$

$2f_H$ 时,虽不发生频谱重叠,但对接收滤波器要求严格。

③ 当 $f_s > 2f_H$ 时,既不发生频谱重叠,又留有一定的防卫带,便于接收端滤波器制作。

通过上面的讨论可知,通常应取 $f_s > 2f_H$ 。

但是, f_s 也不能取太高,否则,随着 f_s 的提高,信号总的的数据率将成正比例地提高,这样就会增大对数据处理、传输带宽、存储器容量的要求。

此外还应指出的是,为确保不产生频谱重叠,在进行 A/D 转换前,模拟信号要先经过低通滤波器处理,滤掉任何高于 $f_s/2$ 的频率分量。

在数字音频技术中,

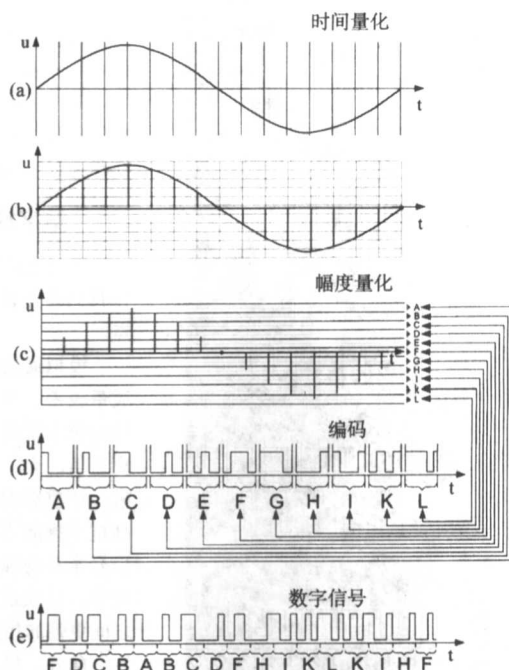


图 2 模拟信号的数字化

视不同的应用,通常使用以下几种取样频率:

- 32kHz (用于数字卫星广播);
- 44.1kHz (用于 CD);
- 48kHz (用于演播室)。

以上我们讨论的 f_s 是针对低通信号而言的。如果信号是频率处于 $f_L \sim f_H$ 之间的带通信号,那么取样频率 f_s 就应满足以下关系:

$$f_s > 2f_H / (n+1)$$

式中 n 是小于 $f_L / (f_H - f_L)$ 的最大整数 (包括零)。

2、幅度量化与量化噪声

模拟信号经取样后,得到时间离散但幅度仍然连续的信号,好像等间隔的脉冲受到幅度调制一样,称为 PAM 信号。

由于人的感觉器官对幅度的有限分辨率,仅能感觉到有限的信号强度差别。所谓量化,就是

表 1 量化级数所对应的信噪比

量化级数 M	2	4	8	16
信噪比 (dB)	4.77	11.76	17.99	24.07
量化级数 M	32	64	128	256
信噪比 (dB)	30.1	36.1	42.1	48.2
量化级数 M	512	1024	2048	4096
信噪比 (dB)	54.2	60.3	66.4	72.2
量化级数 M	8192	16384	32768	65536
信噪比 (dB)	78.3	84.3	90.3	96.3

热点技术

利用预先规定的有限个电平（或称幅度等级、量化级）来表示取样值的过程，即将 PAM 信号的幅度离散化的过程。

图 2 所示是模拟信号数字化的全过程。

原始的模拟信号（为简单起见，给出一个正弦信号，图 a）经时间量化（取样）后，得到 PAM 信号（图 b），经幅度量化后得到图 c 所示的信号，是离散的只有数量有限的幅度。对比图 b 和图 c 可以看出，凡是处于某一幅度范围（区间）的取样值，其幅度大小都量化为该范围的中值。所举的该例中，只给出 11 种不同的幅度范围。

不难看出，量化前后的样值是有差别的。量化级数越多，量化后的信号与原信号就越接近，但编码以后的总数据率也高（后文讨论）。音频信号的量化级数要根据信号的动态范围（即可能出现的最强信号与刚刚能感受到的最弱信号之间的电平差，用 dB 表示）和要求的质来确定。

连续幅度的时间函数与量化后离散幅度的时间函数之间的差

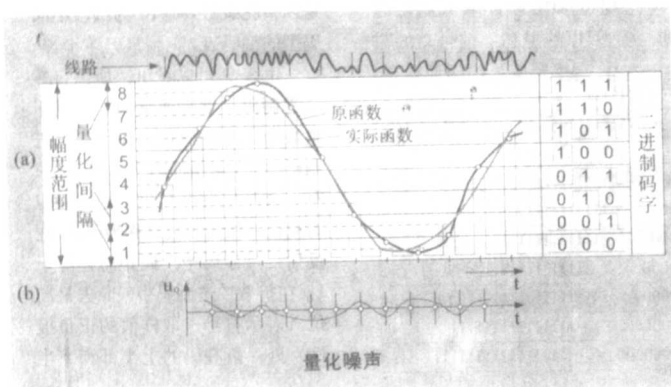


图 3 量化与量化噪声

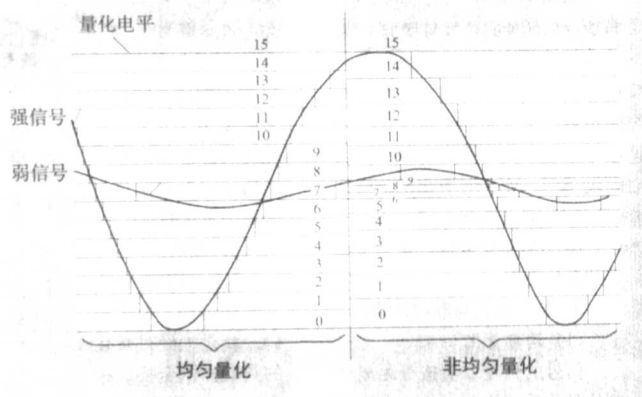


图 4 均匀量化与非均匀量化

别称为量化误差（或量化失真）。

量化误差带来的影响相当于干扰或噪声，故又称量化误差为量化噪声。

需要指出的是，量化误差是随机的，并主要取决于量化级数 M 。设信号功率为 S ，量化噪声功率为 N_0 ，则信噪比 S/N_0 与量化级数的关系为：

$$S/N_0 = M^2 - 1$$

用 dB 表示的信噪比为：

$$10 \lg (M^2 - 1) \text{ dB}$$

当 $M \gg 1$ 时，信噪比可表示为：20lgM (dB)

表 1 所示是一些量化级所对应的可能达到的信噪比。

下面简单说明一下关于量化噪声的计算问题。

在均匀量化时，设量化间隔为 Δ ，则量化误差会在 $-\Delta/2 \sim +\Delta/2$ 的范围内变化，是随机变量。量化噪声既决定于量化误差，也决定于模拟输入信号的概率分布，即幅度落在每一量化级的概率分布。通常计算平均的量化噪声功率。

经计算，得到均匀量化平均量化噪声的功率为：

$$N_0 = V^2 / (3M^2) = (M\Delta/2)^2 / (3M^2) = \Delta^2 / 12$$

若每取样值经编码后为 n 比特，则：

$$M = 2^n, \Delta = 2V/M = 2V/2^n \\ \therefore N_0 = \Delta^2 / 12 = (2V)^2 / [12 \times (2^n)^2] = V^2 / (3 \times 2^{2n})$$

式中 V 为正弦信号的峰值，因此信号功率 S 为：

$$S = V^2 / 2 \\ \therefore (S/N_0)_{dB} = 10 \lg (S/N_0) = 10 \lg \{ [V^2/2] / [V^2 / (3 \times 2^{2n})] \} = 1.76 + 6n \text{ (dB)}$$

当 n 较大时,可以近似认为每取样值的编码位数每增加一位,信噪比就提高 6dB,称为“每位 6dB”,这可在工程应用中进行粗略估算。

通过上式计算出的信噪比与通过 $S/N_0=M^2-1$ 计算出的信噪比(见表 1)是非常接近的。

图 3 所示是取样、量化和相应的量化噪声。

3、均匀量化与非均匀量化

(1) 均匀量化

信号的幅度取值按等距离分割的量化称为均匀量化。在均匀量化时,出现在每一量化区间的不同电平均被量化为该区间的中点电平。图 2 和图 3 中所举的例子就是均匀量化。

均匀量化的缺点是:当信号较小时信噪比也低(信号小,噪声不变)。

(2) 非均匀量化

为了克服均匀量化的缺点,可以将信号幅度的取值按不等间隔

进行量化,称为非均匀量化。例如,为了保持不同大小信号的信噪比相同,随着信号幅度由小变大,量化间隔也逐级增大。图 4 所示是均匀量化与非均匀量化的对比。

4、编码

A/D 转换的最后一步是编码。所谓编码,就是把经过量化的离散样值变换成相应的数字信号码组,即每个样值都用相应的一组二进制序列表示。

码组(或称码字)的位数(比特数) n 与量化级数 M 的关系是:

$M=2^n$ 或 $n=\log_2 M$

例如,当 $n=3$ 时,3 位二进制的数字码就有 8 种不同的组合:000、001、010、011、100、101、110、111,代表 8 种不同的量化状态($M=8$)。

表 3 不同码形的编码表(以 16 级量化为例)

量化级 编号	抽样脉冲 极性	自然 二进制码	反射 二进制码	折叠 二进制码
15	+	1111	1000	1111
14		1110	1001	1110
13		1101	1011	1101
12		1100	1010	1100
11		1011	1110	1011
10		1010	1111	1010
9		1001	1101	1001
8		1000	1100	1000
7	-	0111	0100	0000
6		0110	0101	0001
5		0101	0111	0010
4		0100	0110	0011
3		0011	0010	0100
2		0010	0011	0101
1		0001	0001	0110
0		0000	0000	0111

二进制序列的比特数与可区分的状态数(或量化级数)有确定的关系,如表 2 所示。

现在,让我们再回过头来看一下图 2 的 c、d 和 e,看看量化的样值是如何编码的。由于图 2c 量化分为 11 个区间(从 A-L),要用二进制序列表示落入每个区间的样值,至少需要 4 比特。例如,落入区间 A 的样值用 1000 表示,落入区间 B 的用 0100 表示,……。

编码可以按照不同的方法进行。PCM 系统常用的码型有自然二进制码、反射二进制码(格雷码)和折叠二进制码。表 3 所示是以量化级数 $M=16$ 为例,不同码型的编码表。

由表 3 可以看出,所谓自然二进制码,就是通常的十进制正整数的二进制形式。在反射二进制码中,任何相邻电平的码组,只有一个码位发生变化。相邻码组对应位不相同的数量称为码距。在反射二进制码中,码距总是等于 1。在折叠二进制码中,除去最高位(表示符号—取样值的正负极性)外,折叠码的上半部和下半

表 2 比特序列与可区分的状态(量化级数)

每比特序列 比特数	可区分的 状态数	比特序列
1	2	0,1
2	4	00,01,10,11
3	8	000,001,010,011,100,101,110,111
4	16	0000,0001,……,1110,1111
5	32	00000,00001,……,11110,11111
6	64	000000,……,111111
7	128	0000000,……,1111111
8	256	00000000,……,11111111
9	512	000000000,……,111111111
10	1024	0000000000,……,1111111111
11	2048	00000000000,……,11111111111
12	4096	000000000000,……,111111111111
13	8192	0000000000000,……,1111111111111
14	16384	00000000000000,……,11111111111111
15	32768	000000000000000,……,111111111111111
16	65536	0000000000000000,……,1111111111111111

热点技术

部呈镜像(倒影)关系。当信号的极性为正时,最高位用1,信号为负时,最高位用0表示。

按照取值出现的时间顺序,传送经过编码的数据序列,形成所谓的 PCM 数据流,这就是我们所说的数字信号(图 2e)。我们常说 PCM(脉冲编码调制)信号,实际上,从信号处理的过程看,是对调制脉冲进行编码。

下面我们看一下数字化信号的数据率问题。数据率又叫比特率,是单位时间内传送的二进制序列的位(比特)数。数据率与取样频率和每取样值量化后编码的比特数成正比。

若声音信号取样频率 $f_s = 48\text{kHz}$, 为确保质量,每取样值按 16 比特量化(即分为 65536 个量化级),则每声道的数据率为:

$$48 \times 10^3 \times 16 = 768 \text{ (kb/s)}$$

对于双声道立体声节目而言,总数据率为 $2 \times 768\text{kb/s}$ 。

数字信号的形式

数字信号中的“1”和“0”通常是用不同电平的电脉冲表示的。

“1”和“0”对应的电脉冲,可以都为不同大小的正值,也可以都为不同大小的负值,也可以一个为正值,另一个为负值,如图 5 所示。

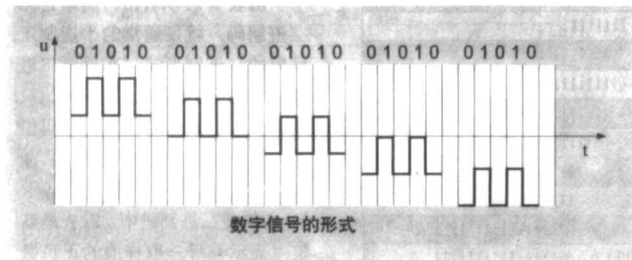


图 5 数字信号形式

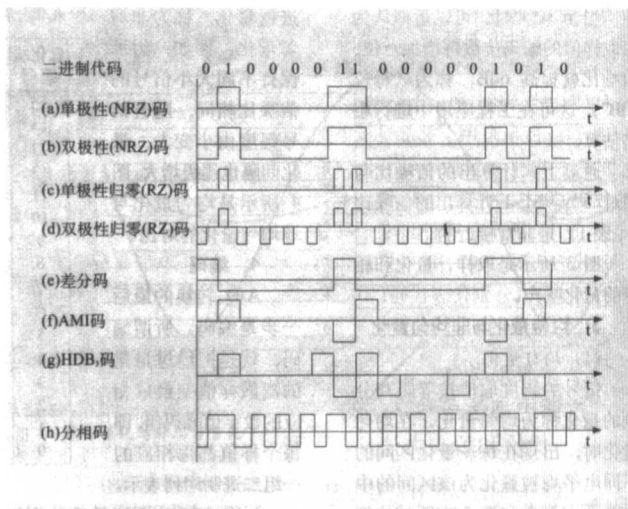


图 6 数字信号的一些形式

图 6 所示是另一些数字信号形式。由图 6 可以看出,对同一个二进制序列(例如图中示出的 0100011000001010),可以用不同的电脉冲来表示。图 6 (a) 是单极性不归零 (NRZ) 码,在这种信号形式中,“1”对应脉冲的正电位,“0”对应脉冲的零电位。图 6 (b) 是双极性不归零 (NRZ) 码,在这种信号形式中,“1”和“0”分别对应正电位和负电位。图 6 (c) 是单极性归零 (RZ) 码,在这种信号形式中,在传

“1”时,发送一个脉冲宽度小于码元持续期的归零脉冲;传送“0”时不发送脉冲。图 6 (d) 所示是双极性归零 (RZ) 码,在这种信号形式中,“1”和“0”分别用小于码元宽度的正、负电脉冲表示,相邻电脉冲间必有零电位区域存在。图 6 (e) 所示是差分码,也叫相对码,这种信号形式是利用前后码元电平的相对极性变化来传送信息。图 6 (f) 所示是交替极性码 (AMI),图 6 (g) 是三阶高密度双极性码 (HDB₃)。此外,还经常使用被称之为双相码(曼彻斯特码)的信号形式,其特点是每个码元用两个连续极性相反的电脉冲来表示。对应于“1”时,发送一个周期的正、负脉冲;对应于“0”时,发送一个周期的负、正脉冲,读者不难自己画出波形。双相码的突出优点是,不论“1”和“0”出现的概率如何,信号都不会有直流分量,且有利于提

取位同步信号。

以上讨论的都是二进制数字信号的形式。图 7 所示是多进制(以四进制为例)数字信号的形式。图 7(a)所示是用全部都是正电平的四种电平(包括零电平)分别代表代码“00”、“01”、“10”和“11”。图 7(b)所示是两种正电平(分别代表代码“00”和“01”)和两种负电平(分别代表代码“10”和“11”)构成的四进制数字信号形式。

广播电视信号数字化的 代价和解决办法

我们前面曾以声音信号为例,说明模拟信号数字化以后会有较高的数据率(48kHz 取样频率, 16 比特量化, 每路 PCM 信号的数据率为 768kb/s)。

现在,我们再看一下 PAL 电视信号变为数字信号后的比特率。

计算 PAL 电视信号数字化后的数据率,从以下条件出发:

- 图像格式 4:3 (宽:高);
- 每帧 625 行;
- 每秒 25 帧;

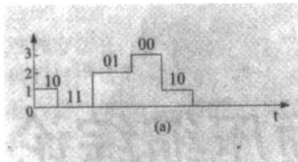
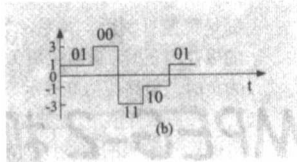


图 7 四进制数字信号形式



- 正方形像素;
- 亮度信号的数值范围分级为 256;
- 色度信号的数值范围分级为 256。

当亮度和色度都考虑 256 种不同的状态时,每个像素需要 $8+8=16$ 比特的序列。

由于是方形像素,根据图像格式 (4:3),可算出每行有 $625 \times 4/3 = 833.3$ 个像素,每帧有 $833.3 \times 625 = 520812.5$ 个像素。由于每秒传送 25 帧,因此可算出数字信号的数据率约为 208.3Mb/s。

如果传送高清晰度电视 (HDTV),与 PAL 相比,图像格式变为 16:9,每帧为 1250 行,其它条件不变,可以算出数据率约为 1.11Gb/s。

由以上的例子可以看出,广播电视信号数字化以后,有很高的数据率,存储时需要大容量的存储器,传输时需要占用很大的信道容量,需要很宽的传输带宽,甚至达到现实不能接受的程度。这就是模拟信号数字化需要付出的代价。

如何解决这个问题呢?随着近年来数字压缩技术的进步,完善地解决了音频和视频数字信号数据量大的问题,为广播电视实现全面数字化消除了障碍。数据率压缩是信源编码的任务,因此,模拟信号数字化以后,接着的处理就是进行信源编码,以便力求以最少的数据率传送更多的信息,解决信息传输的有效性问题。

(作者为本刊编委,北京广播学院教授)

讲 座

REFRESHER COURSE

信道编码和网络编码调制

第一讲 二进制线性分组码

韦博荣

本讲座撰写人韦博荣先生, 北京广播学院
信息工程系研究员。

声音和电视图像的存贮和传输正处在从模拟向数字过渡中。数字存贮和传输具有容量大、频带利用率高、噪声小且不积累、抗干扰能力强、便于加密和数据传输等一系列优点, 这与信源编码和信道编码及数字调制技术密切相关。图示出传输模拟信号的数字传输系统的方框图。其中信源编码的作用是降低传输码流的码率, 以提高系统的有效性; 信道编码和解码作用是提高系统的可靠性, 其功能是发现(检测)或纠正解调输出的错误码元, 提供关于接收码字是否正确的信息或降低信道译码输出的码元的误码率。

数字存贮和传输系统几乎无一不应用信道编码。我国公众无线寻呼系统选用POCSAG码, 它采用二进制分组码, 将21位信息码元编码为31位BCH码, 再加一位偶校验码元。CD-ROM扇区中的纠错码按ISO/IEC 10149的规定采用迦罗华域GF(2⁸)上的RSPC码, 其中应用了里德—所罗门码, 它是一种多进制码。在数字音频广播(DAB)中应用了卷

积码。数字电视广播以欧洲DAB系统为例, 有线、卫星和地面传输系统均采用了里德—所罗门码, 将188个信息符号(每符号由8个二进制码元组成)编码为长204符号的码字, 它具有纠正直至8个符号错误的能力。DVB卫星和地面传输系统在上述纠错码外采用卷积码作为内码, 以进一步提高系统可靠性。以上例子均利用纠错码的纠错能力。在一些应用中还利用纠错码的检测错误能力, 对重要信息提供其是否正确传输的信息。通常应用循环冗余码(CRC)进行检错。国际上通用的这类码有CRC-12、CRC-16、CRC-CCITT和CRC-32。

本讲座讨论二进制和多进制线性分组码及卷积码的基本原理和编解码方法, 以及纠错编码与调制方法相结合的网格编码。

一 奇(偶)校验与汉明(7, 4)码

汉明在1950年提出用奇(偶)校验关系来发现(检测)错误, 并提出一个(7,

4)码的编码和译码方法, 它能纠正一个码元的错误。这建立了线性分组码的基本概念及编码和解码的基本方法。

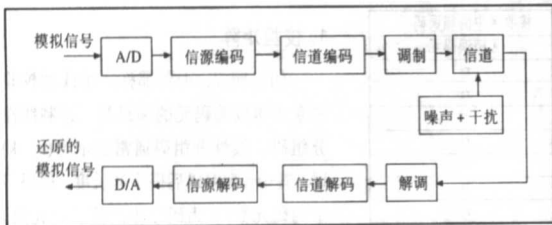


图 模拟信号数字传输系统

Channel Coding and Trellis Coded Modulation (Part I)

Mr. WEI Borong, Research Fellow,
Department of Information Engineering,
Beijing Broadcasting Institute.

The binary Hamming (7, 4) Code, binary linear block code, parity check matrix, generator matrix and decoding methods are described. The relationship between the error correcting capability and minimum Hamming distance for binary linear block codes is discussed.

1. 奇(偶)校验

信源输出或信源编码后的数字信号是二进制码元序列, 这些码元称为信息码元。若将信息码元序列按序分组, 每组有 n 个码元, 用 $a_0 a_1 \dots a_{n-1}$ 表示, 其中 $a_i=0$ 或 1 ($i=1, 2, \dots, n$)。奇(偶)校验是在每组 n 个信息码元中加入一个校验码元 a_0 , 使得每组总码元数为 $n+1$, a_0 是0还是1由奇(偶)校验确定。如果采用偶校验, a_0 应使得这组 $n+1$ 个码元中有偶数个1; 如果用奇校验, 则应有奇数个1。以上偶校验和奇校验关系分别由(1-1)式和(1-2)式表示。

$$a_0 \oplus a_1 \oplus \dots \oplus a_{n-1} \oplus a_n = 0 \quad (1-1)$$

$$a_0 \oplus a_1 \oplus \dots \oplus a_{n-1} \oplus a_n = 1 \quad (1-2)$$

其中 $\oplus$ 表示模2加法, $a_i \oplus a_j$ 的值为

表1

a_0	a_1	$a_0 \oplus a_1$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$a_0 \oplus a_1$ 除2得到的数的余数,如表1所示。 a_0 是根据信息码元 $a_0, a_1, \dots, a_1$ 由校验关系得到的,称为校验码元。加入校验码元后的码元组称为码字。码字中码元总数称为码字长度。上述编码称为奇(偶)校验码。

奇(偶)校验码可以检测(发现)接收字中的奇数个码元错误。如果抵达纠错译码器的一个接收字的 $n+1$ 个码元中有奇数个是错误的,译码时能发现该接收字是错误的。译码方法是判断接收字 $r_0 r_1 \dots r_{i-1} r_i r_{i+1} \dots r_n$ 中是否仍有奇(偶)数个1,若有,判为接收字正确;若无,判为接收字错误。译码方法可表达如下:

$$S_0 = r_0 \oplus r_1 \oplus \dots \oplus r_i \oplus r_n \quad (1-3)$$

对于偶校验,若 $S_0=0$,判接收字正确;若 $S_0=1$,判接收字错误。对于奇校验,若 $S_0=1$,判接收字正确;若 $S_0=0$,判接收字错误。

在接收字中有奇数个码元错误时判为接收字错误,译码是正确的。接收字中没有码元错误时判接收字正确,译码也是正确的。但是,如果接收字中有偶数个码元错误,按上述译码方法判为接收字正确,所以偶数个码元错误不能被发现,这种错误导致误判。应指出的是,奇(偶)校验码只能检测接收字中有奇数个码元错误,而不能判定哪些码元是错误的,因此不能纠错。

偶校验关系是二进制线性分组码的基础,线性分组码的编码就是由多个偶校验关系求得多个校验码元,与信息码元一起构成码字。

2. 汉明(7, 4)码

汉明(7, 4)码在4个信息码元中加

入3个校验码元,码字长度为7。该码能纠正接收字中的一个码元错误。汉明用 $a_7 a_6 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1$ 表示一个码字,并建立以下3个偶校验关系,称为一个校验方程组。为方便起见,我们选 a_7, a_6, a_5 为信息码元; a_4, a_3, a_2 为校验码元。这样由校验关系(1)可求出 a_1 ,由(2)可求出 a_2 ,由(3)可求出 a_4 ,完成了编码。

$$a_7 \oplus a_5 \oplus a_3 \oplus a_1 = 0 \quad (1)$$

$$a_7 \oplus a_6 \oplus a_3 \oplus a_2 = 0 \quad (2) \quad (1-4)$$

$$a_7 \oplus a_6 \oplus a_5 \oplus a_4 = 0 \quad (3)$$

对应于编码的3个校验关系,译码方法是校验接收字 $r_7 r_6 r_5 r_4 r_3 r_2 r_1$ 是否仍符合对应的校验关系,即按以下方程求出 s_2, s_1 和 $s_0, s_2 s_1 s_0$ 称为校验子。

$$r_7 \oplus r_6 \oplus r_5 \oplus r_1 = s_0$$

$$r_7 \oplus r_6 \oplus r_5 \oplus r_2 = s_1 \quad (1-5)$$

$$r_7 \oplus r_6 \oplus r_5 \oplus r_4 = s_2$$

若 $S_i=0$ ($i=0, 1, 2$),说明相应校验关系仍满足; $S_i=1$,说明相应校验关系不再满足。若码字中各码元在传输中均未发生错误,则 $r_i=a_i$ ($i=0, 1, 2, \dots, 7$),译码时按(1-5)式求得 $S_0=S_1=S_2=0$ 。设在接收字中有一个码元错误,可由(1-5)式得到校验子 $s_2 s_1 s_0$ 与接收字中错误码元所在位置的对应关系,如表2所示。因为二进制码只用两个码元(0和1)编码,知道了错误码元的位置,就可将接收字中相应码元纠正过来。由表2可见,按(1-4)式编码的汉明(7, 4)码能纠正所有接收字中的一个码元错误。由以上说明可知,表2中所列校验子与码元错误位置的对应关系与发送的码字无关。

表2

校验子 ($s_2 s_1 s_0$)	接收字中的错误码元
000	无错误码元
001	r_1
010	r_2
011	r_3
100	r_4
101	r_5
110	r_6
111	r_7

应关系与发送的码字无关。

在汉明(7, 4)码的一个接收字中有两个或更多的码元错误时,译码将进行纠错。因为 S_i ($i=0, 1, 2$)只能是0或1, $s_2 s_1 s_0$ 只有表2中所列的8种可能。在一个接收字中有多于一个码元错误时,由(1-5)式求得的校验子仍是表2中的一个,译码器判定为表中相应的一个码元错误,从而将该接收码元“纠正”,产生纠错。例如 r_7 和 r_5 是错误的,其余码元正确,由(1-5)式知 $s_0=0, s_1=1, s_2=0$,译码器判为 r_2 错,纠错后7个码元中有3个是错误的。这进一步说明了汉明(7, 4)码只能纠1个码元错误。应该指出,对于码元的随机错误而言,因为码元发生错误的概率 p 总是小于 $1/2$,在一个长度为 n 的码字中发生某1个码元错误的概率 $p(1-p)^{n-1}$ 随 n 的增大而减小,因此在纠错时总是按出现最少码元错误这一假设进行纠错,以使错误译码概率最小。对汉明(7, 4)码,接收字中没有错误和有一个码元错误时译码正确,所以正确译码概率为 $(1-p)^7 + 7p(1-p)^6$ 。

以上汉明(7, 4)码的校验关系及码字表示法,使得校验子对应的十进制数就是错误码元位置。例如 $s_2 s_1 s_0=101$,其十进制数5对应 r_5 错。这是因为(1-4)式校验关系是根据十进制数与二进制数之间的关系设计的。应该指出,上述这种关系并非必要,重要的是建立的校验关系能使得校验子与一个码元错误的位置之间有一一对应关系。

二 线性分组码

1. 校验矩阵

如汉明(7, 4)码那样,用线性校验关系求得校验码元的编码是二进制线性分组码。线性分组码通常表示为 (n, k) 码。其中 n 为编码后码字的长度,即码字中的码元数; k 为码字中的信息码元数。

信道编码和网络编码调制(第一讲)

(n, k)码有n-k个独立的线性校验关系。若码字用 $a_1 a_2 \dots a_{n-k}$ 表示, $a_i=0$ 或1($i=0, 1, \dots, n-1$), 为使校验关系是线性的, 采用偶校验, 校验方程组可写作(1-6)式。

$$h_{j(n-1)} \cdot a_{n-1} \oplus h_{j(n-2)} \cdot a_{n-2} \oplus \dots \oplus h_{ji} \cdot a_i \oplus h_{j0} \cdot a_0 = 0 \quad (1-6)$$

其中, $h_{ji}(i=0, 1, \dots, n-1; j=0, 1, \dots, n-k-1)$ 为0或1, h_{ji} 与 a_i 的乘积如表3。

表3

h_j	a_i	乘积 $h_j \cdot a_i$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

与实数域乘法相同。可见, 若 $h_j=0$, 在第j个校验关系中码元 a_i 不被校验; 若 $h_j=1$, 则 a_i 被校验。将 $h_{j(n-1)} h_{j(n-2)} \dots h_{ji} h_{j0}$ 作为矩阵H的各行, 即矩阵H被称为该编码的校验矩阵。

$$H = \begin{bmatrix} h_{(n-k-1)(n-1)} & h_{(n-k-1)(n-2)} & \dots & h_{(n-k-1)i} & h_{(n-k-1)0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{1(n-1)} & h_{1(n-2)} & \dots & h_{1i} & h_{10} \\ h_{0(n-1)} & h_{0(n-2)} & \dots & h_{0i} & h_{00} \end{bmatrix} \quad (1-7)$$

将一个码字 $a_1 a_2 \dots a_{n-k}$ 写作一行n列的矩阵A:

$$A = [a_1 a_2 \dots a_{n-k}] \quad (1-8)$$

则校验方程组(1-6)可写成

$$H \times A^T = 0^T \text{ 或 } A \times H^T = 0 \quad (1-9)$$

其中, $0=[0 \ 0 \ \dots \ 0]$ 是一行n列的全零矩阵; T表示矩阵的转置, 例如 H^T 的第i列是H的第i行, H^T 为n行n-k列矩阵。

(1-9)式校验关系是线性的。若 $A=[a_1 \dots a_{n-k}]$ 和 $B=[b_1 \dots b_{n-k}]$ 满足(1-9)式, 则 $A+B$ 也满足(1-9)式, 其中 $A+B$ 的码元为A和B中相应位置上的码元的模2和, 即

$$A+B = [(a_1 \oplus b_1) \dots (a_{n-k} \oplus b_{n-k})] \quad (1-10)$$

这说明任意两个码字的和仍是该编码的码字, 编码是线性分组码。

校验矩阵确立了一个(n, k)线性分组码, 即编码的所有 2^k 个码字, 从而决定了该编码的纠(检)错能力。校验矩阵中任意两行互换位置或任一行用它与其它行的和替代, 均不改变编码, 因此它可作“行互换”及“用一行与其它行的和替代该行”等变换, 所得到的矩阵是同一编码的校验矩阵。此外, 校验矩阵的任意两列互换, 相当于码字中相应位置的码元互换, 它也不改变编码的纠(检)错能力。因而变换前后的校验矩阵可视为生成相同的编码。

2. 生成矩阵

二进制(n, k)码有 2^k 个码字, 一个码字对应于k个信息码元的码元组I:

$$I = [i_1 i_2 \dots i_k] \quad (1-11)$$

式中 $i_i=0$ 或1($i=0, 1, \dots, k-1$)。若选非全零码字 $G_0=[g_{0(n-1)} \dots g_{0i} g_{00}]$ 对应 $I_0=[00 \dots 001]$, 非全零码字 $G_1=[g_{1(n-1)} \dots g_{1i} g_{10}]$ 对应 $I_1=[00 \dots 010]$, ..., 非全零码字 $G_{k-1}=[g_{(k-1)(n-1)} \dots g_{(k-1)i} g_{(k-1)0}]$ 对应 $I_{k-1}=[10 \dots 000]$, 且 $G_{k-1}, \dots, G_1, G_0$ 线性无关, 即其中任一码字都不是任意其它码字之和, 因为线性分组码中任意若干个码字的和也是一个码字, 因而任一信息码元组 $[i_1 \dots i_k]$ 对应的码字 $A=[a_1 \dots a_{n-k}]$ 可由 $G_{k-1}, \dots, G_1, G_0$ 得到:

$$A = i_1 \cdot G_{k-1} + \dots + i_i \cdot G_1 + i_0 \cdot G_0 \quad (1-12)$$

写成矩阵形式为:

$$A = I \times G$$

其中

$$G = \begin{bmatrix} g_{(k-1)(n-1)} & \dots & g_{(k-1)i} & g_{(k-1)0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{1(n-1)} & \dots & g_{1i} & g_{10} \\ g_{0(n-1)} & \dots & g_{0i} & g_{00} \end{bmatrix} \quad (1-14)$$

G被称为生成矩阵。由(1-13)式, 当信息码元全零, 即 $I=[00 \dots 00]$ 时, $A=[00 \dots 00]$ 为全零码。

生成矩阵中两行互换相当于信息码元组对应的码字互换, 用一行与其它之

和替代该行。相当于将对应码字更换为另一个与其它各行码字相互独立的码字, 这些变换不改变编码及其纠(检)错能力。与校验矩阵H相似, G中两列互换也不影响纠(检)错能力, 可视为生成相同编码。

在上面讨论中并不区分码字中哪些是信息码元, 哪些是校验码元, 只是将信息码元组与码字一一对应。实际应用中经常采用系统码, 其码字的前k个码元 $a_1 a_2 \dots a_k$ 是信息码元, 且与输入编码器的信息码元 $i_1 i_2 \dots i_k$ 对应相同。系统码的生成矩阵有如下形式:

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & g_{(k-1)(n-k+1)} & \dots & g_{(k-1)0} \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & g_{(k-2)(n-k+1)} & \dots & g_{(k-2)0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & g_{1(n-k+1)} & \dots & g_{10} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & g_{0(n-k+1)} & \dots & g_{00} \end{bmatrix} = [I_k \ Q] \quad (1-15)$$

其中 I_k 为k行、k列方阵, 其对角线(左上至右下)上元素为1, 其余为0。Q为k行、n-k列矩阵。(1-15)式被称为典型生成矩阵。

3. 典型校验矩阵

与典型生成矩阵的关系

因为校验矩阵中“两行互换”, “一行用其与其它行的和替代”及“两列互换”均不改变编码的纠(检)错能力, 校验矩阵H可通过这些变换转换为以下典型校验矩阵:

$$H = \begin{bmatrix} h_{(n-k-1)(n-1)} & \dots & h_{(n-k-1)(n-k)} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{1(n-1)} & \dots & h_{1(n-k)} & 0 & 0 & \dots & 1 \\ h_{0(n-1)} & \dots & h_{0(n-k)} & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} = [P \ I_{n-k}] \quad (1-16)$$

其中 I_{n-k} 为n-k行、n-k列方阵, 其对角线(自左上至右下)上元素为1, 其余为0; P为n-k行、k列矩阵。

若用(1-16)式的校验矩阵编一个系统码, 则典型生成矩阵G为

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & h(n-k, 1) & h(n-k, 2) & \cdots & h(n-k, t) & h(n-k, t+1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & h(n-k, t+1) & h(n-k, t+2) & \cdots & h(n-k, t+t) & h(n-k, t+t+1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & h(n-k, t+t+1) & h(n-k, t+t+2) & \cdots & h(n-k, t+t+t) & h(n-k, t+t+t+1) \end{bmatrix} = [I_k | Q]$$

将上式中的矩阵 Q 与(1-16)式中的矩阵 P 对比, 得

$$Q = P^T \quad (1-17)$$

可见典型校验矩阵中 P 矩阵的转置矩阵 P^T 是典型生成矩阵中的 Q 矩阵, 当然, Q 的转置是矩阵 P 。

三 汉明距离与纠(检)错能力

1. 汉明距离与最小汉明距

一个二进制分组码中两个不相同码字 A_1 和 A_2 的汉明距离 $d(A_1, A_2)$, 是它们在对应位置上码元不相同的位数。若码字 $A_1 = [a_{1n-1} a_{1n-2} \cdots a_{11} a_{10}]$, $A_2 = [a_{2n-1} a_{2n-2} \cdots a_{21} a_{20}]$, 则 A_1 与 A_2 的汉明距离

$$d(A_1, A_2) = \sum_{i=0}^{n-1} (a_{1i} \oplus a_{2i}) \quad (1-18)$$

二进制分组码中每两个不相同码字有一个汉明距离, 所有汉明距离中的最小值称为编码的最小汉明距($d_{\min}$)。与 $d(A_1, A_2)$ 只反映两个码字 A_1 和 A_2 的距离不同, $d_{\min}$ 反映一个分组码的性能, 一个分组码的纠(检)错能力与 $d_{\min}$ 有关。

2. 线性分组码的码字重量与最小汉明距

二进制线性分组码的一个码字 $A = [a_{n-1} \cdots a_1 a_0]$ 的重量 $W(A)$ 为该码字中 1 的数量, 即

$$W(A) = \sum_{i=0}^{n-1} a_i \quad (1-19)$$

线性分组码中任意两个不同的码字 A_1 和 A_2 的和为非全零码字 A :

$$A = A_1 \oplus A_2 = [(a_{1n-1} \oplus a_{2n-1}) \cdots (a_{11} \oplus a_{21}) (a_{10} \oplus a_{20})]$$

所以, 码字 A 的重量 $W(A)$ 等于 A_1 与 A_2 的汉明距离 $d(A_1, A_2)$:

$$W(A) = \sum_{i=0}^{n-1} (a_{1i} \oplus a_{2i}) = d(A_1, A_2) \quad (1-20)$$

由此, 二进制线性分组码的 $d_{\min}$ 为所

有非全零码字的最小重量。

(n, k) 码有 2^k 个码字, 需求出并比较 $2^k - 1$ 个非全零码字的重量以得到 $d_{\min}$ 。

3. 最小汉明距与纠(检)错能力

(1) 若要求二进制分组码在其一个码字中发生不多于 e 个码元的错误时译码器能检测出接收字是错误的, 该编码的 $d_{\min}$ 必须满足

$$d_{\min} \geq e+1 \quad (1-21)$$

接收字 $R = [r_{n-1} \cdots r_1 r_0]$ 中有不多于 e 个错误码元, 它与发送码字 $A_s = [a_{n-1} \cdots a_1 a_0]$ 的汉明距离 $d(R, A_s) = \sum_{i=0}^{n-1} (r_i \oplus a_{si}) \leq e$ 。如果 $d_{\min} \geq e+1$, 则接收字 R 不是一个码字。因而译码器可判定接收字 R 是错误的。反之, 若 $d_{\min} < e+1$, 则肯定至少有两个码字 A_i 和 A_j 的汉明距 $d(A_i, A_j) < e+1$, 当发送其中一个码字 A_i 时, 若有 $d(A_i, A_j)$ 个错误发生在该两个码字码元不相同的位置上, 则接收字 R 成为码字 A_j , 从而译码器不能发现接收字 R 是错误的。

(2) 若要求二进制分组码在其一个码字中发生不多于 t 个码元错误时译码器能纠正这些错误码元, 该编码的 $d_{\min}$ 必须满足

$$d_{\min} \geq 2t+1 \quad (1-22)$$

设发送码字 A_s , 接收字 R 中有不多于 t 个码元错误, 则 $d(R, A_s) \leq t$ 。如果 $d_{\min} \geq 2t+1$, 则对任一不同于 A_s 的码字 $A_j (j \neq s)$, 有 $d(A_i, A_j) \geq 2t+1$, 因此 $d(R, A_j) \geq t+1$ 。译码器可通过计算所有码字与接收字的汉明距离, 并将 R 译成与 R 有最小汉明距的码字, 它必是发送码字, 从而完成纠错。

反之, 若 $d_{\min} < 2t+1$, 则至少有两个码字 A_i 和 A_j 的汉明距 $d(A_i, A_j) < 2t+1$ 。设发送码字 A_i , 且 R 中有 t 个码元错误, 它们发生在 A_i 和 A_j 码元不相同的位置上, 则 $d(R, A_i) = t$, $d(R, A_j) < t+1$, 即 $d(R, A_j) < t$ 。因此译码器不能保证正确译出发码字 A_i 。

(3) 若要求二进制分组码在其一个

码字中发生不多于 t 个码元错误时译码器能纠正这些错误码元, 并且在一个接收字中有大于 t 个但不多于 e 个 ($e > t$) 码元错误时译码器能检测出接收字是错误的, 该编码的 $d_{\min}$ 必须满足

$$d_{\min} \geq e+t+1 \quad (1-23)$$

设发送码字 A_s , 接收字 R 中有不多于 t 个码元错误时, $d(R, A_s) \leq t$, 而对任一其它码字 $A_j (j \neq s)$, $d(R, A_j) \geq e+1$, 译码器将 R 译成与 R 的汉明距不大于 t 的唯一码字 A_s 。当 R 中有大于 t 个但不多于 e 个码元错误时, $e > d(R, A_s) > t$, 对其它 $A_j (j \neq s)$ 有 $d(R, A_j) \geq t+1$, 即对所有码字均有 $d(R, A_j) > t$, 据此译码器判定 R 是错误的。此时不能保证正确译出发码字, 因为 $d_{\min} = e+t+1$, 必有码字 A_i 和 A_j , 其汉明距离 $d(A_i, A_j) = e+t+1$ 。若发送 A_i , R 中有 e 个错误码元, 且发生在 A_i 与 A_j 码元不相同的位置上, 则 $d(R, A_i) = e$, $d(R, A_j) = t+1$, 因为 $e > t$, 故 $d(R, A_i) > d(R, A_j)$, 可见译码器不能保证译出发码字。

反之, 如果 $2t+1 < d_{\min} < e+t+1$, 当 R 中有 e 个错误码元时, 译码器会发生纠错而不给出接收字错误的信息。因为 $d_{\min} < e+t+1$, 必有码字 A_i 和 A_j , 其汉明距离 $d(A_i, A_j) < e+t+1$, 若发送 A_i , R 中有 e 个错误码元且发生在 A_i 和 A_j 码元不相同的位置上, 则 $d(R, A_i) = e$, $d(R, A_j) < t+1$, 即 $d(R, A_j) < t$ 。如上所述, 译码器将 R 译成与汉明距离不大于 t 的码元, 此时译码器将 R 译成 A_j , 发生纠错。

分析可知, $d_{\min}$ 愈大, 编码的纠(检)错能力愈强。编一个码长为 n , 码字个数为 M 的二进制纠错码, 实质就是从 2^n 个字长为 n 的字中选择 M 个作为码字, 选择应使得 $d_{\min}$ 尽可能大。

四 线性分组码的译码

1. 错误图样与校验子

错误图样 $E = [e_{n-1} \cdots e_1 e_0]$, 其中 n 为二