



1990年

北京出版社

**全国高中升学预考
试题和解答精选**

数学

1990年全国高中升学预考
试题和解答精选

数 学

山军 李实 柳苇 何理 选编

北 京 出 版 社

1990年全国高中升学预考试题和解答精选 数学

1990 NIAN QUANGUO GAOZHONG SHENGXUE

YUKAO SHITI HE JIEDA JINGXUAN SHUXUE

山军 李实 柳苇 何理 选编

*

北 京 出 版 社 出 版

(北京北三环中路6号)

新华书店北京发行所发行

天津蓟县印刷厂印刷

*

787×1092毫米 32开本 5.5印张 120000字

1990年11月第1版 1990年11月第1次印刷

印数: 00001-48700

ISBN7-200-01071-5/G·415

定价: 2.20元

目 录

试 题 部 分

天津市.....	(1)
江苏省.....	(7)
福建省.....	(12)
北京市海淀区(一).....	(17)
北京市海淀区(二).....	(22)
沈阳市.....	(27)
长春市.....	(32)
杭州市、嘉兴市.....	(41)
武汉市.....	(47)
郑州市.....	(54)
西安市.....	(59)

附:

1990年全国普通高等学校招生统一考试

上海数学试题..... (65)

1990年全国普通高等学校招生统一考试

广东省数学试题(理工农医类)..... (71)

参 考 答 案

天津市	(80)
江苏省	(88)
福建省	(99)
北京市海淀区(一)	(107)
北京市海淀区(二)	(114)
沈阳市	(119)
长春市	(125)
杭州市、嘉兴市	(127)
武汉市	(132)
郑州市	(139)
西安市	(144)

附:

1990年全国普通高等学校招生统一考试

上海数学试题解答 (149)

1990年全国普通高等学校招生统一考试

广东省数学试题解答(理工农医类) (157)

试题部分

天津市

一、选择题（本题满分45分，每一个小题都给出代号为A、B、C、D的四个结论，其中只有一个是正确的，把你认为正确的结论代号写在题后的圆括号内，每一个小题选对得3分，不选或选错一律得0分。）

1. 下列结论正确的是（ ）。

(A) $2 \subset \{x | x \leq 10\}$. (B) $\{2\} \in \{x | x \leq 10\}$.

(C) $\phi \subset \{x | x \leq 10\}$. (D) $\phi \in \{x | x \leq 10\}$.

2. 由公差为 d 的等差数列 $a_1, a_2, a_3, \dots (d \neq 0)$ ，每相间的两项的和组成的数列 $a_1 + a_3, a_2 + a_4, a_3 + a_5, \dots$ 是（ ）。

(A) 公差为 d 的等差数列。

(B) 公差为 $2d$ 的等差数列。

(C) 公差为 $3d$ 的等差数列。

(D) 不是等差数列。

3. 不等式 $\sqrt{2-x} > x$ 的解集是（ ）。

(A) $\{x | x < 1\}$. (B) $\{x | -2 < x < 2\}$.

(C) $\{x | 0 \leq x < 1\}$. (D) $\{x | x < 0\}$.

4. 函数 $f(x) = \sqrt{\sin^2 x - \sin^4 x}$ 的最小正周期是

()。

(A) 2π .

(B) π .

(C) $\frac{\pi}{2}$.

(D) $\frac{\pi}{4}$.

5. 如果 $0 < a < 1$, $0 < b < 1$, 且 $a \neq b$, 则下列各式中最大的为 ().

(A) $2\sqrt{ab}$.

(B) $2ab$.

(C) $a^2 + b^2$.

(D) $a + b$.

6. 有10位同学, 男女学生各半, 现要从中选出4人组成宣传小组, 规定小组中必有男女成员, 那么不同的选法有 ().

(A) 210种.

(B) 200种.

(C) 150种.

(D) 100种.

7. 如果 $(n+i)^4$ 是正实数, 则实数 n 的值是 ().

(A) $-1, 1$.

(B) $0, 1$.

(C) $-1, 0, 1$.

(D) 0 .

8. 已知圆台的底面半径分别为 R 与 r ($R > r > 0$), 一平行于底面的平面将圆台的侧面分为面积相等的两部份, 那么截面的半径是 ().

(A) $\frac{R+r}{2}$.

(B) $\sqrt{Rr}$.

(C) $\sqrt{\frac{R^2 + r^2}{2}}$.

(D) 不能确定.

9. 若 $r \in R^+$, 且直线 $x + y = r$ 与圆 $x^2 + y^2 = r$ 相切, 则 r 等于 ().

(A) $\frac{1}{2}$.

(B) 1.

(C) $\sqrt{2}$.

(D) 2.

10. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的两个焦点把夹

在两条准线间的线段三等分, 那么这个椭圆的离心率是
().

(A) $\frac{1}{2}$.

(B) $\frac{1}{3}$.

(C) $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

(D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

11. 极坐标方程 $\rho = \sqrt{1 - \sin^2 \theta}$ 所表示的曲线是
().

(A) 过极点而且圆心在极轴上的半圆.

(B) 垂直于极轴的直线.

(C) 过极点而且圆心在 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 的直线上的圆.

(D) 圆心在 $\theta = 0$ 的直线上, 半径为 $\frac{1}{2}$ 且外切于极点的两个等圆.

12. 已知命题

① 直线 a 在平面 α 外, 则直线 a 与 α 内的任何一点都可以确定一个平面.

② 直线 $a \parallel b$, 又直线 a 与 c 是异面直线, 则直线 b 与 c 也是异面直线.

③一个角的两边分别平行于另一个角的两边，则这两个角相等。

④直线 $a \parallel b$ ，则直线 a 就平行于过 b 的平面。

这四个命题中，正确命题的个数是()。

(A) 0. (B) 1.

(C) 2. (D) 4.

13. 角 α 与 β 的终边关于 x 轴对称的充要条件是()。

(A) $\cos \alpha = \cos \beta$, (B) $\alpha = -\beta$.

(C) $\alpha + \beta = 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

(D) $\begin{cases} \alpha = 2k\pi + \theta \\ \beta = 2k\pi - \theta \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

14. 如果 $\arccos x > 2$ ，那么 x 的取值范围是()。

(A) $-1 \leq x < 0$. (B) $|x| \leq 1$.

(C) $-1 \leq x < \cos 2$. (D) $\cos 2 < x \leq 1$.

15. 已知奇函数 $f(x)$ 在区间 $[-b, -a]$ 上($b > a > 0$)是减函数，且在此区间上 $f(x) > 0$ ，那么 $|f(x)|$ 在区间 $[a, b]$ 上是()。

(A) 增函数。

(B) 减函数。

(C) 常数。

(D) 增减性不确定。

二、填空题(本题满分20分，每一个小题满分4分，只要求直接填写结果)

16. 函数 $y = a^{x-2} + 2$ 的图象对任意的 $a > 0$ 都经过同一点，这个点的坐标是_____。

17. 方程 $\sin x - \cos x + 1 = 0$ 的解集是_____。

18. 关于 x 的方程 $C_{10}^{x-2} = C_{10}^{5-x}$ 的解为_____。

19. 已知抛物线的顶点在原点, 焦点在 y 轴上, 抛物线上的一个点的纵坐标是 -3 , 且该点与焦点的距离是 5 , 则抛物线的方程是_____.

20. 已知半径为 R 的球及球外一点 P , 在 P 处可以看到球面的 $\frac{1}{3}$, 那么点 P 到球面的最近距离为_____.

三、解答题 (本题满分 55 分)

21. (本小题满分 7 分)

证明: $\left(\cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{2} \right) \left(\cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2} \right)$

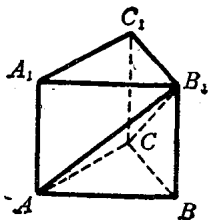
$$\left(1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right) = 1.$$

22. (本小题满分 8 分)

已知: 如图, 直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的侧棱的长为 a , 底面的边 $AC = BC = a$, 且 $AC \perp BC$.
求:

(i) 四棱锥 $B_1 - ACC_1A_1$ 的体积;

(ii) 二面角 $B - AB_1 - C$ 的大小.



23. (本小题满分 8 分)

已知: 一条直线 l 经过椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 的左焦点 F , 被椭圆截得线段 AB , 且有

$$|AF| : |FB| = 1 : 2.$$

求: 直线 l 的方程.

24. (本小题满分10分)

已知: 非空集合 A, B , 其中 $A = \{z \mid z = (3m - \log \sqrt{2} -$

$$\frac{k+1}{k}) + (m + \log_2 \frac{k+1}{k})i\}, B = \{z \mid |z| \leq |3m$$

$- 1| \}$, 对任意的实数 m 都有 $A \cap B = \phi$.

求: 实数 k 的取值范围.

25. (本小题满分10分)

已知: 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n + S_n = n$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = a_1$, 且 $b_n = a_n - a_{n-1} (n \geq 2)$.

(i) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(ii) 证明 $\{b_n\}$ 是等比数列;

(iii) 若 $B_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n$, 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} B_n$.

26. (本小题满分12分)

已知: 平面上两条曲线 C_1 和 C_2 , 曲线 C_1 的方程为 $y^2 = 3x - 4m - 2\cos^2 t$, 曲线 C_2 为双曲线, 其中心是 $(-m \sin t, 0)$, 焦距为 $2\sqrt{5}$, 虚轴的长为2且与 y 轴

平行, 其中 $t \in (0, \frac{\pi}{2})$, $m \in \mathbb{R}$.

(i) 求曲线 C_2 的直角坐标方程;

(ii) 若曲线 C_1 与 C_2 至少有一个公共点, 求 m 的取值范围.

江 苏 省

一、填空题（本题满分24分。每一个小题满分2分。只要求直接填写结果）

1. 已知集合 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

2. 方程 $3^x - 9 = 0$ 的解是 _____.

3. $\log_2 3 \cdot \log_3 8 =$ _____.

4. 如果 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ($\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$), 那么 $\tan \alpha =$ _____.

5. 若 1、 a 、-9 三数成等差数列, 则 $a =$ _____.

6. 平面内有八个点, 任何三个点不在同一直线上, 以每三点为顶点画一个三角形, 共可画 _____ 个三角形.

7. 过点 $(1, -2)$ 且与直线 $x + 2y - 1 = 0$ 平行的直线方程为 _____.

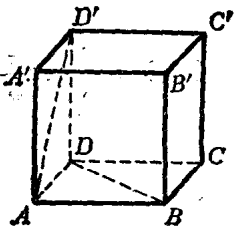
8. 用 1、2、3、4、5 这五个数字, 可组成 _____ 个没有重复数字的四位数.

9. 点 $(1, 1)$ 到直线 $3x + 4y - 2 = 0$ 的距离等于 _____.

10. 圆 $x^2 + y^2 - 6x + 12y - 4 = 0$ 的半径 $r =$ _____.

11. 如右图, 在棱长为 a 的正方体中, AA' 与 BC 的距离等于 _____.

12. 在右图所示的正方体中, AD' 与 BD 所成的角等于 _____.



二、选择题（本题满分36分。每一个小题都给出代号为A、B、C、D的四个结论，其中只有一个是正确的，把你认为正确的结论的代号写在题后的圆括号内。每一个小题选对得3分，不选或选错一律得0分）

13. “ $b = 0$ ” 是 “直线 $y = kx + b$ 经过原点” 的
().

(A) 充分条件而不是必要条件.

(B) 必要条件而不是充分条件.

(C) 充要条件.

(D) 既不是充分条件，又不是必要条件.

14. 抛物线 $y^2 = 4x$ 的准线方程为 ().

(A) $x = 2$.

(B) $x = -2$.

(C) $x = 1$.

(D) $x = -1$.

15. 函数 $f(x) = x \cos \frac{x}{2}$ 是 ().

(A) 奇函数.

(B) 偶函数.

(C) 既非奇函数，又非偶函数.

(D) 既是奇函数，又是偶函数.

16. 复数 $1 - \sqrt{3}i$ 的三角形形式是 ().

(A) $2 \left(\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3} \right)$.

(B) $-2 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$.

$$(C) 2 \left[\cos \left(-\frac{\pi}{3} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{3} \right) \right].$$

$$(D) 2 \left(\sin \frac{5\pi}{6} + i \cos \frac{5\pi}{6} \right).$$

17. 下列各式中正确的是().

$$(A) \log_2 0.3 < 0.3^2 < 2^{0.3}.$$

$$(B) 0.3^2 < 2^{0.3} < \log_2 0.3.$$

$$(C) 0.3^2 < \log_2 0.3 < 2^{0.3}.$$

$$(D) \log_2 0.3 < 2^{0.3} < 0.3^2.$$

18. 双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 的两条渐近线方程为().

$$(A) \frac{x}{9} \pm \frac{y}{16} = 0. \quad (B) \frac{x}{9} \pm \frac{y}{16} = 1.$$

$$(C) \frac{x}{3} \pm \frac{y}{4} = 0. \quad (D) \frac{x}{3} \pm \frac{y}{4} = 1.$$

19. 复数 $\frac{1}{1+i}$ 的共轭复数是().

$$(A) \frac{1}{2} (1+i). \quad (B) 1+i.$$

$$(C) \frac{1}{2} (1-i). \quad (D) 1-i.$$

20. 极坐标方程 $\rho = \frac{4}{2 - \cos \theta}$ 表示的曲线是().

$$(A) \text{圆}. \quad (B) \text{椭圆}.$$

$$(C) \text{双曲线}. \quad (D) \text{抛物线}.$$

21. 在空间, 下述命题中正确的是().

- (A) 若直线 $a \parallel$ 平面 α , 直线 $b \perp a$, 则 $b \perp \alpha$.
 (B) 若直线 $a \perp$ 直线 b , 直线 $c \perp b$, 则 $a \parallel c$.
 (C) 若平面 $\alpha \perp$ 平面 γ , 平面 $\beta \perp$ 平面 γ , 则 $\alpha \parallel \beta$.
 (D) 若直线 $a \perp$ 平面 α , $a \perp$ 平面 β , 则 $\alpha \parallel \beta$.

22. 若 $f(x) = \begin{cases} \sin x, & x \in (0, +\infty), \\ \cos x, & x \in (-\infty, 0). \end{cases}$

则 $f\left(\frac{\pi}{2}\right) + f\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ 的值是().

- (A) 1. (B) 0.
 (C) -1. (D) 2.

23. 若圆锥、圆柱的底面直径和它们的高都等于一个球的直径, 则圆锥、圆柱、球的体积之比为().

- (A) 1 : 3 : 4. (B) 1 : 3 : 2.
 (C) 1 : 2 : 4. (D) 1 : 4 : 2.

24. 直线 $ax + by + c = 0$ ($ab < 0$) 的倾斜角是().

- (A) $\arctg \frac{a}{b}$. (B) $\arctg \left(-\frac{a}{b}\right)$.
 (C) $\pi - \arctg \frac{a}{b}$. (D) $\pi - \arctg \left(-\frac{a}{b}\right)$.

三、解答题 (本题满分60分.)

25. (本小题满分6分)

在 $(a+b)^n$ 展开式的二项式系数中, 已知 $C_n^2 = 15$, 求

$S = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n$ 的值.

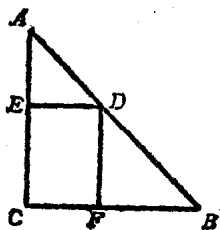
26. (本小题满分6分)

已知函数 $f_1(x) = a + \frac{b}{x}$, $f_2(x) = x$, 其中 a, b 为

常数, $f_1(1) = 1$, 方程 $f_1(x) = f_2(x)$ 有重根. 求 a, b 的值.

27. (本小题满分6分)

如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = BC = a$, D 为 AB 边上的动点, $BE \perp AC$, $DF \perp CB$. 求 $Rt\triangle AED$ 与 $Rt\triangle DFB$ 面积之和 S 的最小值.

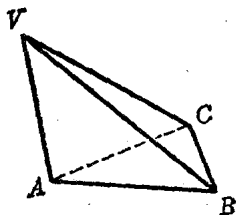


28. (本小题满分6分)

解方程 $\cos^2 x - \sin x \cos x = \frac{1}{2}$ (用解集表示).

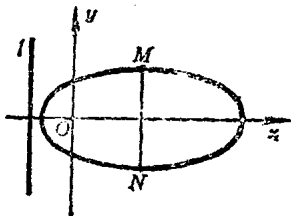
29. (本小题满分8分)

在三棱锥 $V-ABC$ 中, 已知 $VA \perp$ 底面 ABC , $BC \perp AC$, $\angle BAC = 30^\circ$, $AC = AV = a$. 求: (1) 三棱锥 $V-ABC$ 的体积; (2) 侧面 VBC 和底面 ABC 所成二面角的度数.



30. (本小题满分8分)

求以直线 $l: x = -2$ 为准线、原点为相应焦点的动椭圆短轴 MN 的端点的轨迹方程.



31. (本小题满分10分)

已知 $f(x) = \sqrt{2x^2 + 1}$ ($x > 0$), 数列 $\{a_n\}$ 满足

$$\begin{cases} a_1 = 1, \\ a_n = f(a_{n-1}). \end{cases} \quad (n \geq 2, n \in N)$$

(1) 写出数列 $\{a_n\}$ 的前五项, 试归纳出 a_n 的表达式, 并用数学归纳法证明;

(2) 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - a_n^2}{3^n - 2}$;

(3) 若 $b_1 = \frac{2}{a_1 + a_2}$, $b_2 = \frac{2^2}{a_2 + a_3}$, $\dots$, $b_n = \frac{2^n}{a_n + a_{n+1}}$,

$\dots$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项的和 S_n .

32. (本小题满分10分)

已知曲线 C 的参数方程是 $\begin{cases} x = 2 \cos \theta, \\ y = \sin \theta. \end{cases}$

(1) 若 A 、 B 是曲线 C 上关于坐标轴不对称的任意相异两点, 求这两点的对称轴 l 在 x 轴上截距 t 的取值范围 D ;

(2) 设 $t_0 \in D$, 过点 $M(t_0, 0)$ 的直线 l 是曲线 C 上关于坐标轴不对称的相异两点 A 、 B 的对称轴, 求直线 l 的斜率 k 的取值范围.

福 建 省

一、选择题 (本题满分36分, 每一个小题都给出代号为 A、B、C、D 的四个结论, 其中只有一个结论是正确的, 把你认为正确的结论的代号写在题后的圆括号内, 每一个小题选对