

# 力学与工程应用

(第十卷)

杜庆华 主编

中国林业出版社

# 力学与工程应用

(第十卷)

杜庆华 主编

中国林业出版社

**图书在版编目 (CIP) 数据**

力学与工程应用. 第 10 卷/杜庆华主编. - 北京: 中国林业出版社,  
2004.7

ISBN 7-5038-3818-3

I . 力… II . 杜… III . ①力学-文集②力学-应用-文集 IV . 03 - 53

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 068472 号

**出版:** 中国林业出版社 (100009 北京西城区刘海胡同 7 号)

E-mail: cfphz@public. bta. net. cn 电话: 66184477

**发行:** 中国林业出版社

**印刷:** 北京林业大学印刷厂

**版次:** 2004 年 7 月第 1 版

**印次:** 2004 年 7 月第 1 次

**开本:** 787mm × 1092mm 1/16

**印张:** 24.5

**字数:** 528 千字

**印数:** 1~500 册

**定价:** 60.00 元

## 前　　言

北方七省、自治区、直辖市（北京市、天津市、河北省、河南省、山东省、山西省、内蒙古自治区）力学学会第十届学术会议将于2004年7月在河南省郑州市召开。近二十年来，北方七省、自治区、直辖市力学学会学术工作委员会每两年举办一次这种联合的学术交流活动，得到广大力学工作者的积极参与，得到各力学学会领导的大力支持。学术交流活动的学术氛围愈来愈浓，学术水平也在不断提高，并且逐步形成一批学术骨干力量，这是值得庆贺的。我期待这种联合学术交流活动能继续坚持下去，并且愈办愈好，为北方七省、自治区、直辖市力学学科的繁荣和发展，为培养激励年轻力学人才的脱颖而出做出贡献。

参加本届学术交流并编辑出版的论文共89篇。这些论文是经各力学学会审稿推荐、经2003年10月天津召开的《力学与工程应用》编委会审定通过的。内容涉及：流体力学6篇、固体力学13篇、计算力学13篇、一般力学与振动13篇、工程应用14篇、实验力学10篇、力学教学研究20篇等。

感谢学术工作委员会和编委会各位同仁为论文集的编审出版所付出的辛勤劳动，衷心感谢中国林业出版社多年来的大力支持和帮助。

杜庆华  
2004年6月

# 目 录

## 第一部分 流体力学

超音速边界层壁面扰动演化的数值模拟研究 .....	闫溟 罗纪生	(2)
超音速平板边界层基本流的计算及与 Blasius 解的比较 .....	苏彩虹 曹伟	(6)
民用燃气热水器中燃烧器内流场的数值研究 .....		
..... 彭杰 叶尚军 朱克勤 卢楚鹏 马靖 夏昭知		(12)
四阶张量的二阶张量分解 .....	黄永念	(16)
湍流局部平均速度结构函数与湍流多尺度相干结构 .....	刘建华 姜楠 舒玮	(21)
物体水中运动参数测量数据处理方法研究 .....	胡德斌	(25)

## 第二部分 固体力学

板壳结构截面优化及其对 MSC.Nastran 的二次开发 .....		
..... 隋允康 金雪燕 杜家政 龙连春		(30)
半平面体孔洞应力集中问题的无网格法 .....	杨学英 张敦福	(34)
充满液体的弹塑性圆柱壳轴向冲击屈曲的计算机仿真 .....		
..... 孙华东 潘柯 张善元		(38)
带鳍状凸肩结构汽轮机叶片的接触分析 .....	李英 秦飞 田东强	(42)
钢筒仓的加强环的屈曲分析和有限元计算 .....	李海涛 王志华 马宏伟	(47)
含裂纹悬臂梁参数识别方法的研究 .....	王志华 程载斌 张立军 马宏伟	(52)
纳米复合陶瓷微观结构的模拟 .....	闫超 周慎杰	(56)
平面应变状态下考虑细观各向异性的变温马氏体相变的数值模拟 .....		
..... 刘露 韦广梅 史志铭 国越妍 蔡玄晖		(61)
人工全髋关节松动病因的生物力学分析研究进展 .....	唐六丁 朱坚民 赵为民	(65)
塑性材料杆的强度计算 .....	王禾稼	(69)
斜弯曲梁正应力分析和位移计算 .....	张婷 张效松	(72)
杨木单板层积材弯曲应力的简化算法 .....	李宁 鹿振友	(76)
植物细胞的力学模型研究进展 .....	付志一 焦群英	(80)

### 第三部分 振动与一般力学

- 低速物体空中转弯动力的工程估算 ..... 马震宇 (86)  
调整结构参数进行结构频率控制方法的研究 ..... 吴泽玉 张存超 王东炜 (90)  
二辊式冷轧管机架系统的动力学分析及参数优化设计 ..... 梁清香 林金保 (96)  
关于台球运动中一些现象的力学分析 ..... 赵秀丽 赵东 (101)  
荷重传感器固有频率的测试与分析 ..... 马惠敏 李士彬 汤红卫 (105)  
机器人动力学模型中 C 矩阵性质 ..... 温建平 (108)  
拉格朗日方程能量积分的推导 ..... 陈丰 孙利民 (111)  
钠阀抗震性能分析计算 ..... 王亲猛 庄未 卢绪智 (115)  
汽车动力传动系扭振固有特性分析 ..... 刘圣田 胡庆泉 (119)  
太阳翼振动模拟墙结构动力特性的数值分析 ..... 赵东 孙艳玲 (123)  
微小卫星整星结构动力特性数值分析 ..... 张晓燕 杨姝 (126)  
圆轮纯滚动时静滑动摩擦力方向的确定 ..... 段淑敏 孔艳平 (130)  
组合结构频率优化设计方法 ..... 梁醒培 李杰 石庆华 李延龄 (134)

### 第四部分 计算力学

- 边界元法的大规模计算 ..... 姚振汉 王海涛 王朋波 雷霆 (140)  
堤坝渗流问题 ANSYS 分析 ..... 孙克俐 周锡初 王乐芹 (144)  
改进的无网格伽辽金法在线弹性裂纹计算中的应用 ..... 赵艳荣 杜烨 (148)  
杆件塑性矫直的非线性有限元分析 ..... 叶金铎 赵连玉 沈兆奎 刘艳玲 (152)  
基于遗传神经网络的固体火箭发动机比冲预测应用 ..... 张永芝 李卓 段志信 (158)  
基于自然邻近插值的无网格法 ..... 王凯 周慎杰 冀翠莲 (162)  
考虑偶应力的无网格法 ..... 张瑞霞 王锡平 周慎杰 (167)  
考虑应变梯度的数值计算方法 ..... 马健 王锡平 周慎杰 (171)  
坦克变速箱箱体有限元分析 ..... 曹凤利...薛孟君 (175)  
无网格伽辽金法在疲劳断裂中的应用 ..... 杜烨 赵艳荣 汤红卫 (179)  
用二级控制法优化二维连续体形状 ..... 隋允康 李栋 龙连春 管昭 (183)  
有限元法及边界元法应用于复合黏塑性多孔材料模拟 ..... 吴宇清 姚振汉 (189)  
紫瑞 CAE 中的多种单元混合建模 ..... 沈霖 (194)

## 第五部分 工程应用

- 冲击载荷作用下弹塑性梁的反常动力行为 ..... 梁卫民 吴桂英 (200)  
电气化铁路接触网承力索终端锚固线夹失效的力学分析 .....  
..... 秦飞 任兴堂 付智国 (204)  
钢筋混凝土偏心受拉构件性能研究 ..... 张建军 康庆 刘体锋 (209)  
高速铁路桥梁下部结构设计主要问题 ..... 张军 (214)  
工作台温度场数值模拟 ..... 杨秀萍 张波 王鹏林 赵清亮 (218)  
机床模态分析中工况的确定及模拟刀杆与夹具的设计 ..... 杨理诚 (222)  
铰接两杆的参考弯矩图求作与方程建立 ..... 刘光好 (226)  
聚丙烯纤维束增强砂浆混凝土的弯曲性能试验研究 ..... 王莉英 王显耀 (230)  
拉索垂度的实用解法 ..... 王炳福 (234)  
锚下锯齿块受力分析及配筋设计 ..... 宋毓澜 (238)  
某型发射装置筒盖系统弹性支撑方案研究 ..... 赵恒 王汉平 余文辉 (242)  
影响浅水平台必须做详细疲劳分析的因素 ..... 刘杰鸣 (246)  
周边简支非线性热弹耦合椭圆板的振动分析 .....  
..... 李志刚 张晓晴 兰姣霞 树学锋 (254)  
最大熵原理在水闸随机变量概率分布模型中的应用  
..... 邹春霞 申向东 李瑞平 (259)

## 第六部分 实验力学

- 低碳钢拉伸变形细观结构演化的有限元模拟 ..... 李建宝 史志铭 (264)  
定向凝固合金再结晶表层的力学行为研究 .....  
..... 梅海霞 李运菊 施惠基 张卫方 (268)  
对 PMMA / nano-SiO<sub>2</sub> 纳米复合材料增强机理的探讨 .....  
..... 刘美华 李鸿琦 张震宇 王静 左洪盛 (272)  
粉末冶金盘材料 FGH95 热/机械疲劳行为试验研究 .....  
..... 张国栋 刘绍伦 何玉怀 汪武祥 杨治国 (276)  
混杂纤维增强砂浆混凝土的试验研究与增强机理分析 ..... 王显耀 王莉英 (280)  
火车车轮表面残余应力状态的分析研究 ..... 黄惠茹 张亦良 张伟 (284)  
开放实验——残余应力测定 ..... 程咏梅 (290)

散斑灰度分布对数字散斑相关计算方法测量精度的影响 .....	舒庆琏 阮江涛 佟景伟	(294)
双材料界面裂纹断裂参数的实验测定 .....	常红 牛学仁 祝伟荣	(299)
铜基粉末冶金摩擦材料冲击滑移剪切破坏 .....	刘建秀 邵建敏 韩长生 李英华 张祖根	(304)

## 第七部分 教学研究

《理论力学》CAI 多媒体教学的实践 .....	胡庆泉 刘圣田 鞠吉洪	(310)
Maple 在《材料力学》中的应用（一）——拉压中的应力集中和变截面问题 .....	李银山 邢素芳 马玉英 于文英	(312)
Maple 在理论力学中的应用研究 .....	郭全梅 李银山	(316)
材料力学电测实验网上方案设计的研究与实现 .....	关学锋 谢占魁 李艳辉	(320)
材料力学教学中的“工程化”训练 .....	张亦良 李晓阳	(324)
材料力学课程教学创新研究 .....	张世芳 白庆华 赵树朋 李猛	(328)
材料力学拉伸试验教学改革 .....	王燕群	(331)
高等院校工程力学实验课程的改革 .....	赵宝虎 孙大成	(334)
高等职业教育基础课程考试改革的思考 .....	张才 王桂珍	(338)
高职类工程力学课程教学改革的研究和探讨 .....	张才 王桂珍	(341)
工程力学案例教学中案例的选取 .....	杨姝 段志信 韦广梅	(345)
加强力学知识教育 提高人才培养素质 .....	孙利民 陈 丰 秦力一	(347)
开放式实验教学的探索与实践 .....	谢占魁 李艳辉 孙华东	(351)
力学课程培养学生能力的探讨与实践 .....	沈晓阳 王平 徐苏阳	(355)
浅析《力学史》在工科学生力学教学中的作用 .....	薛春霞	(359)
研究生弹塑性力学教学方法及问题研讨 .....	原方	(362)
以材料力学课程为载体，培养学生严密和开放的创新思维能力 .....	秦飞 隋允康	(366)
在基础力学中开展双语教学的几点思考 .....	王世斌	(370)
在力学教学中培养学生的创造性思维能力 .....	李文洪	(374)
中学物理力学教学中培养学物理思维能力几点体会 .....	曲英姿	(379)

# **第一部分**

**流体力学**

# 超音速边界层壁面扰动演化的数值模拟研究\*

闫溟 罗纪生

(天津大学力学系, 天津, 300072)

**摘要** 本文通过数值模拟的方法, 初步研究了从壁面引入的抽吸-引射扰动演变成 T-S 波的过程, 发现在壁面加抽吸-引射扰动后, 的确可以在下游某一位置形成 T-S 波, 扰动的引入方式(壁面条件和对哪个物理量加扰动), 对各种特征物理量的演化速度有影响, 各扰动分量并不能同时形成标准的 T-S 波。在相同的条件下, 外加扰动沿空间的分布对该扰动的演化影响不大。最终都可以形成 T-S 波, 而且演化速度也很接近。

**关键词** 流动稳定性; 边界层控制; 抽吸-引射; T-S 波; 特征函数; 增长率

## 一、引言

层流边界层和湍流边界层在力学特性上有着相当大的差异, 因此根据工程实际需要对边界层进行控制是非常重要的。人们通过各种方法控制边界层的转换位置, 从而使边界层尽可能保持我们所希望的流动状态。其中, 从壁面处引入抽吸-引射扰动的方法具有操作简单, 效果明显的特点。由于这一特点, 该方法被广泛地应用在工程及实验当中。同时人们对该控制方法也作了一定的研究, 但大多是从实验方面研究的, 而且由于实验条件所限, 研究主要集中在亚音速部分。

本文将通过直接数值模拟的方法, 对二维超音速边界层中扰动的演化进行数值模拟。在壁面处引入周期性定向抽吸-引射扰动, 研究该扰动从引入边界层到完全演化成 T-S 波的过程。着重讨论抽吸-引射扰动演化成 T-S 波所需的空间距离; 在此期间其扰动幅值的变化; 壁面开口的尺寸以及所加扰动扰动形式的不同对其演化的影响。

## 二、问题的数学描述及处理

流动同时满足连续性方程、动量方程和能量方程, 此外还用到了状态方程:  
 $p = \rho RT$ , 其中,  $R$  为气体常数; 热力学关系:  $R = c_p - c_v$ , 定压比热  $c_p = \frac{R}{\gamma - 1}$ , 定

\* 基金资助: 国家自然科学基金资助项目(批准号: 10172066)。

容比热  $c_v = \frac{R}{\gamma-1}$ , 比热比  $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1.4$ ; 黏性系数  $\mu$  服从 Sutherland 公式:  $\frac{\mu}{\mu_e} = \left(\frac{T}{T_e}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{T_e + C}{T + C}$ ,

其中  $C = 110.4K$ ; 热传导系数与黏性系数成比例,  $\lambda = \lambda_e \mu$ 。

由于该方程组中各微分项的力学特性有所不同, 故对不同的项采用相应的差分格式。对时间的偏导采用二阶 Runge-Kutta 方法, 对流项采用五阶精度的弱迎风紧致格式, 在边界处降为三阶精度的弱迎风紧致格式, 黏性项采用六阶精度的中心型弱迎风紧致格式, 边界处用二阶精度的中心型差分格式代替。在边界条件方面, 本文在壁面处采用定温无滑移条件。

### 三、结果与分析

本文数值模拟了外流马赫数为 4.5 的平板边界层扰动的演化过程。气体参数取相当于 5000 米高空处之值<sup>[1]</sup>, 它对应于某些空空或地空导弹的飞行环境, 雷诺数等于 90000。所讨论的扰动问题在物理意义上相当于在平板上开一个小口, 在小口上覆一层薄膜, 然后给薄膜以激振。在数值模拟时只对  $y$  方向速度  $v$  加扰动, 定温, 其余流动参数由连续性方程和状态方程得出。

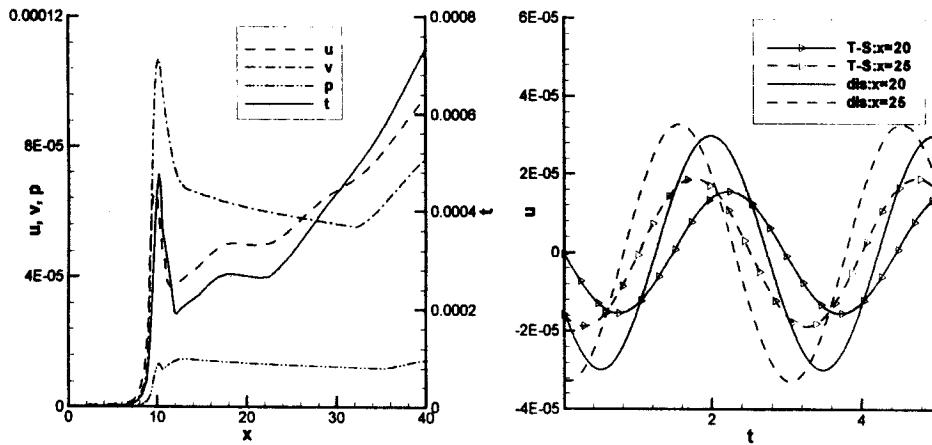


图 1 各流动参数的扰动幅值的增长

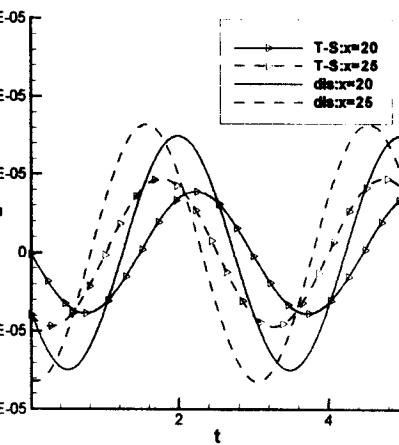


图 2 固定空间位置扰动随时间的变化

由于线性理论的计算结果与真实情况有一些差别, 本文首先在入口处加 T-S 波, 将该数值模拟的结果作为参照, 研究相同频率的壁面扰动的演化过程。根据结果我们看出, 由于是超音速流, 所以扰动对上游的影响极小, 只有在边界层当中有一些微小的扰动, 该扰动沿  $y$  方向的幅值分布与 T-S 波的有一定的差别, 同时二者的增长率也相差很多。扰动在向下游的传递过程当中不断演化, 扰动能量在各流动参量间重新分配, 以及与周围流场进行能量交换。在壁面加扰动处之后的 30 个单位长度 (这里均以

入口处的位移厚度无量纲化)内,各曲线都有几个明显的折点,如图1所示。在此过程中扰动虽没有完全演化成T-S波,但其传播速度与T-S波的相同,并且空间任意点处的扰动值随时间的变化满足正弦关系,如图2。

扰动的速度分量最先演化成T-S波,大约在离壁面扰动处25~30(这里均以入口处的位移厚度无量纲化)距离的地方,这些特征物理量就已经充分演化成为T-S波了;压力的大约在45的地方;而温度的演化则相对较慢,大约在离壁面扰动50处完全演化成为T-S波。这有可能是因为本文在壁面处只对垂直壁面方向的速度加扰动,由于连续性的限制,沿两个方向的速度的扰动演化速度较为接近;而内能和动能的转化过程相对复杂一些,所以温度的演化速度较慢。(图3,图4)。

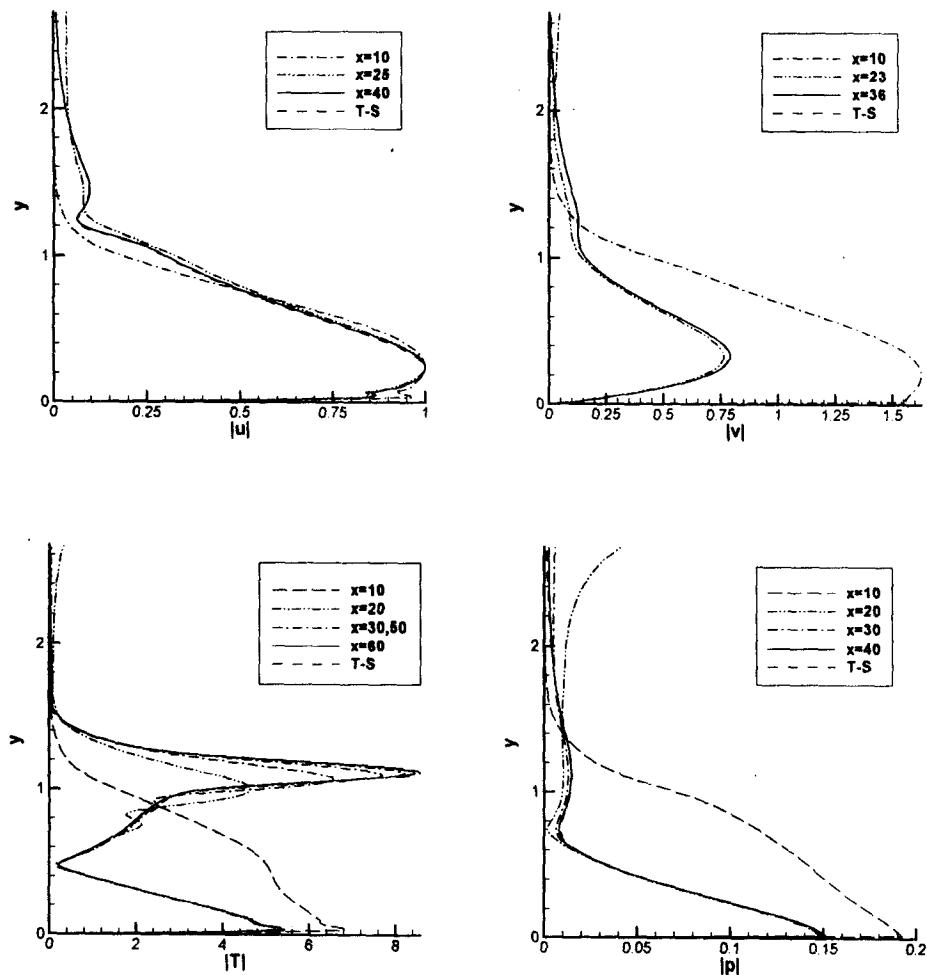


图3 速度u、v压力p及温度T的扰动幅值剖面与入口加T-S波的比较

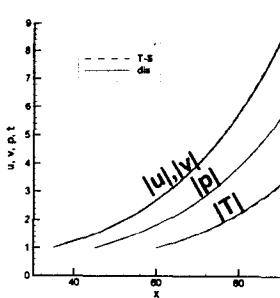
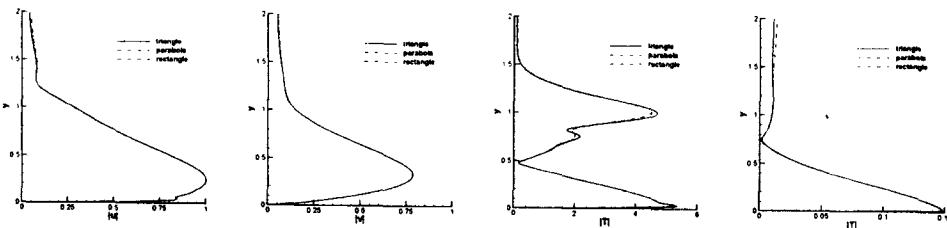
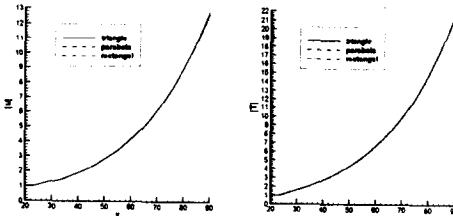


图 4 扰动的各个分量的增长率的比较

图 5 特征函数  $u$ 、 $v$ 、 $T$ 、 $p$  的比较图 6 扰动  $u$  和  $T$  的增长曲线的比较

综上所述，在壁面加抽吸-引射扰动后，的确可以在下游某一位置演化成 T-S 波，扰动的引入方式（壁面条件和对哪个物理量加扰动），对各种特征物理量的演化速度有影响，各扰动分量并不能同时形成标准的 T-S 波。在相同的条件下，外加扰动沿空间的分布对该扰动的演化影响不大。最终都可以形成 T-S 波，而且演化速度也很接近。

## 参 考 文 献

- 1 黄章峰, 周恒. 超音速边界层中二维小扰动的演化及小激波的产生. 应用数学和力学, 2004, 25(1): 1~8
- 2 Poinsot T J, Lele S K. Boundary Conditions for Direct Simulations of Compressible Viscous Flows, Journal of Computational Physics, 1992, 101:104~129

# 超音速平板边界层基本流的计算 及与 Blasius 解的比较\*

苏彩虹 曹伟

(天津大学力学系, 天津, 300072)

**摘要** 本文假设在平板前缘的上游为均匀的超音速来流, 然后基于 N-S 方程, 用数值模拟的方法计算出该平板边界层的定常基本流。而其他人还试了以 Blasius 相似性解作为初始流场, 再利用 N-S 方程数值计算了基本流场。将两种方法的计算结果进行了比较, 证实了直接赋相似性解而求平板定常基本流场的方法是可行的。

**关键词** N-S 方程; 均匀流; 数值模拟; 边界层

## 一、引言

未来航空航天技术的发展迫切需要解决可压缩湍流及转捩问题<sup>[1, 2]</sup>。转捩问题的研究往往是从稳定性开始的。研究平板超音速可压缩流动稳定性问题, 必须首先得到满足 N-S 方程的定常基本流场。传统做法是假设平板前缘的上游是均匀的超音速流, 然后通过数值求解 N-S 方程, 算出平板的定常基本流场。其他人<sup>[3, 4]</sup>还尝试了以 Blasius 相似性解作为初始流场, 再利用 N-S 方程计算基本流场的研究方法。与传统做法相比, 可节省大量的计算时间。但是, 此方法与传统方法求得的基本流场是否相符是值得研究的。

本文即采用传统方法, 基于 N-S 方程, 分段算出平板的定常基本流, 然后与用 Blasius 相似性解作初始流场算出的定常基本流进行比较, 验证直接赋相似性解求平板定常基本流的方法的可行性。

## 二、计算方法

本文采用的符号及方程均与文献[3]相同, 为节省篇幅, 不在本文中重复。

### 2.1 计算方法

由于转捩通常不会在很靠近前缘处发生, 我们必须计算较长一段流场。而由于计算机容量所限, 只好分段计算。第一段包括平板前缘, 可能会有弱激波出现, 因此对流项在通量分裂后采用一阶精度的迎风格式, 粘性项用二阶中心型差分格式, 时间方向上采用一阶精度显格式。后面的各段, 则对流项用五阶精度的迎风紧致格式, 粘性项用六阶

\* 国家自然科学基金和重大研究计划资助项目(批准号: 90205021, 10135010)。

中心型紧致格式，时间方向上用二步 R-K 方法。

(1) 五阶精度的弱迎风紧致格式：

$$\begin{aligned} 2 \frac{\partial E_{i-1}^+}{\partial x} + 3 \frac{\partial E_i^+}{\partial x} &= \frac{1}{12\Delta x} (-E_{i+1}^+ + 12E_{i+1}^+ + 36E_i^+ - 44E_{i-1}^+ - 3E_{i-2}^+) \\ 3 \frac{\partial E_i^-}{\partial x} + 2 \frac{\partial E_{i+1}^-}{\partial x} &= \frac{1}{12\Delta x} (E_{i-2}^- - 12E_{i-1}^- - 36E_i^- + 44E_{i+1}^- + 3E_{i+2}^-) \end{aligned} \quad (1)$$

(2) 六阶精度的中心型差分格式：

$$12 \frac{df_{i-1}}{\partial x} + 36 \frac{df_i}{\partial x} + 12 \frac{df_{i+1}}{\partial x} = \frac{28(f_{i+1} - f_{i-1}) + (f_{i+2} - f_{i-2})}{\Delta x} \quad (2)$$

(3) 时间二阶精度格式：

$$\frac{dx}{dt} = f(x, t), \quad x_{j+1}^* = x_j + \Delta t * f(x_j, t), \quad x_{j+1} = x_j + \frac{1}{2} \Delta t * [f(x_j, t) + f(x_{j+1}^*, t)] \quad (3)$$

在开始时，用一阶格式进行数值计算，为了提高计算效率和边界层内的精度， $y$  方向采用靠近壁面处网格较密的变网格。具体方法为用下列变换将  $s$  上的均匀网格变为  $y$  上的非均匀网格：

$$a = \frac{2(dy_n/dy_0)}{\sqrt{(1 + 8(dy_n/dy_0)) + 3}} \quad y = \frac{yl * s}{1 + a(1 - s^2)}, \quad s \in [0, 1] \quad (4)$$

其中， $dy_n/dy_0$  是边界处一个网格宽度和壁面处一个网格宽度之比， $yl$  为  $y$  方向计算域高度， $s$  是  $0 \sim 1$  的参数。 $x$  方向采用均匀网格。

## 2.2 边界条件

对第一段，下边界由一部分无边界区域和固壁组成。平板前缘上游放置两排点，其流动参数全部给定，上边界则用向外插值方法，底边界固壁部分为等温无滑移固壁，出口采用向一阶向外插值的方法。对以后各段，则在上边界处，用 Lele 建议的完全无反射边界条件<sup>[5]</sup>，出口采用三阶向外插值的方法。底边界固壁部分的等温无滑移条件不变。

## 三、第一段的计算结果

### 3.1 计算条件

入口处的均匀流速度、压力和温度取为： $v = 0, p = 1/\gamma Me^2, T = T_\infty$ 。来流  $Me = 4.5$ ，气体参数取相当于 5000m 高空处之值。在  $H = 5000m$  处，查表得  $T_\infty = 255.7 K$ ， $c_\infty = 320.5 m/s$ ， $p_\infty = 0.54048 \times 10^5 Pa$ ， $\rho_\infty = 0.73647 kg/m^3$ ， $\mu_\infty = 1.628 \times 10^{-5} Pa \cdot s$ ，这时雷诺数为 65000。计算区域取为  $x=50, y=8$ 。 $x$  方向的点数为 101， $y$  方向的点数为 701，采用式 (4) 表示的靠近壁面处加密网格。取  $dy_n/dy_0 = 2/5$ ，在靠近壁面的一个无量纲长度内有 123 个点。时间步长取  $\Delta t = 0.01$ 。

### 3.2 计算结果

图1中(a)~(d)分别为计算定常后,  $x=35$  处流向速度  $u$ 、温度  $T$ 、压力  $p$  和横向速度  $v$  沿  $y$  的分布。图2为压力  $p$  的等值线图。由于  $u$ 、 $T$  值相对较大, 对于微小变化不太敏感, 以下讨论将只关注对微小变化较敏感的横向速度  $v$  和压力  $p$  的变化。

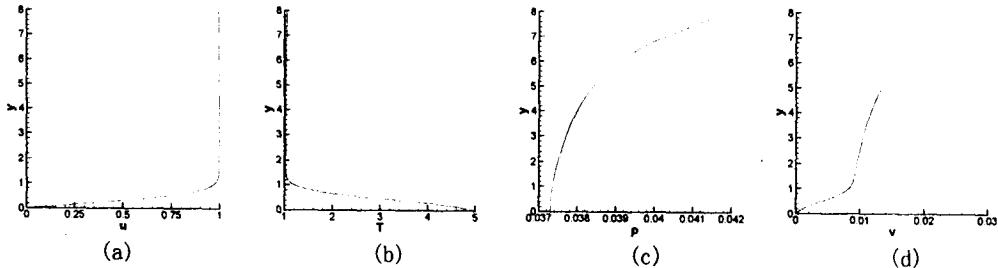


图1 流向速度  $u$ 、温度  $T$ 、压力  $p$  和横向速度  $v$  沿  $y$  的分布

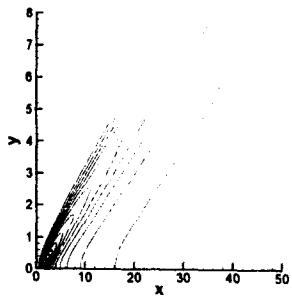


图2 压力  $p$  的等值线

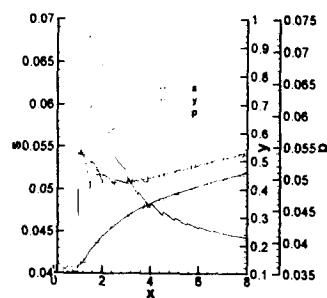


图3 质点的轨迹及相应熵  $s$  和压力  $p$

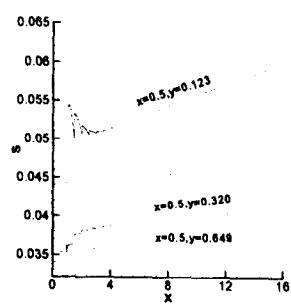


图4 距壁面距离不同质点的熵沿  $x$  的分布

由压力  $p$  的等值线图可以初步推断出在平板前缘可能有斜激波出现。一种有效的验证是否存在激波的方法是, 在激波波前指定一点, 随该点运动并检验其经过激波时的熵的变化。例如, 跟随初始时刻位于  $x=0.5$ ,  $y=0.123$  ( $i=2$ ,  $j=16$ ) 位置的流体质点, 考察该点跨越激波前后熵的变化, 从而断定是否存在斜激波。可以看出, 该质点的熵值有一明显的跳跃, 压力在熵值跳跃处也突然上升, 表明确实存在激波。从理论上讲, 经过激波后的流体质点熵应保持不变。从图3中观察出熵有缓慢增加趋势。这是由于所选质点位于靠近壁面处, 受粘性影响比较大, 耗散和能量损失也比较大, 因此熵略微增加。为验证此现象, 再分别取初始时刻位于  $x=0.5$ ,  $y=0.320$  ( $i=2$ ,  $j=40$ )、 $x=0.5$ ,  $y=0.649$  ( $i=2$ ,  $j=80$ ) 处的流体质点, 考察这两个质点与前一质点经过激波后熵的变化情况。如图4所示。不难发现, 越靠近壁面的流体质点熵值跳跃越明显, 受壁面粘性影响也越大, 耗散和能量损失也越大。

#### 四、计算平板定常流解并与 Blasius 定常流解比较

从计算出的第一段定常流中选取一比较光滑的剖面, 作为下一段的入口条件, 空间

上用高阶精度的紧致差分格式，时间上采用式(3)所示的二阶精度的差分格式进行计算，步长为 0.008。流场定常后，再以某一剖面作为后一段的入口继续加长计算。如此逐段计算，直至所计算的结果达到自相似。此时，求出排移厚度<sup>[6]</sup>，用排移厚度对  $y$  坐标进行归一化，与同样条件下的 Blasius 定常基本流场进行比较。

计算至一定长度后，发现各参量在不同  $x$  位置处对于归一化后的  $y$  轴的剖面图吻合的很好，表明它们已是相似性解。图 5 是算至  $x=831.5$  和  $x=981.5$  位置处各剖面的比较结果。zone1 和 zone2 分别表示  $x=831.5$  和  $x=981.5$  位置处的剖面。

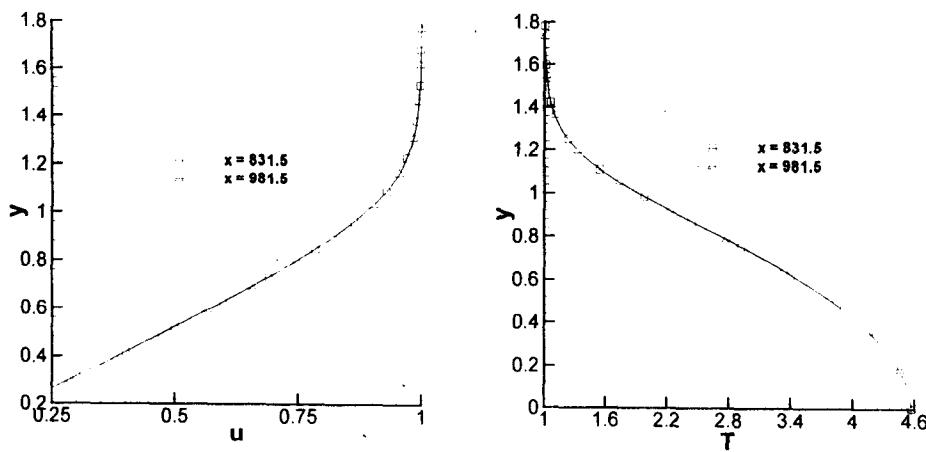


图 5 流向不同位置处归一化后的速度  $u$ 、温度  $T$  沿  $y$  分布

取计算域为  $x: 0 \sim 100$ ,  $y: 0 \sim 8$ , 雷诺数为 90000, 其他计算条件与上述计算条件相同。将 Blasius 解置于入口, 算至定常。取其中一光滑剖面, 求出当地的排移厚度, 并以此排移厚度归一化  $y$  坐标, 得到各变量对于归一化后的  $y$  轴的剖面, 并求得雷诺数

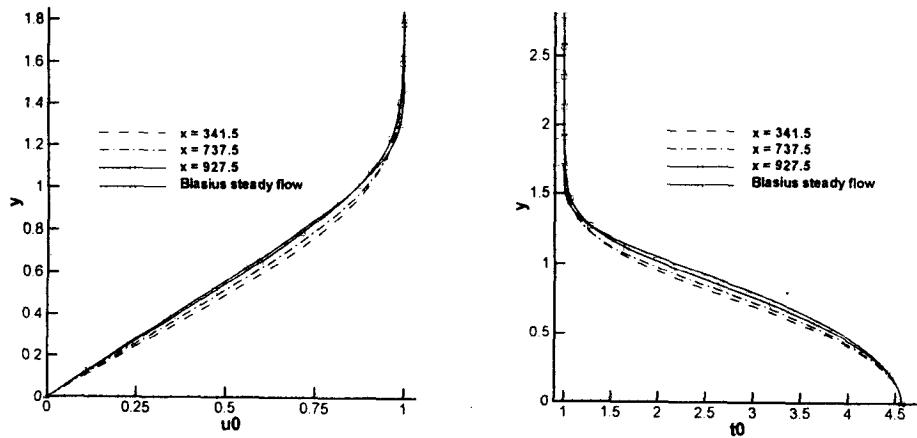


图 6 流向不同位置处速度  $u_0$ 、温度  $t_0$  沿  $y$  的分布与 Blasius 定常剖面的比较