

# 划船运动中的力学问题

## (第一版)

韩久瑞 郑伟涛 编  
易名农 葛新发

国家体育总局水上运动管理中心  
国家自然科学基金  
霍英东青年教师基金  
国家体育总局科教司  
资助

武汉体育学院  
一九九九年十一月

## 前　　言

我国划船运动的迅速发展和运动技术水平的不断提高，亟需对划船运动的有关理论进行研究与提炼，以便科学地指导划船运动训练。因此，受国家体育总局国家赛艇队的委托，作者结合几年来的研究成果编写了《划船运动中的力学问题》这本教材。

本教材尝试从一个全新的理论视角，主要立足于理论指导，从理论与实践的结合上，综合运用运动生物力学、流体力学的学科理论与方法，对划船运动的基本力学理论作了较全面的介绍。主要包括划船运动的力学基础、船艇和桨叶的流体动力性能、划船运动生物力学分析等几个方面的内容。

本教材作为国家赛艇队的理论教学使用，也可作为划船运动广大教练员、科研人员和运动员训练与研究的重要参考书。同时还是体育院校进行有关专业基础课程教学的辅助教材。

在本书的编写过程中，得到了国家体育总局水上管理中心、国家自然科学基金、霍英东青年教师基金、国家体育总局科教司的资助，在此一并致以衷心的感谢。

限于编者水平，在教材内容的取舍及其相互衔接，以及有关内容教学程度的把握等方面，难免有不妥之处，恳请各位专家与同仁不吝赐教，并在教学与训练过程中不断充实与更新。

编　者

1999年11月

# 目 录

|                               |    |
|-------------------------------|----|
| 第 1 章 绪 言.....                | 1  |
| 第 2 章 划船运动中的力学基础.....         | 9  |
| §2.1. 运动力学基础.....             | 9  |
| 2.1.1. 点的运动.....              | 10 |
| 2.1.2. 刚体的简单运动.....           | 13 |
| 2.1.3. 动力学.....               | 16 |
| §2.2. 流体力学基础.....             | 21 |
| 2.2.1. 流体性质.....              | 23 |
| 2.2.2. 流体力学中的研究方法和几个基本概念..... | 26 |
| 2.2.3. 流体微团的运动形式.....         | 30 |
| 2.2.4. 流体上的作用力.....           | 32 |
| 2.2.5. 流体对物体的作用力.....         | 33 |
| 2.2.6. 流态分类.....              | 34 |
| 2.2.7. 边界层.....               | 35 |
| 2.2.8. 旋涡运动.....              | 35 |
| 2.2.9. 连续性方程.....             | 37 |
| 2.2.10. 伯努利方程.....            | 38 |
| 2.2.11. 动量方程.....             | 42 |
| 2.2.12. 相似理论.....             | 44 |
| 2.2.13. 相似概念.....             | 44 |
| 2.2.14. 机翼流体动力特性.....         | 48 |
| 第 3 章 船艇、桨叶力学分析.....          | 57 |
| §3.1 船艇静力学.....               | 58 |
| 3.1.1 船艇几何要素.....             | 58 |
| 3.1.2 浮态.....                 | 65 |
| 3.1.3 稳性.....                 | 66 |

|                                 |     |
|---------------------------------|-----|
| §3.2 船艇阻力特性.....                | 68  |
| 3.2.1 阻力成分的划分.....              | 70  |
| 3.2.2 阻力与艇速之间的关系.....           | 71  |
| 3.2.3 阻力定律.....                 | 72  |
| §3.3 摩擦阻力.....                  | 74  |
| 3.3.1 船体边界层.....                | 74  |
| 3.3.2 光滑平板阻力公式.....             | 76  |
| 3.3.3 赛艇、皮划艇摩擦阻力的估算.....        | 77  |
| 3.3.4 船体表面粗糙度的影响.....           | 79  |
| 3.3.5 摩擦阻力减阻方法 .....            | 79  |
| §3.4 粘压阻力.....                  | 80  |
| 3.4.1 粘压阻力的形成.....              | 80  |
| 3.4.2 影响粘压阻力的因素.....            | 82  |
| 3.4.3 粘压阻力与船型的关系 .....          | 83  |
| 3.4.4 确定粘压阻力的方法.....            | 83  |
| §3.5 兴波阻力.....                  | 84  |
| 3.5.1 波浪的基本关系.....              | 84  |
| 3.5.2 波浪与质点运动.....              | 85  |
| 3.5.3 船行波浪特点.....               | 87  |
| §3.6 空气阻力.....                  | 93  |
| §3.7 船艇阻力试验及分析.....             | 94  |
| 3.7.1 拖曳试验、设备及方法.....           | 94  |
| 3.7.2 单人皮艇正浮状态流体动力性能的试验研究 ..... | 95  |
| 3.7.3 单人划艇正浮状态流体动力性能的试验研究 ...   | 98  |
| 3.7.4 单人赛艇艇阻力性能.....            | 100 |
| 3.7.5 四人皮艇阻力性能.....             | 101 |
| §3.8 环境等物理指标对运动成绩的影响.....       | 105 |
| 3.8.1 水温对艇速的影响.....             | 106 |
| 3.8.2 空气阻力的影响.....              | 114 |
| 3.8.3 高原训练对划船运动成绩的影响.....       | 117 |

|  |     |
|--|-----|
| §3.9 桨叶在水中的速度分析.....                   | 121 |
| 3.9.1 赛艇桨叶水中速度分析.....                  | 121 |
| 3.9.2 皮划艇桨叶在水中运动分析.....                | 123 |
| §3.10 桨叶在水中的受力分析.....                  | 123 |
| 3.10.1 皮划艇桨叶的流体动力性能分析.....             | 123 |
| 3.10.2 赛艇桨叶的流体动力分析 .....               | 126 |
| 3.10.3 赛艇“斧式”桨叶的流体力学特点.....            | 129 |
| 第 4 章 划船运动生物力学分析.....                  | 135 |
| §4.1. 赛艇训练的几个生物力学原则.....               | 136 |
| 4.1.1. 桨手每一个动作，都必须能将其生理能力转化为最佳推进力..... | 136 |
| 4.1.2. 大幅度划长桨是取得赛艇好成绩所必需的....          | 136 |
| 4.1.3. 桨手的移动必须尽可能保持水平以便减小重心的纵向位移.....  | 138 |
| 4.1.4. 桨手相对于船的水平速度应尽量小一些.....          | 138 |
| §4.2. 桨的运动和受力.....                     | 140 |
| §4.3. 划桨周期的生物力学分析.....                 | 142 |
| 4.3.1. 提桨入水阶段.....                     | 142 |
| 4.3.2. 拉桨阶段.....                       | 145 |
| 4.3.3. 按桨阶段.....                       | 147 |
| 4.3.4. 推桨阶段.....                       | 148 |

## 第1章 結 言

划船早在原始社会就已成为一种重要的水上劳动工具，被广泛运用于渔猎和运输。到了近代，人们又赋予划船运动以激烈的竞技性质，使之成为现代奥运会金牌设置较多的项群之一，加之其活动形式非常贴近生活，又具有鲜明的娱乐性，因而在世界各国、特别是欧洲各国得到普遍的开展，受到国际体坛的广泛关注。

与皮划艇运动相比，赛艇运动虽然在器材、比赛距离和动作方式上有自己的独特之处，但由于它们同属水上竞速项目，而自都是利用运动员的体能通过划桨使船艇前进，因而有着共同的研究对象：运动员的体能，划桨的技术，船艇和桨的力学及流体力学问题等，故本书中我们将赛艇、皮艇和划艇三个项目统称为划船运动。

自划船运动列为竞技运动项目以来，其运动成绩不断提高。1890年的欧洲锦标赛上，男子单人艇冠军选手用12分8秒的时间率先划完了2840米，平均船速为3.9米/秒。100年后，男子单人艇2000米的最好成绩则达到6分37秒，平均船速提高到5.04米/秒。有人统计了自1948年伦敦奥运会到1988年汉城奥运会40年间男子所有艇种平均划速的变化规律，发现每4年提高1.3%。如果以1968年为界将这个过程再分为两个阶段，则第一阶段平均船速每4年的增长率为0.4%，而第二阶段每4年的增长率上升为1.9%。1936年柏林奥运会上男子单人皮艇1000米的最好成绩为4分23秒，男子单人划艇1000米最好成绩为5分32秒。52年后的汉城奥运会上，男子1000米单人皮艇的成绩上升为3分55秒，比柏林奥运会提高了28秒；男子划艇1000米的成绩为4分13秒，比柏林奥运会提高了79秒。

划船运动成绩的大幅度提高，源于运动员体能的提高、技术的改

进和运动器材的不断革新。

运动员体能的提高是划船运动成绩不断进步的重要因素之一。事实证明划船运动训练能够有效地提高运动员的体能。

机体机能能力的提高是有限的。有氧工作能力是机体所有运动形式的能量供应基础,研究表明机体的最大吸氧量值的提高主要发生在训练的初期,在多年训练的后期,提高的幅度很小。对划船运动员的研究也显示出类似现象。因而,运动成绩的提高绝不是单纯的机能能力的提高,运动中能量消耗的机械效率和运动员作功效率的提高是促进划船运动成绩提高的另一重要因素。优秀运动员在大强度运动中的耗氧量和血乳酸值趋于稳定,虽经训练,其提高的幅度依然很小,但其运动成绩却仍有提高的可能,训练实践中这种情况不乏其例。这种现象源于两种因素作用的结果:能量消耗的机械效率因素和运动技术因素。

1. 机械效率的提高。我们将肌肉工作的机械效率定义为肌肉工作的外观机械功与所消耗的能量之比,可以表示为:

$$E = \frac{W_e}{E_t - E_s}$$

式中:  $E$  代表机械效率;  $W_e$  是外观作功量;  $E_t$  为总能量消耗;  $E_s$  为安静时能量消耗。

由上式可以看出,运动员在提高作功的机械效率后,可利用有限的能量消耗获得更大的外观作功。体现在划船训练中,就是以有限的耗氧量值获得更大的专项作功能力。

已有研究显示,不同的练习方法和组合可引起机体能量消耗机械效率的变化。在一次运动训练课中,随着大强度运动的延续,肌肉工作的机械效率会提高,当重复进行大强度运动时,这种提高的幅度更为明显。即使在间歇一小时后,这种提高作用仍然存在。那么,长期的运动训练会不会引起它的变化?什么样的训练方法可以更好的提高这种效率?这方面的研究目前尚少,暂不足以作出任何结论。

运动员能量消耗机械效率的评价,是多年来运动员机能评定中所

缺少的一个环节，致使运动训练中的诸多问题不能很好地加以解释。运动员能量消耗机械效率的评价，必将成为运动员机能评定中，继有氧能力评价和无氧能力评价之后的第三个重要的评价方面。它的实现对于运动员选材、训练方法的优化和训练效果的评价等都将产生重大影响。

2. 运动技术的改善。划船运动中理想的运动技术是能够利用有限的体能获得最大船速的动作方式。使运动技术的合理化一直是划船训练的一项重要内容。即便是国际上最优秀的划船运动员，仍然需要用大量的训练时间改善划船技术。根据船速与功率的关系曲线，两者的关系大致为：功率等于船速的三次方。由这一点可以看出，仅通过发展体能来提高运动水平很不经济，对于高水平的优秀运动员尤其如此。由于体能的提高是有限的，因而通过发展体能以提高运动水平的幅度也非常有限，相形之下，只有改善划桨技术，利用有限的体能，提高体能的效率，对船艇产生最大的推进力，才是提高划船运动员成绩，特别是优秀划船运动员成绩的可靠途径。

在划船运动实践中，一般从以下几个方面着手改善划桨技术：

(1) 提高划桨的推进力。同样的划桨力于不同的角度发挥作用所获得的推进力是不同的，因此，须通过力学研究解决如何使有限的体能发挥出最大的划桨推进力。

(2) 减小船艇前进的阻力。运动员在船艇上的运动是船艇推动力的源泉，同时也产生了船艇前进的阻力。运动员划桨动作和身体的平衡造成的船体横摇、前后倾以及船艇的波动都会产生影响船艇前进的阻力。因此，要通过流体力学的研究，规范运动员的划桨动作和发力方式，最大程度地降低阻力。

(3) 根据人体能量代谢、肌肉活动和关节活动范围的特点，运用运动生物力学的研究方法，科学设计划桨动作，最大限度地提高人体的作功效率，并避免发生运动损伤。

划桨技术的合理性对划船运动水平的提高具有极大的影响。国际赛艇联合会的技术权威 T.Nilsen 认为，没有任何一个技术落后的桨手

或桨手组合获得过世界冠军。世界冠军之间存在着技术上的差别，但这种差别不是先进与落后、合理与不合理的差别，而是技术风格的不同。我国划船界曾经普遍认为，我国划船运动与世界先进国家运动成绩的差距主要是由于运动员体能的落后造成的，但国际划船界的许多权威和学者却持不同意见，他们认为中国划船运动与世界先进水平的差距主要表现在技术上。事实上，自1988年到1996年，我国女子赛艇运动员的体能已经基本达到世界一流水平，但却始终与奥运会金牌无缘，正是技术落后的表现。运动技术的提高是无止境的，我国划船运动员、教练员和学者们任重而道远。

### 运动训练的多元效应

运动员体能及其效率的提高都要通过运动训练来实现，运动训练作为一种外界刺激，它对运动员的影响是多方面的。这种影响主要体现在以下三个方面：

1. 以提高体能为目标的训练。在运动员体能产生变化效应的同时，也将产生对运动技术和运动员心理方面的效应。专项大强度训练是提高体能的最有效方法，但同时也可能使运动员对这种大强度训练产生惧怕、厌恶、甚至痛恨的心理效应。对于技术不稳定的运动员，还可能对运动技术结构产生某种破坏作用。

2. 以改善技术为目标的训练。在运动技术产生改善效应的同时，也会造成对运动员体能和心理状态的影响。在大多数情况下，技术训练都是以较低的运动强度完成的，由此可能导致运动员心肺功能、无氧能力和肌肉力量下降的体能效应，以及多方面的心理效应。

3. 以调节心理状态为目标的训练。在这种训练产生心理效应的同时，也将产生体能和运动技术方面的效应。这些效应将依心理训练内容与方式的不同而异。

综上所述，任何内容与方式的训练都存在着体能、运动技术和运动员心理等三方面的效应，因而任何训练安排都要综合考虑这三方面可能产生的效应。对其中一个方面有利，可能对其它方面有损，必须根据运动员的实际情况选择训练内容，重点考虑解决主要矛盾，兼顾

### 处理次要矛盾。

在划船运动中，运动员相当于马达，通过桨的运动产生动力，推动船艇前进。作为马达，运动员机体需要能量，而能量来自体内高能磷酸化合物的分解放能，这些化合物的分解又需要有再合成的途径。运动员体内能量分解和再合成的特性决定着马达功率的高低和耐久力的强弱。

运动员在船艇上的划桨运动一方面产生使船艇前进的动力，同时也产生影响船速的阻力。因而运动员还需要具备合理的划桨技术，利用有限的体力最大限度地提高划桨的推动力，并减小阻力。

运动员体能的提高和划桨技术的改进都可以通过训练来实现。训练可产生多种效应。如何使训练的效应既有利于划船专项运动能力的提高，又有利于划桨技术的改善，是划船运动训练具有广阔应用前景的研究领域。

每项划船运动的比赛都有一个优胜者，高水平重大国际比赛中所创造的优异运动成绩，是运动员、教练员和科技人员共同努力的结晶。这个结晶既是运动训练效果最集中的体现，也可以反映出运动器材（艇、桨和其它高科技设备及现代材料等）的应用水平。由于划船运动是运动员运用船艇而进行的一种竞速比赛，所以除了运动员的体能和技术水平之外，划船运动成绩在很大程度上还有赖于船艇和桨等运动器材的先进性。故此，世界各国都在划船运动器材的科学研制上投入大量的人力和物力。纵观世界划船运动的发展史，运动器材的每一次革新，都促进了运动成绩的大幅度提高，如翼型皮艇桨叶的出现；赛艇斧式桨型的问世；以及各种高强度轻质材料在划船器材中的应用等。

运动生物力学的研究内容除主要探讨运动中的船艇和人的速度、加速度、桨频、桨幅、肌肉用力方式、重心位移速度与加速度等运动变化规律，以不断改进运动技术外，其另一个重要的研究领域即为研制和发展陆上模拟训练和有关测试技术，如应用各式测功仪进行体能的训练和模拟测试技术等。但对运动器材本身的流体动力性能的研究

仍比较鲜见。划船运动技术是十分复杂的。运动员、艇桨和水在划进过程中始终处于相对连续的运动中，因而必须从划船力学系统和周围环境（水、空气等）相互作用的角度研究划船技术，这个科学领域是船舶流体力学和运动生物力学的综合研究领域。所以，从事划船运动的各类人员掌握必要的力学基础知识、特别是流体力学基础知识是非常必要的。

我国有关划船运动的船艇等器材性能的研究，无论是基础研究还是应用研究目前还比较薄弱，其中有许多尚为空白。从我国划船运动训练与竞赛的实践来看，目前我国使用的赛艇和皮划艇的船艇和桨叶，几乎全是仿制国外的或直接从国外购买一些曾在重大国际比赛中取得过优胜的艇型和桨型，而没有我国自己设计的、适合中国运动员身体特点的艇型和桨型。我国参加国际大赛的用艇和桨，也都是购买国外或从国外赛场租借的。我国女子划船运动已进入世界先进水平行列，曾在世界锦标赛上多次夺标，但至今仍未摘取奥运会的金牌。在备战亚特兰大奥运会的冬训中，我国女子赛艇队就曾多次打破过赛艇测功仪的世界纪录，这说明运动员的体能已达到世界一流水平，但最终还是与奥运会的金牌失之交臂。究其原因，许多专家认为主要还是技术和器材上的差距。总结近几届奥运会赛艇、皮划艇的比赛情况，欧美强队几乎每次都有新的运动器材出现，而我国在这方面始终未有突破，因此，运动器材的落后已成为影响我国划船运动成绩进一步提高的一大障碍，其中加强划船运动器材的水动力研究更是当务之急。

目前划船运动器材的研制主要表现在以下两个方面：

1. 桨叶的流体动力性能研究。桨叶作为一种特殊的划船推进装置，虽然看起来只是一个薄翼板，但它的水动力性能极为复杂。由于运动过程中桨叶的工作处在一种非定常状态，包括桨叶的入水、出水、浸水面积、来流的攻角等都在不断变化，同时还伴随着流动的分离。因此，它的研究远比飞机、船舶的推进器—螺旋桨复杂，要从理论上解决这个问题还有一定难度，许多研究还依赖于试验研究。

目前，我国对桨叶水动力性能的研究尚处起步阶段，还有许多基

础性工作要做，诸如各种桨叶应用数据库的建立；桨叶运动过程中的水动力性能计算机数值模拟等。只有解决好这些问题，才可能达到从理论上针对不同运动员的特点进行桨叶的科学设计。

船艇阻力性能研究。目前，划船界越来越重视对划船器材流体动力性能的研究。国外曾在大型拖曳船池中对八人赛艇进行了大量的试验研究，根据最小阻力的要求，对其尺度及线型进行了优化设计研究。利用单人赛艇的阻力试验结果，在给定运动员体重条件下，计算船体水面以上的空气阻力，讨论了划桨用力方式对船速的影响。国内进行了两种单人皮、划艇的阻力对比试验研究，还对女子四人皮艇的阻力性能进行了试验研究，结果都发现如果艇型选用合适的话，我国皮划艇运动就有可能在奥运会上实现奖牌零的突破。这些研究为开发研制新的艇型打下了基础。相形之下，国内外对外界物理环境因素对划船运动成绩的影响研究比较少见。在国内也对海拔高度、气压和气温等气候变化对划船运动成绩的影响进行了探讨，认为由于物理环境的变化会影响船艇流体力学的状况，进而又直接影响到划船运动的成绩。这些研究都是以船艇流体力学性能的研究为基础的。它对运用船艇和桨等器材进行比赛的划船运动而言，是极为重要的。由此可见，对船艇动力性能的研究是划船运动一个十分重要的研究领域，也是事关我国划船运动水平进一步提高的关键问题之一。

本教材属于划船运动的专项基础理论，是从事划船运动教学与训练所必备的有关力学基础知识。具体来说，《划船运动中的力学问题概论》是运动生物力学、流体力学和运动训练学等诸多学科在划船运动专项中的相互交叉、相互渗透和相互融合。它是将这些学科的理论与知识，融会贯通于划船运动之中，从而将划船运动提高到一个更高的科学层面，将划船运动训练进一步纳入科学化的轨道。

我们的时代正处于一个伟大的历史变革时期，科学体系及其所包含的各类学科也在不断的发展变化。这种发展变化将会极大地促进人类各类实践活动的进一步深化。因此，随着划船运动科学的研究的不断深入，特别是各有关学科向划船运动的逐步渗透与交融，也将会给划

船运动的发展带来勃勃生机，有效地促进划船运动技术水平和运动成绩的不断提高。广大从事划船运动教学、训练和科研的同志，都应看到这种希望，顺应科学发展的潮流，促进本学科的不断充实与完善。因此，我们必须认真地学习和运用人类多学科的相关理论与知识，紧密地联系划船运动的实际，将人体、船桨等集中统一到水上运动之中，悉心探讨其内在规律，有效地促进划船运动的不断进步。从这一点出发，《划船运动中的力学问题》所涉及的各相关学科广泛的基础理论知识，对于划船运动的发展具有特别重要的作用。

## 第2章 划船运动中的力学基础

划船运动的技术是比较复杂和难以掌握的。运动员、船、桨和流体（水和空气）组成一个有机的运动整体，运动员是动力、桨是动力装置、船是运动的载体。在划船的过程中，它们始终处于不停的相对运动中，构成一个十分复杂的运动系统。划船运动力学包括了刚体力学与流体力学两大部分。刚体力学研究内容包括了人、船、桨之间的相对运动和相互作用。流体力学的研究包括器材与流体之间的相对运动和相互作用。掌握刚体力学和流体力学的基本规律，对分析划船运动不同阶段的力学特点，促进技术的改进和完善具有重大的意义。

### § 2.1. 运动力学基础

运动力学是研究物体运动变化规律的科学，它的研究内容包括运动学和动力学两部分。运动学只从几何角度要论物体的运动，而不设计物体运动的变化与作用与其上的力和物体的质量等物理因素之间的关系。动力学研究物体运动的变化与作用在物体上的之间的关系。它不仅要分析物体的运动，而且还要分析物体所受到的作用力。

运动是指物体在空间的位置随时间的变化。一切运动都在空间和时间中进行，空间和时间与运动是不可分割的，它们是物质的存在形式。物体在空间的位置只能相对地描述。因此研究某一物体的某一具体运动时，必须指明相对于那一个物体的运动。这个被选作参考的物体称为参考体。为确定运动物体位置而任意选取的并固结在参考体上的坐标系称为参考系。显然，同一物体对于不同参考系的运动是不相同的。划船时桨叶的运动相对于船和相对于地球的运动是完全不同的。运动物体的这一特性称为运动的相对性。在运动学的研究中，可以忽略物体的质量，只考虑形状和尺寸。如所研究的问题中，物体形状和尺寸的变化不起主要作用，就可以把物体看成刚体；而物体的形

状和尺寸对所研究的问题不起主要作用，就可以把物体看成几何点。一个物体究竟应当作一个点还是刚体抑或变形体，完全取决于所研究问题的性质，而不决定于物体本身的形状和尺寸。如划船时，人、船、桨都在做相对运动，尺寸也都不小，但在研究划船的整体运动，比如分析划船起航或途中划时的速度和加速度变化规律时，就可以忽略其尺寸，将它看成一个质点。在研究桨杆的转动时的速度分布，它的尺寸虽较整体小，但必须把它看成刚体，而不能看成一个点。点和刚体是运动学中两种力学模型，刚体的运动学分析是以点的运动学知识为基础的。

在动力学，要考虑物体的质量。除了刚体力学模型外，还有质点和质点系两个力学模型。所谓质点，是指具有一定质量而几何形状和尺寸大小可以忽略不记的物体。质点系是指有限或无限个质点的集合。质点的相对位置不能改变时，称为不变质点系。可以改变时称为可变质点系。例如刚体就是一个不变质点系。而划船时，人、船、桨所组成的质点系就是一个可变质点系。水和空气可以看成是有无数个质点所组成的可变质点系。

### 2.1.1. 点的运动

#### 2.1.1.1. 点轨迹

点在空间运动时经过的路线称为轨迹。轨迹可能是直线，也可能是曲线。直线运动是较常见的简单运动形式。在赛艇前进时，划桨就是在艇上做往返的直线运动。然而，手握桨柄的那一点做的就不是直线运动。由于它绕桨栓可以上下左右运动，因此，它是一种空间的

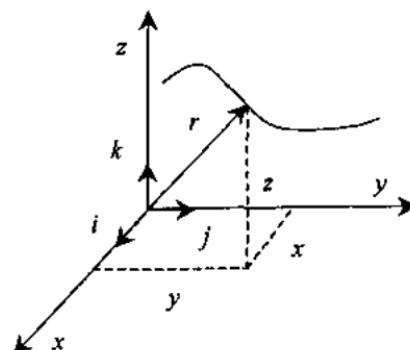


图 2-1

圆运动，是一种特殊的曲线运动。

为了研究方便，一般在直角坐标系中用矢量来表示，如图 2-1 所示。矢量有大小，也有方向，用矢量的长短表示它的大小，用箭头的方向表示矢量的方向。点的运动可以表示为：

$$\mathbf{r} = xi + yj + zk$$

式中  $\mathbf{r}$  表示空间点的位置， $i$ 、 $j$ 、 $k$  分别表示直角坐标系中沿  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向的单位矢量。

### 2.1.1.2. 点的速度

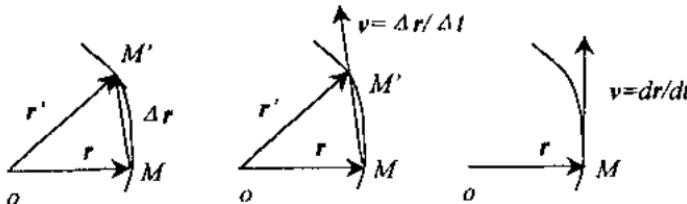


图 2-2 速度

速度表示的是点在空间位置对于时间的变化率。它的特点是有大小，也有方向。在每一瞬间点的速度用矢量来表示，矢量的大小表示点沿轨迹运动的快慢，矢量的指向表示运动的方向。

假设，经过  $\Delta t$  时间后，点的位置的变化为  $\Delta \mathbf{r}$ ，如图 2-2 所示。则，平均速度为： $v = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$ 。当  $\Delta t$  无限小时，就得到瞬时速度  $v = \frac{d \mathbf{r}}{dt}$ 。

速度的方向沿轨迹的割线  $\overline{MM'}$ ，并与运动方向的指向一致，当  $\Delta t$  趋近于零时，点  $M'$  最后与点  $M$  重合，割线  $\overline{MM'}$  变成了轨迹的切线。因此，速度的矢量沿着轨迹的切线，并与运动的方向一致。

### 2.1.1.3. 点的加速度

在一般情况下，点的速度的大小和方向都有可能随着时间变化。加速度表示的就是每一瞬间速度对时间的变化率，加速度应该既包括速度大小的变化，又包括速度方向的变化。

类似于轨迹，我们可以把速度也连接成一个空间曲线，形成速

度矢量曲线。因此加速度矢量也应该沿着速度矢量的切线。

类似于速度，加速度可以定义为： $a = \frac{dv}{dt}$

由于速度是一个矢量，它既有大小，也有方向。因此，点在做曲线运动时，即使速度的大小不发生变化，速度的方向也会不断地变化。为了能够分别表示点的速度大小和方向变化的情况，有必要将加速度分成两部分，分别表示每一瞬间时点的速度的大小和方向的变化。

1. 点的切向加速度：切向加速度为  $a_t = \frac{dv}{dt}$ ，它表示的是点的速度大小对时间的变化率，它的方向是沿轨迹的切向，也就是与速度的方向平行。当它为正的时候表示速度的大小在增加；当它为负时，表示速度在减小。

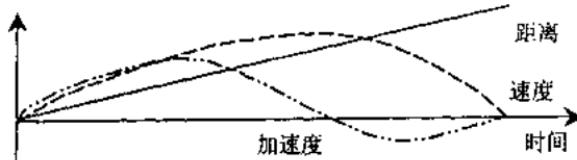


图 2-3 拉柄的距离、速度和加速度之间的关系

当运动员在拉 Concept II 测功仪时，其拉柄可以认为是沿直线运动。拉动时，速度从零逐渐增加，达到最大，然后逐步减小，在最远处停下来，速度变为零。这一过程中，加速度从零变为正值，并逐步增加，达到最大，然后开始减小；当速度达到最大的时候，加速度为零，然后加速度由零变为负值；当运动员拉到最远位置时，加速度又由负值变到零。如图 2-3 所示。

赛艇在前进时，划凳在轨道上沿直线运动，这时划凳的速度、加速度都是在不断地变化着的。显然，速度和加速度不会同时达到最大值。

2. 点的法向加速度：法向加速度为  $a_n = \frac{v^2}{\rho} n$ 。它反映点的速度方向改变的快慢程度，它的大小等于点的速度平方除以曲率半径，它