

新世紀叢書

現代數學的奠基者

十大數學家

譯者：曾煥華 審定者：周東川

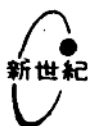


銀禾文化事業有限公司



080
新世紀叢書

十大數學家



新世紀

080

新世紀叢書

十大數學家

主編：新世紀編輯小組

審定者：周東川

譯者：曾煥華

出版者：銀禾文化事業有限公司

發行人：陳俊安

地址：台北市和平東路2段96巷
3-1號

電話：7335575・7335576

郵撥：0736622-3

定價：新台幣90元

新聞局登記證局版台業字第3292號

1987年4月初版

■版權所有・不准翻印■

目 錄

前 言	1
第一章 埃伯利史特·卡洛伊	3
第二章 威廉·洛凡·哈密爾頓	23
第三章 喬治·布爾	45
第四章 阿茲·克黎	69
第五章 里查·德特金	83
第六章 喬格·康德	103
第七章 費立·克萊恩	121
第八章 休瑟別·比諾	141
第九章 大衛·希伯特	163
第十章 尼可拉·布爾巴基	183
後 言	193

前 言

跟其他的歷史一樣，數學的歷史也是由人類創造的。新概念的進化，或從舊的東西發展並加以組合，與個人的幸運或個性頗有關係。這表示數學的歷史無法與創造它的數學家之一生分開。在著名的數學家當中，既有革命家或政治家或天才，也有有名無實的人。

當然，很少是沒有才能的人，他們的一生像戰士或探險家的一生一樣頗有趣。事實上，數學家是關於人類的思考及業績的探險家。他們的業績，是誕生新觀念或甚至於是未成熟的形式等待機會成熟的舊觀念之幸運的組合。

在19世紀初期，數學幾乎都與其他時代一樣順著很整齊的路線發展。微積分學或微分方程式、代數或幾何的擴張以及整數論之類主題，皆走過很整齊的路。

但是不斷地要求變革，導致新的研究領域的發展。在這些新的領域，過去一些睡著的觀念與現在很新的觀念結合在一起，變成有意義而時常足以產生革命性變化的程度。這些新的觀念或概念之中的幾個，它本身很重要

2 十大數學家

，對數學產生了比最初考慮的領域更多的影響。結果，往往以「現代數學」這個標題概括在一起。但是，現代數學未必與「現代」這個時間有直接的關係，故這樣稱呼也許不大正確。

現代數學與從在前一世紀的小出發點成長為現在此種極好而重要地位的數學的領域有關。由於這個重要性，它們經常佔了中學或學院、大學之課程的大部分。在這些發展的背後，有建立了現代數學的一些人。

第一章 埃伯利史特·卡洛伊

Evariste Galois (1811 ~ 1832 年)



埃伯利史特·卡洛伊 (1811 ~ 1832 年)

他是出生於巴黎郊外，法國典型的天才。在中學時代發表循環連分數的論文，也向法國的科學院提出了方程式的論文，卻被審查委員遺失。

他投考法國的名校Equal Politechnic 失敗而就讀於Equal Normal，但由於參加政治活動被勒令退學，並坐牢二次。爲了女人而與別人決鬥，以年紀青青的廿一歲結束了一生。在決鬥的前夕寫信給親友休伯利亞，提示後來在代數學上擔任重要角色的群論概念。

4 十大數學家

埃伯利史特·卡洛伊生存於19世紀初法國動盪的時代。生為一個法國人，他是最與那個時代相稱的人，以共和國的革命家過了痛苦的一生。但是，身為一位數學家，他遠超越了那個時代。

他在1811年10月25日出生於巴黎郊外的小鎮布爾·拉·列努。他的父親尼可拉·卡布里埃爾·卡洛伊是位學校的校長，在拿破崙脫出埃爾巴島後的第一百天，當選為鎮長，是熱烈的自由主義份子，在法國許多政治變動中仍然留任此職位，在君主政治下也忠實的服務。

埃伯利史特的母親阿特黎·瑪麗·德夢特·卡洛伊，是很理智而稍微冷淡的人，出生於著名律師的家庭。

卡洛伊的幼年時代很幸福，但父親整天忙於學校及市政的工作。他的父母，都是關心文學或古典以及哲學的，極有智慧的人。家族都相處的很好，而年青的埃伯利史特則特別獲得姐姐娜達麗·特奧多爾的關懷。

他初期的教育都由母親擔任，除了灌輸年青人應知道的事以外，還教授拉丁文及義大利文。

痛苦的學校生活

埃伯利史特很聰明，到了12歲時已經能就讀設在巴黎的國立中學。這個學校收容全法國最優秀的學生。因此，學校的水準高，學生們大致萬能。雖然如此，法國

的此種學校管理特別嚴格一事，反而令人覺得不可思議。這個學校規定學生一律住校，生活完全被統制，作息時間非常嚴格。衛生設備或伙食很差，致妨礙學生的創造能力，而禁止人們不同的生活方式及刺激性思考的枯燥無味的教育顯得更難受。

卡洛伊一定很不習慣此種學校生活。根據學校的通知，他經常打瞌睡或愛說話，在此種令人緊張的環境下，他的成績實在令人失望。他做事經常匆忙得很，沒有充分思考及注意。他剛入學時的確比許多同學優異得多，但別的學生由於善於逢迎，而比他較受老師喜歡。他大部分的時間都在想要如何逃學。

在他入學後不久，就有了逃學的風氣。當時「耶蘇會」（羅馬天主教一個強大的修道會）的司祭們佔據許多公職或地位，在政治上的影響力很大。由此，許多小公務員只知討好這些神父，大家認為穿短外衣的耶蘇會修士是很冷酷無情的人。

那所國立中學曾經屬於耶蘇會，因此逃學的風氣被視為對於那些修士們之權威的反抗。對於耶蘇會的反抗是由學生們策劃的，而被發現的主謀者被開除。此開除事件的第二天，正是聖謝爾馬紐的日子。

作風獨裁的校長M·布列特，爲了慶祝處分而召見了幾位高年級學生。這個會是向路易18世的肖像乾杯喝

酒的會。不知是出於極端地故意或普通的反抗心理，學生們都不向他們的國王表示敬意。結果，有約 150 學生被開除。

埃伯利史特沒有被開除。因為，他不是該集團的份子。

但是，他在一生中永遠記住這次事件。

立志研究數學

卡洛伊進入這所中學時，先編入四年級。不久之後，他進級為二年級學生。（註：法國的學校從高年級起依次稱為一年級、二年級……）他本來想被編入修辭學的上級學年，但由於比同學年青得多，故老師認為重讀二年級較好。

雖然他懶惰而喜歡夢想的性格，是使他重讀的原因，而這正是使他從壓抑變成很不安及孤獨的統制下逃出的好機會。為了使重讀的生活有變化，他編入數學班。當時，該校並沒有認為數學重要到列入必修課程的程度。

埃伯利史特最初接觸的數學是很初級的，但是他發現了引人入勝的邏輯上的新事項。這一班採用的幾何學教科書為偉大的 Le Gender 所著的『幾何學原理』，

若以今天的用語來說，那是非常重視形式的。但是，

他的老師 M. 貝爾尼爾雖然比其他老師強不了多少，卻看出卡洛伊有某種才能——敏速學會自己之主題的才能。

卡洛伊在向學校的圖書館借閱拉格蘭吉 (Lagrange, Joseph Louis) 所著『數值方程式的解法』時，引起了非常大的關心。他在這本代數學教科書發現，在幾何學所找出的有序直線遠比代數學中的進步。

代數學好像是具有許多未解決的問題或難解的領域的，各種想法或方法錯綜在一起的。從此以後，無論他在上課的時間或餘暇都不忘思考這些問題。

對五次方程式的興趣

使他感到有魅力，而最後使他成名的一種想法，是與方程式的解有關的。我們知道如何解二次方程式。例如像

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

的方程式可以靠分解因式求解，而形如

$$ax^2 + bx + c = 0$$

的，則通常可以用公式

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ 解之。}$$

在卡洛伊的時代，已知有可以解形如

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

的三次方程式，及含 x^4 項的四次方程式的公式。三次及四次方程式之解的公式，比二次方程式之解的公式複雜的多。若想解五次方程式或五次元（含 x^5 的）方程式，則事情開始變化。

許多特殊的方程式可以相當簡單的解出，但並沒有對於所有五次方程式都能適用的公式。

有意求解的任何嘗試，看起來都會帶來比原來要解的方程式更複雜的方程式。卡洛伊必須以長時間考慮這些事實，但不久之後他前進，而開始真正研究數學。他大部分的時間在考慮此事，結果也刺激他的工作。

那一年，他在數學及希臘文方面獲得二等獎。他現在開始有了目標。他至少多少知道，自己一生想做的事是什麼。他想成為數學家。

達成這個志願的最好方法，是就讀 *Equal Polite-chnic*。這是本來為了培養年青人、技術人員或科學家而設立的學院，當時已經成為法國最有權威的科學研究機關。

不幸的很，*Politechnic* 的教授們，也都是跟那所國立中學的教師同一型的人。

埃伯利史特缺少仔細的說明，對於在他看來是微不足道的數學上證明沒有細心的注意，使他吃了大虧。

法國所產生的最偉大數學家之一的他，在 Equal Polytechnic 的入學考試名落孫山。如果允許主試辯解，唯一的原因也只是，即使卡洛怎樣談他自己研究的事情，是因為自己的無知而無法理解其內容。

次年，卡洛伊進入國立中學的上一個年級，與 M. 里謝爾繼續了他對於數學的研究。這位新老師是有才能的數學家，具有關於數學全般的關心，並充分洞察卡洛伊對於數學很有天分。他承認卡洛伊的才能，鼓勵他發揮這個才能，並指導他讀書或研究工作。

里謝爾向卡洛伊提示了，另一位年青數學家尼爾斯·阿培爾所做關於五次方程式解法的研究。卡洛伊費了長時間才相信，自己發現了解五次方程式或五次元的一般方程式的方法，但後來發現了錯誤。卡洛伊知道，阿培爾最初也相信了一樣的事，但後來證明不可能用代數的一般演算或開平方帶根號解五次方程式而高興。

卡洛伊研究的成果不被重視

里謝爾對於卡洛伊關於如下之循環連分數最初發表的研究，在準備階段曾加以指導。

$$1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \dots}}}$$

那是1829年卡洛伊17歲時的事。他的生涯到那時為止並不特別幸福，但他似乎找到了自己要走的路，看起來好像會帶來滿足甚至幸福。

但是，此時開始發生一連串特別不吉利而殘忍的事。卡洛伊發表的連分數的論文，在基本上是屬於初級的，而能讓讀者充分理解。那是由一位有才能而正在開始萌芽的數學家所締造的一個良好業績，但暗示了卡洛伊所做的並不是新鮮且重要的發現。

他所寫的下一篇論文，是與方程式之解的發現有關的。這篇論文不易用數學的觀念理解，跟其為對於主題的全新的接近法一樣，用很簡潔的形式書寫。他為了準備出版，把論文寄到科學院。通常，一篇新論文在出版以前，先送給專家審查，以便確認它是否重要而足以普遍引起數學專家的注意。評審卡洛伊之論文的，法國的數學權威之一的奧古斯丁·路易·歌希。歌希並不年青，又因自己的研究而非常忙。

他接到像卡洛伊的許多草稿。那些大部分都不易理解。卡洛伊的論文一直沒有送回。當卡洛伊在幾個月後

詢問論文的下落時才知道被遺忘，而沒有發現。

如果法國的數學家注意到此篇論文真正的價值，則卡洛伊或許能從他遭遇的啼笑皆非的命運得救。

他再次投考 Equal Politechnic。主試為迪尼特，在極初期曾經為歌希的老師。迪尼特負責面試將近40年，遇見過具有微妙差異之才能的各種學生。況且，他期待學生以合於法國的學校數學教育所要求的程式回答。卡洛伊以雖然深奧卻簡潔的說明解答。迪尼特問卡洛伊是否懂對數。主試期待卡洛伊會用出現於奧伊拉（Euler，Leonhard）所著普及的教科書的關於對數的定義或規則的大部分文章回答。

卡洛伊並沒有用那種通俗的方式回答。他對於這個主題，提出自己獨特的說明。迪尼特決不可能理解，也沒有期待此種答案。他很辛苦的問，然後卡洛伊再回答，卻仍然被誤解。

卡洛伊不談主試熟識的領域，而深入就這個主題說明，但主試仍然不能理解。卡洛伊變的神經質，同時開始焦急。

可能這位老邁的主試無知、愚笨而無法理解卡洛伊的說明罷！卡洛伊愈來愈生氣，停止盡量平易的說明。他雖然在黑板說明，但那些是還不夠充分。一切都徒勞無益的挫折感，終於使卡洛伊放棄。他憤怒的把黑板刷

擲向令他失望的主試。雖然擊中了，面試卻失敗了。卡洛伊再度嚐試了領先時代之人命運的痛苦。但是，他失去能成為數學專家的機會，決不是在他學校生活中發生的最悲慘的事。

父親的去世……

他的父親，在不斷變化的法國政治情勢下巧妙地繼續生存。他仍然是具有共和主義思想的自己鎮上的鎮長。雖然隨時可能發生政治陰謀，但他相當被尊敬。即使他在政治上的對立者們，把他從公職趕走，他們依然想要讓他失去大家對他的信賴才行。

教會與極端干涉政治的耶蘇會修士的勢力都強大。有一位新的年青司祭前來鎮上，準備謀殺鎮長。

尼可拉·卡布里埃爾·卡洛伊習慣與鎮上的人一起作詩。但是，狡猾的司祭冒充鎮長的名義所做粗野而卑俗的詩流傳鎮內。年老的卡洛伊失去了膽子，而他的政治信用及民衆對他的信賴也破碎。他無法忍受這個打擊。他前往巴黎，在距離埃伯利史特就讀的學校不遠的一個房間，結束了一生。

這個悲痛一定給埃伯利史特重大的打擊。那是，埃伯利史特所經驗的激烈感情，包括他父親所相信的一切原理被濫用，而自由及正義因狡猾的政治謀略而不被法國人民接受的感情。

擁護共和主義

學校畢業後，卡洛伊爲了將來擔任與自己就讀學校同級的老師，而入學屬於學院程度的預備學校。這個學校的規模與他過去就讀的學校的高級學年部差不多一樣，有許多限制學生自由的規則。在卡洛伊在學期間，預備學校改稱爲 Equal Normal（師範學校）。在此他與奧基斯特·休伯利亞變成朋友，維持了一生友誼。和平及幸福仍然與他無緣。

但是，在 1830 年 2 月整個月，他準備關於解方程式研究的新論文，應徵科學院舉辦的數學大獎比賽。富利埃受理了他的論文，卻在讀完這篇論文以前去世。結果，此論文的原稿也無踪無影了。

卡洛伊這時成爲共和主義熱烈的擁護者。1830 年 7 月發生了對於查爾 10 世統治的叛亂。校長把所有學生監禁於學校的建築物內。卡洛伊最期待的 Politechnic 的學生們，則在街頭爲爭取政治上的自由而戰。

另一方面，師範學校的校長，則在猶豫應該表明自己或學校對那一方面忠誠。結果，跟所有能幹的政治家一樣，他決定始終站在勝者的一邊。到了十月，在學院的一個雜誌上刊登了以一封記述校長行動的匿名信。這