

〔美〕罗伯特·卡普兰 著

『平衡积分卡之父』

继续阿基米德、费马、牛顿的研究之旅

追踪最桀骜不驯的数学精灵的身世之谜

从一无所有中探寻通往无限可能性的数学之路

零的历史 The Nothing That Is



中信出版社
CITIC PUBLISHING HOUSE

The Nothing That Is

[美] 罗伯特·卡普兰 著
冯振杰 郝以磊 姚季月 译

零的历史

中信出版社
CITIC PUBLISHING HOUSE

图书在版编目(CIP)数据

零的历史/ [美] 卡普兰著; 冯振杰等译. -北京: 中信出版社, 2005.1

书名原文: The Nothing That Is

ISBN 7-5086-0158-0

I. 零… II. ①卡… ②冯… III. 数学哲学问题-研究 IV. 01-0

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第129464号

The Nothing That Is: A Natural History of Zero by Robert Kaplan

Copyright © 1999 by Robert Kaplan

Chinese (Simplified Characters Only) Trade Paperback Copyright © 2004 by CITIC Publishing House.

Published by arrangement with Janklow & Nesbit Associates through Arts & Licensing International, Inc., USA

ALL RIGHTS RESERVED.

零的历史

LING DE LISHI

著 者: [美] 罗伯特·卡普兰

译 者: 冯振杰 郝以磊 茹季月

责任编辑: 黄犀 胡明静

出版者: 中信出版社 (北京市朝阳区东外大街亮马河南路14号塔园外交办公大楼 邮编 100600)

经 销 者: 中信联合发行有限责任公司

承 印 者: 北京国彩印刷有限公司

开 本: 787mm×1092mm 1/16 印 张: 17 字 数: 164千字

版 次: 2005年2月第1版 印 次: 2005年2月第1次印刷

京权图字: 01-2003-2336

书 号: ISBN 7-5086-0158-0/K · 31

定 价: 29.80 元

版权所有·侵权必究

凡购本社图书, 如有缺页、倒页、脱页, 由发行公司负责退换。服务热线: 010-85322521

<http://www.publish.citic.com>

010-85322522

E-mail: sales@citicpub.com

author@citicpub.com

献给弗兰克·布里姆塞克
3小时51分钟54秒就成为零先生。

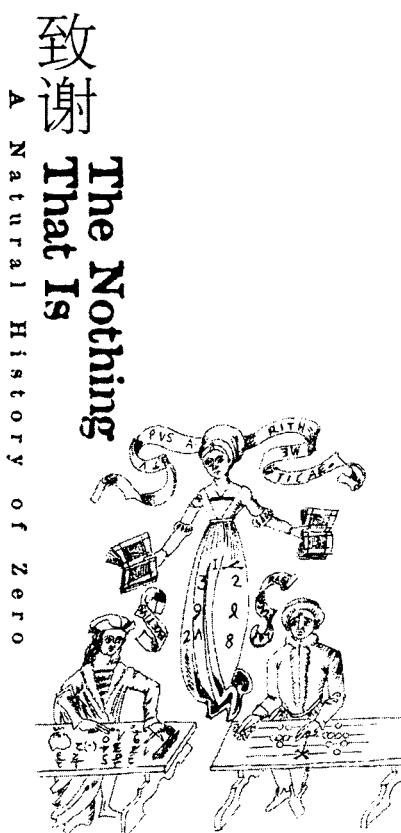
零有多么靠近零？

——英国副首相

约翰·普雷斯科特 (John Prescott)

首先让我真诚地感谢两个做了主要工作的人，从他们那里我得到了很大的帮助，一个是艾伦女士，她的图片和画龙点睛的提示使你能更好地理解这本书；另一个是巴里·玛祖（Barry Mazur），他的无限热情和洞察力使我深受影响。如果没有克里斯托弗·道尔（Christopher Doyle）、埃里克·斯莫诺夫（Eric Simonoff）和迪克·特雷西（Dick Teresi），这本书真的会像零一样空洞无物。这本书还受益于彼得·基纳（Peter Ginna）的幽默评述和细心审阅。

一些社团的学生对这本书也付出了很多的时间，他们有丰富的知识，感谢他们的帮助。乔恩·特纳豪斯（Jon Tannenhauser）和米拉·伯恩斯坦（Mira Bernstein）有丰富的专业知识，提了很多宝贵的意见。彼得·任兹（Peter Renz）的知识甚至比他的私人图书馆还要丰富，也提供了很多帮助，真诚地感谢他们。下面的这些人都给我提供了帮助，非常感谢他们，他们是：加里·艾德曼（Gary Adelman），约翰尼斯·布朗豪斯特（Johannes Bronkhorst），托马斯·伯克（Thomas Burke），亨利·考恩（Henry Cohn），保罗·邓达斯（Paul Dundas），马修·埃默顿（Matthew Emerton），哈里·福克（Harry Falk），马丁·加德纳（Martin Gardner），尼娜·戈德马克（Nina Goldmakher），苏珊·戈德玛克（Susan Goldstine），詹姆斯·耿恩（James Gunn），瑞奎布·哈奎（Raqeeb



Haque), 米歇尔·杰夫 (Michele Jaffe), 詹姆士·雷克斯·诺森 (James Rex Knowlson), 理查德·兰德斯 (Richard Landes), 鲍里斯·赖特斯凯 (Boris Lietsky), 瑞辉·麦克唐纳 (Rhea MacDonald), 乔治·摩斯 (George Moser), 查尔斯·纳皮尔 (Charles Napier), 莉娜·奈克鲁杜娃 (Lena Nekludova), 戴维·纳尔逊 (David Nelson), 拉里·普法夫 (Larry Pfaff), 唐纳德·兰斯 (Donald Rance), 安德鲁·瑞安尼克 (Andrew Ranicki), 阿米尔·瑞曼 (Aamir Rehman), 阿卜杜哈米德·萨布拉 (Abdulhamid Sabra), 布赖恩·A·沙利文 (Brian A.Sullivan), 丹尼尔·泰尼三世 (Daniel Tenney III), 阿尔夫·范德尔普坦 (Alf van der Poorten), 伽德·汶史 (Jared Wunsch) 和唐·瑞格 (Don Zagier)。

最后, 我还要真诚地感谢下面这些人, 他们在最重要的时刻给了我无穷尽的支持。他们是苏格兰的卡普兰斯, 剑桥的托马斯·圭利莫、吉莉甘一家人和克鲁鲍克一家人, 巴黎的哈里森·马达维一家人, 英格兰威尔特郡的富兰克林一家人, 切斯特纳特山的纽祖一家人, 沙伦市的齐利文斯基一家人——和我各地的学生。

致遠
The Nothing
That Is

A Natural History of Zero



初读本书你可能会遇到些许障碍，但是，如果你有中学的代数和几何知识，你读完这本书将不存在任何问题。在下面的网站上，你可以查到相关的参考书目和注释：

[www.oup-usa.org/sc/0195128427/.](http://www.oup-usa.org/sc/0195128427/)

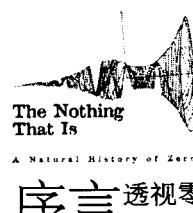
序 言

透视零

单纯地看，零就是零，但仔细研究后，你会发现通过它你将可以了解这个世界。因为，数学表述着事物复杂的本质，而把庞大的数学体系连成了一个整体的是零。从简单的计数到复杂的运算，从估计事物发生的几率到精确知道与我们相关的事件何时达到最大值，这些有力的数学工具都让我们使用这样的思考方法：一个事件的发生与其他的事件相关，并且所有这些都离不开零这个中心。

利用抽象出来的符号，我们可以把控制我们周围物体做轨道运动或发生突变的规律形象地表达出来。甚至思想本身也能用数学的方法反映出来，这种反映能力的强大可能令人十分费解，但它也正帮助人们澄清那些深邃的问题。

零的传播历史及其具体的概念充满了玄机，当那些旅行者第一次把它带入西方的时候，它原来的身份就已经被掩盖和曲解了。在这本书中你将会了解到，零是苏美尔人（Sumerian，古代幼发拉底河下游的居民——译者注）在处理问题实在没有办法时的权宜之计，在随后的几个世纪中零的形式改变过，而且几乎消失过，当再一次出现时，它的形式发生了很大的改变。零的力量对一些人而言神奇无比，对其他人又极其残忍。零在希腊遭到嘲弄并最终离开那里；在印度过得安逸舒适；在西



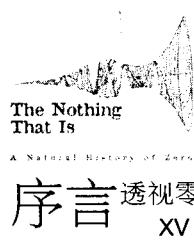
The Nothing
That Is
A Natural History of Zero
序言 透视零
XIII

方人面前遭遇身份危机，最终出现在牛顿身边并生活在我们这个精细和复杂的时代。

我探索这方面问题的方法部分是用博物学家的方法，收集零的各种各样奇妙的表达形式，这些形式表达的不仅仅是一个数字，而且还是表现绝望或兴奋的符号；作为零本身，它是一个具体的事物；作为学术先祖，又是谜中之谜。我们人类比喜鹊更勤劳，日积月累下来，我们的思想更加成熟。因此，我还会同时使用历史学家的方法，目的是使下面的故事更有趣味：在那些任意篡改巨大数字的人眼里，数字好像就是飞行中的网球；在那些乐于计算的人眼里，好像生活就是用一根计算的细线悬着；从西方到东方，那些不懂得零的作用而遭受无情惩罚的人们，却不得不忍受零如影随形，而不同地方的人们对零有不同的看法，聪明的意大利人称零为笨蛋，而苏格兰人则认为零是行为古怪的魔术师。

当我们追寻零的各种符号和含义的慢慢演化过程时，我们将看到人类创造数学的过程和数学为人类所做的贡献。数学并不是天赋之物，只有热切地追求它，数学才给人类灵感。那么这种追求究竟是什么？或者是修修补补的设想和灵感的结合；抑或是别人引导下灵光乍现的想法，这个想法也许会沉寂几个世纪，仅仅当思潮巨变发生时，它才突然萌发出来；另外就是在猜想和验证、假设和推理中追求。

正像莎士比亚称呼它的一样，零谈不上是一个数字，但为什么在数学这个巨大的表达体系中零却扮演着如此重要的角色呢？为什么大多数数学家无论在何等重要的数字列表中都要给零一个显著的位置呢？只因为人们能宣称由于 $0 \times 0 = 0$ ，所以数字才是真实的？我们将看到这些答案随着零含义的进化而发展。



The Nothing
That Is

A Natural History of Zero

序言 透视零

xv

我们看到零和数学一起慢慢趋于完美，我们思想中深层次的思考将聚焦到一点。举一个例子，由于我们好奇心的需要，我们会先给我们创造的事物取名字，然后我们就会想知道这些被创造的事物是否能够脱离它们的名字独立存在。我们的需求要求我们远离个别的实例，去抽象出一般性的问题，省略掉事物那些特殊而异常的现象。像从空中去看整个果园而不是去看那一棵长满了节瘤的树。

在这些思想的指引下，我们将在随后的章节中了解到渐渐深入的问题，逐渐增多的知识将有助于你看清并超越这个世界。到底零是一个真实存在的事物还是人们虚构的东西，这个问题依然令人忧虑不安，这也使人们不断地思考这样一个长期存在的难题：我们是否已创造或发现了理解事物的方法，因此，更进一步的问题是我们现在所处的层次。如果说我们的评价能力比天使弱——或者仅仅弱一点点，那么，我们到底是被创造者还是创造者？

虽然数学的辉煌业绩足以载入史册，零的历史也可称完美，但它还远没有结束，事实上是刚刚开始。零不是代表着一个环的结束，似乎说它是一个入口更合适一些。亚历山大·戈劳森迪克（Alexander Grothendieck）是我们这个时代的一个具有丰富想像力的数学家，他的研究成果已经改变了我们看待数学的方式，他曾经在他的巨著中花费数年的时间来修订、扩充关于零的一章，并把它作为书的序言和总结。零永远是那么诱人，无限的靠近但永远也不能达到：也许这才真正接近零的本质。

III 空
That Is
A Natural History of Zero



致谢

致读者

序言 透视零

第1章

思想的印迹 /001

第2章

希腊人没有这个字 /013

第3章

旅行者的故事 /029

第4章

向东方传播 /041

第5章

灰尘 /061

第
6
章

071/ 表示未知数

第
7
章

085/ 形式上的变化

第
8
章

099/ 玛雅人时期:计算的黑暗面

The Nothing
That Is
A Natural History of Zero



第
9
章

111/ 费尽周折

第
10
章

137/ 令人愉快的天使

第
11
章

165/ 无穷小

第
12
章

它能超脱吗 /199

第
13
章

有蜘蛛的浴室 /217

第
14
章

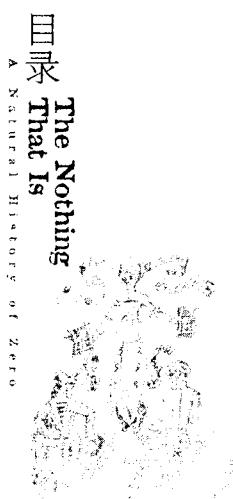
总是下午的地方 /225

第
15
章

李尔王是正确的吗 /235

第
16
章

不可思议 /249



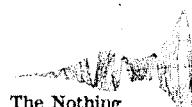
第1章 思想的印迹



A Natural History of Negroes

The Nothing That Is





随着人类计数技巧的不断发展，零以印在一块湿黏土上的两个楔形形式开始了它的生涯。我们通过给不同数量事物以不同的数字命名和符号来计数：1, 2, 3……但是如果一定要给每个新数量一个全新的名字和符号，就会穷尽你所有的心智和记忆。试试吧，给前20个数字编上不同的符号，例如：

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, γ, /, §, ◇, ϕ, ▽, ¬, Ψ, ^, Y, λ

那么，7加8等于多少呢？是▽。

那么ψ减去/呢？从ψ开始往回数/位，是6。

又比如，γ加上^呢？很不幸，我们还没有为它创造新的符号。即使现在来构思，我们也不得不首先创造出另外的7个符号。

这个问题一定是在每种文明的初期就得到了解决，就像我们孩提时代做的那样：先把想要计数的物体分成堆，这些堆中包含的物体都是相等的易处理的数量单位。例如，

|||| |||| |||| 是III个||||

因此不能直观表示的γ+^就变成

|||| |||| + |||| |||| III,

等于||||个||||再多上III。

这种基本的数量单位通常是5或10，正好是我们手指的数量，或者是别的可以一目了然的数目（我们数鸡蛋用“打”——12个）。

一旦有了这种捷径（这种捷径给我们由加到乘的混合运算带来了巨大飞跃），新的需要就随之而来：如果|||| |||| |||| + |||| |||| III一共是||||个||||再加上III，它确切代表什么样的一个数目呢？终究不还是要创造一个新的符号吗？在不同的文明中出现了不同的答案。或许来自于计数符木（古时用，上有刻痕，记载交货、欠款等的数量——译者注）上的一个笔划，或许来自市场