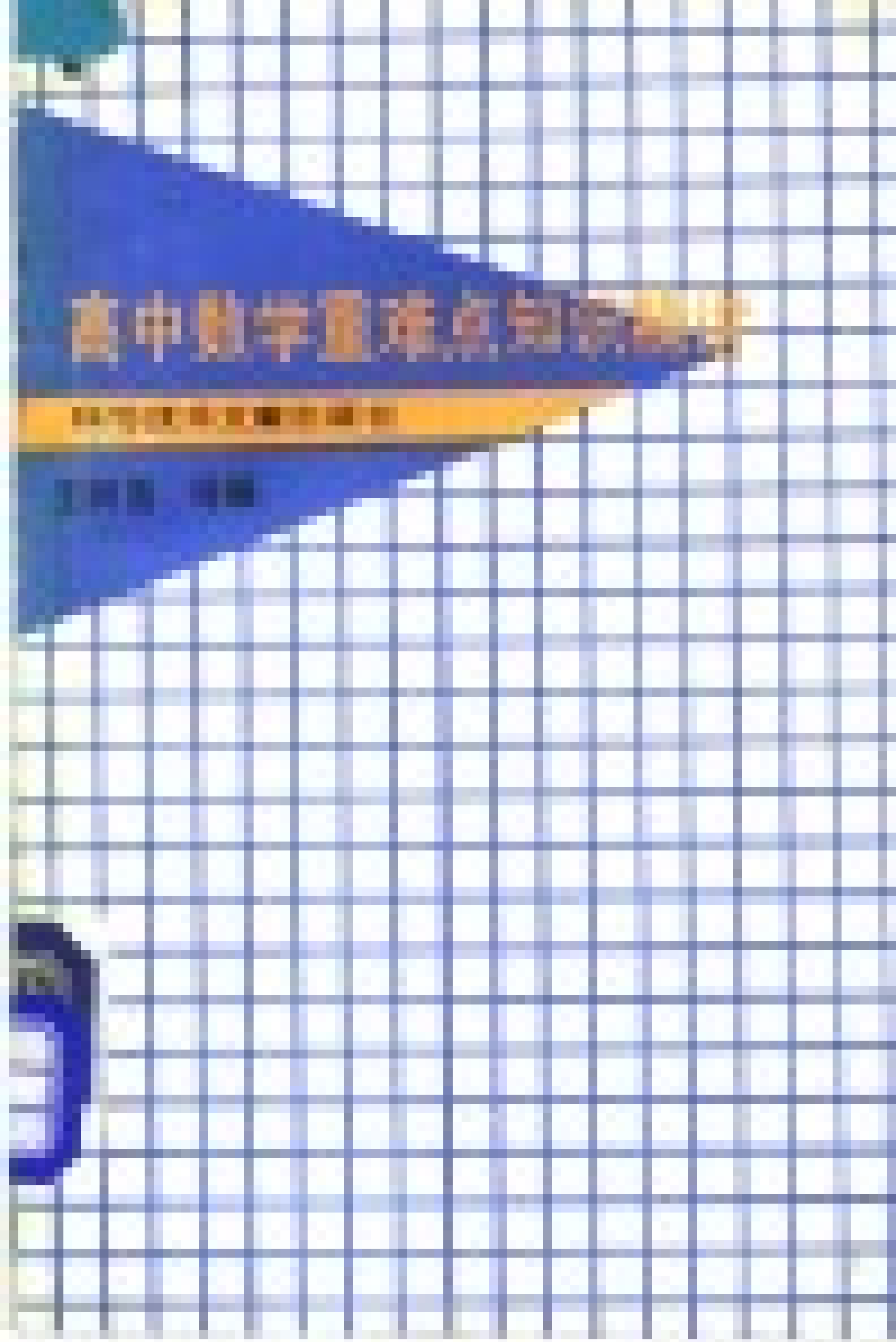
中学各科重难点解析及最新题型训练丛书

高中 化学重难点解析及最新题型训练

三环出版社



高中化学重难点
解析及最新题型训练

(附高考模拟试题及答案)

北 京 大 学 附 属 中 学
中国人民大学附属中学　编
北京师范学院附属中学

三环出版社

(琼新登 03 号)

高中化学重难点解析及最新题型训练

北京大学附属中学
中国人民大学附属中学 编
北京师范学院附属中学

三环出版社出版

西安新华印刷厂印刷

新华书店首都发行所发行 各地新华书店经售

开本：787×1092 毫米 1／32 印张：17.75 字数：700 千

1991 年 10 月第 1 版 1992 年 10 月第 2 次印刷

印数：1—10000

ISBN7－80564－617－1／G·436

定价：7.50元

前　言

本书是关于高中数学复习的辅导性读物。书中缕述了高中数学教材的主要内容并配有适量的例题和练习题。我们希望，它对高中同学的学期、学年复习，特别是毕业总复习，能够有所裨益。

需要向读者说明以下几点：

第一．数学学习贵在握本扼要。一些具有根本性和普遍意义的概念、事理和方法的切实掌握，会对今后各个部分的学习发挥直接或间接的启迪、促进作用。基于这种认识，我们把高中数学中具有上述特点的内容集为一章，最先讲解，以期整个复习课的质量因此而更有保证。

第二．书中注重方法的教学。例如，讲到求函数值域，则从日常做题中概括出配方、判别式、平均值诸法以为指导；复习立体几何定理，则于顺证、反证两法的灵活运用，反复申说；论及不等式的证明，则历述常用的各种方法，并突出强调分析法的作用。我们这样做，一方面是继续贯彻教学上“握本扼要”的意念，另一方面是想借此做到复习工作以开拓思路当先，不以追逐题海为能。

第三．本书内容的取舍以现行教学大纲和当前高考要求为准。凡是显然超出大纲和不符高考要求的，都不予列入。个别课题，其应行列入与否根据我们的水平一时难以作出决断的，则暂且列入，不过于脚注中说明其为次要的、选学的内容。读者可在读过主要的、必学的内容后，视个人余力，

决定对这一部分内容的去取。

第四．本书对教学内容的讲解顺序与课本有很多不同。这些改动，除一小部分关涉到第一点所说的因由外，其余多是为了复习课中讲解的方便，并不是要在课本的系统性之外另行标新立异。特别需要说明：本书不能取代课本。认真复习课本仍是搞好复习的基本保证。

第五．本书的例题和练习题大部分选自我们在近期所用过的或所见到的高考前统练题以及最近几年的全国高考题。它们多半带有一定的综合性，因此常常不能充分照顾知识的系统性。这就是说，解这些题固然主要应用当前正在复习的知识，但也可能涉及某些暂时尚未复习到的知识。这种情形在复习过程中应认为是难免的、正常的。我们希望，通过本书的例题和练习题，读者得以较全面地回顾和熟悉高中数学各个方面、各种类型的问题，应试能力有切实的提高。

张宏才同志编写了本书中属于平面解析几何的各章以及第十三、十四两章。丁祖娴同志编写了书中的第三章和第四章。其余各章由王树茗同志执笔。由于我们的水平不高，经验不足，书中缺点、错误一定不少，欢迎读者和同道惠于指正。

第一章　基本概念与基本方法

第一节　集合及有关概念

集合是数学中的基本概念之一，它的作用和影响几乎遍及现代数学的各个分支。中学数学中的很多重要概念的讲解也都要依靠它。

通常的数学书都把集合概念当作不定义的，即不追究它的严格意义。但是严格的意义虽可不追究，较为清楚的了解却不可不具备。人们往往用日常用语中的“集体”、“总体”等等来说明“集合”。其实，在人们熟知而且常用的语词中，和“集合”最相当的是“类”。例如，图书馆书库中所写的“哲学类”、“自然科学类”、“社会科学类”等等各指一个集合；在自然科学类之下所标明的“数学类”、“物理学类”、“化学类”“生物学类”等等也各指一个集合。

有两个特殊的集合在数学中发挥着很不寻常的作用，它们是空集（ϕ）与全集(I)。空集是不含有任何个体的集合，因此对于任何个体a，说“a是ϕ的元素”总是假的，说“a不是ϕ的元素”总是真的。全集从字面上看应该是由一切个体组成的集合。由于如此规定，全集含有的个体太广、太杂，难于处理，所以通常采取这样的解释：在人们的任何一个研究、讨论过程中，一切作为研讨对象的个体所组成的集合是人们当时所用的全集。既然全集的意义按此解释，出集合题就常要临时指定什么是全集。同时，对于任何一个当时

作为研讨对象的个体a，说“a是I的元素”当然是真的，说“a不是I的元素”当然是假的。

不允许把表示空集的ϕ写作$\{\phi\}$。后者并不表示空集而是表示以空集作为其唯一的元素的一个集合。以集合作为元素的集合是高级的集合，中学数学对它们不作讨论。

与集合有关的概念包括两个系列：

一个系列是：属于（$\in$）、包含于（$\subseteq$）、等于（$=$）和真包含于（$\subset$）它们各是个体与集合或集合与集合之间的一种关系。可以按以上的顺序给出这些关系的定义：

如果个体a是集合A的元素，就说个体a属于集合A，记作$a\in A$；否则就说个体a不属于集合A，记作$a\notin A$（或$a\overline{\in}A$）。

如果每一个属于集合A的个体都属于集合B，就说集合A包含于集合B或集合A是集合B的子集，记作$A\subseteq B$。

如果$A\subseteq B$且$B\subseteq A$，就说集合A等于集合B，记作$A=B$。

如果$A\subseteq B$，但是$A\neq B$，就说集合A真包含于集合B或集合A是集合B的真子集，记作$A\subset B$。

要严格区别$\in$与$\subseteq$。前者是一个个体和一个集合之间的关系，而后者是两个集合之间的关系。例如可以写$1\in N$，但不能写$1\subseteq N$，可以写$\phi\subseteq R$，但不能写$\phi\in R$。

还要注意区别$\subseteq$与$\subset$。当$A\subseteq B$时有可能$A=B$，即有可能B所有的元素都属于A。当$A\subset B$时不允许$A=B$，即B的元素至少有一个不属于A。

关于$\subseteq$，特别要注意：对于任何集合A，都有$\phi\subseteq A$和$A\subseteq A$。因此，当给定一个集合，例如$\{a,b,c\}$，而要求说明它的全部子集时，不要忘记，在写出$\{a\}$、$\{b\}$、$\{c\}$、$\{a,b\}$、$\{b,c\}$、$\{a,c\}$之外，还应写上ϕ和$\{a,b,c\}$。

另一个与集合有关的概念系列是：并（$\cup$）、交（$\cap$）、补（$-$）。留待下一节说明。

练 习 一

1．一个集合共有n个元素，它共有多少子集？

2．$M=\{\alpha|\alpha=n\pi, n\in Z\}$，$N=\{\beta|\beta=\frac{n\pi}{2}, n\in Z\}$，

$P=\{\gamma|\gamma=\frac{n\pi}{4}, n\in Z\}$，则它们之间的关系是（ ）。

（A）$M\supset N\supset P$，　（B）$N\supset P\supset M$，

（C）$P\supset N\supset M$，　（D）不属于以上三种情形。

第二节 集合的运算

并（$\cup$）、交（$\cap$）、补（$-$）各是施加于集合的一种运算，经过运算所得的集合分别称为原集合的并集、交集和补集。例如{矩形}$\cap${菱形}={正方形}就表明：{矩形}和{菱形}经过运算$\cap$得到{正方形}，而{正方形}也就因此称为{矩形}和{菱形}的交集。这三种运算的定义可以简单地表示为

$$A\cup B=\{x|x\in A\text{或}x\in B\}$$

$$A\cap B=\{x|x\in A\text{且}x\in B\}$$

$$\overline{A}=\{x|x\in I\text{且}x\notin A\}$$注

有些集合运算规律是同学们所熟知的，例如

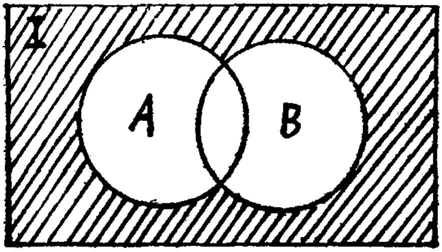
$$A\cup A=A,\quad A\cap A=A,$$

注：条件“$x\notin I$”可以不言而喻，我们注出它是为了和当前中学教学要求相一致。

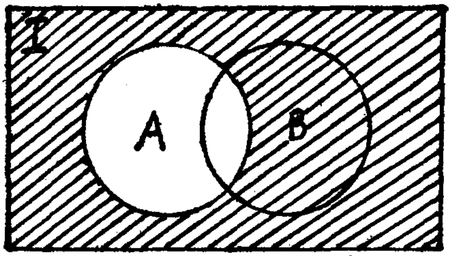
$$A\cup\phi=A,\qquad A\cap I=A,$$
$$A\cup I=I,\qquad A\cap\phi=\phi,$$
$$A\cup B=B\cup A,\qquad A\cap B=B\cap A,$$
$$A\cup\overline{A}=I,\qquad A\cap\overline{A}=\phi,$$
$$\overline{\left(\overline{A}\right)}=A$$

除此之外，建议同学们记住并学会运用以下两条：

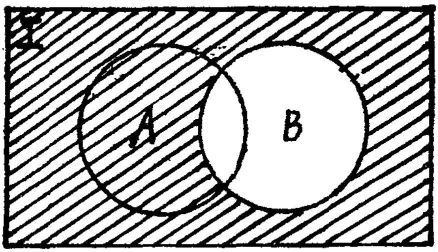
$$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B},\qquad \overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}。$$



甲



乙



丙

图1—1

这两条总称“德摩根定律”，原因是首先提出它们来的是英国数学家、逻辑学家德·摩根（Augustus De Morgan，1806～1871）。现行中学代数教科书虽未正式介绍德摩根定律，习题中却作了有关的提示。

不难用图解法来说明德摩根定律。假定A、B是相交关系，则$\overline{A\cup B}$可表示为图1—1中甲图的阴影部分。又$\overline{A}$可表示为乙图的阴影部分，$\overline{B}$可表示为丙图的阴影部分，因此$\overline{A}\cap\overline{B}$应相当于乙、丙两图重叠之后两个阴影的共同部分，而如此所得正是甲图的阴影部分。这就说明了德摩根定律的第一条。仿此也可说明第二条。

德摩根定律在解题中常常倒过来用，即先把形如等号后端的式子化为形如等号前端的式子，然后再作进一步的考虑。例如

已知：$I=\{(x,y)|x,y\in R\}$

$A=\{(x,y)|x+2y=0\text{且}x,y\in R\}$

$B=\{(x,y)|y=x^2\text{且}x,y\in R\}$

求：$\overline{A}\cup\overline{B}$

解：为了书写简便，我们将略去某些集合表达式中的“x，y∈R”条件。

$$\because\quad \overline{A}\cup\overline{B}=\overline{A\cap B}$$

$$A\cap B=\{(x,y)|x+2y=0\}\cap\{(x,y)|y=x^2\}$$

$$=\{(x,y)|x+2y=0\text{且}y=x^2\}$$

$$=\left\{(x,y)\middle|\begin{cases}x+2y=0\\ y=x^2\end{cases}\right\}$$

$$=\{(0,0),(-\tfrac{1}{2},\ \tfrac{1}{4})\}$$

$$\therefore \quad \overline{A}\cup\overline{B}=\overline{\{(0,0),(-\frac{1}{2},\frac{1}{4})\}}$$

这相当于说：$\overline{A}\cup\overline{B}$是直角坐标平面内，除(0,0)、$(-\frac{1}{2},\frac{1}{4})$两点以外的一切点所组成的集合。

练　习　二

1. $A=\{x\mid x=2n,n\in N\}$，$B=\{x\mid x=3n,n\in N\}$，
   $C=\{x\mid x=4n-2,\ n\in N\}$．则
   $(A\cup C)\cap B=$__________.
2. $I=N$，$A=\{x\mid x^2-4x+3\leqslant 0,\ x\in Z\}$，
   $B=\{x\mid x^2-4x+20=0,\ x\in R\}$，　则

   $\overline{\overline{A}\cap\overline{B}}$是（　）。

   （甲）$\{1,2,3\}$，　　　（乙）$\{4,5\}$，
   （丙）$\{1,2,3,4,5\}$，　（丁）ϕ.
3. 已知$A\subset B$，判断以下各命题的真假：
   $A\subseteq B$，　$\overline{A}\subseteq\overline{B}$，　$\overline{B}\subseteq\overline{A}$，　$A\cap B=A$，
   $A\cup B=B$，　$A\cup\overline{B}=I$，　$\overline{A}\cap B=I$，　$\overline{\overline{A}\cup B}=\phi$.

第三节　四种命题的相互关系

命题是逻辑学的基本研究对象之一。由于数学和逻辑学关系密切，命题及有关的逻辑概念在数学中处于特殊重要地位。这一点在中学数学中也显而易见。

命题是陈述一定的事情或道理的语句。命题都或真或假，而且每一个命题只能是真假两种情形之一。

要避免对命题作狭隘的理解。要不仅承认像“$1+2=3$”这样明显为真的话是命题，而且承认像“$1+2=5$”这样明显为假的话是命题，还得承认像某些数学猜想那样理应非真即假，但是真假未明的话是命题。此外，要承认：命题可能具有从简单到复杂的极为多种多样的形式。简单的，如“$0<1$”，是命题；复杂一些的，如“$\sqrt{2}$或者是有理数或者是无理数，而且，如果$\sqrt{2}$是有理数，则它必可表示为既约分数”，也是命题。

在形式极为多样的命题中，具有“如果p则q”形式的命题值得特别重视。这是由于，数学中的绝大部分公理、定理都可表述成这种命题。以后，我们经常用“$p\Rightarrow q$”来简记“如果p则q”，同时，把p和q分别称为命题$p\Rightarrow q$的前件和后件。

对于命题$p\Rightarrow q$，命题$q\Rightarrow p$、$\overline{p}\Rightarrow\overline{q}$和$\overline{q}\Rightarrow\overline{p}$分别称为它的逆命题、否命题和逆否命题[注]。这四种命题的相互关系可利用下图作全面表示。

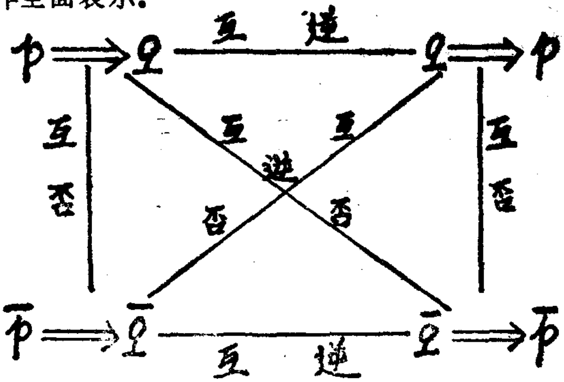


图1—2

可以用实例验证：互逆的两个命题可能同真，可能同假，也可能一真一假；互否的两个命题也是这样。但是，互逆否的两个命题真则同真，假则同假，没有一真一假的可能。这种情形，人们常常说是互逆否的命题等价，而互逆、互否的命题都不等价。

例：写出命题"凡直角都相等"的逆否命题。

解：原命题可改述为

如果$\angle\alpha$、$\angle\beta$都是直角，则$\angle\alpha=\angle\beta$。

它的逆否命题是

如果$\angle\alpha\neq\angle\beta$，则$\angle\alpha$、$\angle\beta$不都是直角。

也就是

如果$\angle\alpha\neq\angle\beta$，则$\angle\alpha$、$\angle\beta$中至少有一个不是直角。

又解：原命题可改述为

如果$\angle\alpha=\mathrm{Rt}\angle$ 且$\angle\beta=\mathrm{Rt}\angle$ 则$\angle\alpha=\angle\beta$。

它的逆否命题是

如果$\angle\alpha\neq\angle\beta$，则$\angle\alpha\neq\mathrm{Rt}\angle$或$\angle\beta\neq\mathrm{Rt}\angle$。

以上两种解法以及它们所提供的结果，区别只在用语上而不在实质上。不过，由此倒是可以注意："都"的否定是"不都"，而不是"都不"；此外，

$$\overline{p\text{且}q}=\overline{p}\text{ 或 }\overline{q}$$

与它常常相提并论的是

$$\overline{p\text{或}q}=\overline{p}\text{且}\overline{q}$$

这两条酷似前面刚刚介绍过的德摩根定律。

注：这里的"$^{-}$"表示对一个命题的否定。"$\overline{p}$"就是"不p"，也就是"并非p"。

练 习 三

1. 写出下列命题的逆命题、否命题和逆否命题，并一一判断它们的真假：

（1）如果a是π的算术平方根，则a＞1且a＜2；

（2）对于a、b二实数，如果a、b都不等于0，则a、b的乘积不等于0．

2. 将下列命题表述为“如果p则q”的形式，然后写出它的逆否命题：

（1）凡正方形都是菱形；

（2）实数的平方必为正数或0；

（3）等式两端不等于0的公因数可以约掉。

第四节 充分条件与必要条件

“充分条件”和“必要条件”两个术语在数学中用得很广泛。它们的定义可以一并叙述如下：

定义1 当命题“$p\Rightarrow q$”真时，我们说p是q的充分条件，q是p的必要条件。

由此可见，充分条件和必要条件算不上什么复杂难解的概念。不妨说，“p是q的充分条件”和“q是p的必要条件”都只是把命题“如果p则q”换了个说法。

可以附带给出“充要条件”的定义：

定义2 当p既是q的充分条件，又是q的必要条件时，我们说p是q的充要条件。

判断一个命题是另外一个命题的什么条件（充分但不必要，必要但不充分，充要，还是既不充分又不必要？），往

往可以直接根据上述定义来进行。

例：假设

$$甲：\begin{cases}2<x+y<4\\0<xy<3\end{cases}$$

$$乙：\begin{cases}0<x<1\\2<y<3\end{cases}$$

甲是乙的什么条件？

解：容易断定“乙⇒甲”真，理由是：

假定

$$0<x<1 \quad ①$$

$$2<y<3 \quad ②$$

将①、②对应项相加，得

$$2<x+y<4$$

将①、②对应项（都不是负数）相乘，得

$$0<xy<3$$

这表明：由乙可推出甲。

但是“甲⇒乙”不真，其理由在于：

命$x=3$，$y=0.5$，则

$$x+y=3.5，\ xy=1.5.$$

因此$2<x+y<4$，$0<xy<3$，即此时甲真。然而此时$x \nless 1$，因此“$0<x<1$”假，由此足见乙假。

既然有时甲真而乙假，“甲⇒乙”即不可能真。

综上所述，“乙⇒甲”真而“甲⇒乙”不真。

∴甲是乙的必要而不充分的条件。

以上解法指明了证明命题“甲⇒乙”不真（即假）的途径：设法具体指出，在某一情况下甲真而乙假。这可类推到

有关充分、必要条件的题目的各种情形。

当然，应该注意审题。有些题目明显地要求很低，例如只问“是充分条件，还是必要条件？”并且不要任何理由，这时多作发挥便成了画蛇添足。

练　习　四

1．判断甲是乙的充分不必要的条件，必要不充分的条件，还是充要条件（抑或不是这三种条件的任何一种）：

（1）假设m、n各是一个整数，

甲：$m+n$不是偶数；

乙：m、n不都是偶数。

（2）假设a、b各是一个实数，

甲：$a=0$或$b=0$；

乙：$ab=0$。

2．判断甲是乙的什么条件（同上题），并且给出证明：

假设a、b各是一个自然数：

甲：a^3-b^3是偶数；

乙：$a+b$是偶数。

3．如果p是q的充分条件，则q是p的什么条件？$\overline{p}$是$\overline{q}$的什么条件？

4．如果p是q的充分条件，q是γ的充分条件，则$\overline{\gamma}$是$\overline{p}$的什么条件？

5．如果p是q的充要条件，则q是p的什么条件？$\overline{q}$是$\overline{p}$的什么条件？