

薄壁曲梁

线性和非线性分析理论

■ 童根树 许强 著

 科学出版社
www.sciencep.com

薄壁曲梁线性和非线性 分析理论

童根树 许 强 著



科学出版社

北京

内 容 简 介

本书首先介绍了薄壁曲梁的通用线性分析理论,然后提出薄壁钢拱的稳定分析和曲梁非线性分析的完整理论;对常用截面的截面参数和非线性分析方程进行了推导,对经典的问题进行了求解,然后提出弹塑性分析的方法;对几何和物理非线性分析过程中可能遇到的困难进行了详细的阐述,提出了解决途径。本书还介绍了曲梁试验研究的成果。在验证程序的基础上,对 1890 根曲梁进行了极限承载力分析,对计算结果进行了归一化分析,最后提出曲梁稳定性设计的公式。

本书可以供土建专业的科研人员、设计人员、研究生及高等学校相关专业的师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

薄壁曲梁线性和非线性分析理论/童根树,许强著. —北京:科学出版社, 2004. 1

ISBN 7-03-012404-9

I. 薄… II. ①童…②许… III. 薄壁结构-曲梁-结构分析-理论
IV. TU323. 30. 1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 103083 号

策划编辑:杨家福/责任校对:陈丽珠
责任印制:刘士平/封面设计:张 放

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新 蕾 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2004 年 1 月 第 一 版 开本:B5 (720×1000)

2004 年 1 月 第 一 次 印 刷 印张:13 1/4

印数:1—3 000 字数:260 000

定 价:30.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈新欣〉)

前 言

由于圆弧曲梁的流线造型,曲梁得到越来越多的应用,工业生产领域特定工艺也要求采用曲梁,这就对曲梁的强度和稳定性设计方法提出了要求。

本书是国家自然科学基金委员会资助的项目“薄壁钢曲梁的稳定极限承载力”(项目批准号 59778037)的研究成果。

项目的起源是这样的:约在 1990 年,作者遇到了钢铁企业中采用的容积达 $5 \times 10^4 \sim 2.5 \times 10^5 \text{m}^3$ 的高炉和焦炉煤气储柜钢结构分析,其中焦炉煤气柜内部活塞钢结构中应用了一道没有任何对称轴的薄壁曲梁。因工艺的需要,它承受作用在外翼缘表面均布的竖向荷载和径向力,因此必须按照薄壁构件弯扭理论进行应力和变形的计算。在查阅了国内外期刊、学报以及有关书籍资料后,我们发现曲梁有更加广泛的应用范围。虽然存在多种曲梁理论,但是并不存在像薄壁直梁那样从基本假设开始推导的、逻辑上完整的理论体系,还没有薄壁构件弯扭理论赖以建立的精确的截面翘曲位移表达式。因此,我们希望能够从基本假设开始推导曲梁截面的翘曲位移。在圆柱壳无矩理论和圆板平面应力问题中引入薄壁中面剪应变为零的假设后,我们首先得到单轴对称工字形截面两种放置的圆弧曲梁的翘曲位移,按照标准的步骤建立了曲梁的线性理论。在方法上,我们已经可以建立不含对称轴的、但截面各组成板件平行于或垂直于曲率平面的任意截面曲梁的线性弹性弯扭理论。有关文章在中国钢结构协会结构稳定和疲劳学会会议(1996 年)上发表后,我们进一步查阅了资料,发现台湾学者杨永斌教授在 20 世纪 80 年代中期已经导出过双轴对称工字形截面圆弧曲梁精确的翘曲位移,并建立了线性和稳定分析理论,但是仍然缺乏对任意截面曲梁通用的线性和非线性理论。我们接下去的一个进展是,在旋转壳的无矩理论中引入薄壁中面剪应变为零的假设,得到了任意折线形开口薄壁截面精确的翘曲位移,按照标准的步骤,建立了开口薄壁圆弧曲梁的通用线性理论(1997 年)。由于采用对截面各折线求和的方式表达,公式比较冗长,不便于应用。经过一段时间就自然地产生将求和改写成积分的想法:令各块折线板的宽度趋于无穷小就得到用积分表示翘曲位移和其他各个量,验证发现这个积分形式的翘曲位移满足任意截面圆弧曲梁中面剪应变为零的假设,因此建立开口薄壁曲梁弯扭理论的最重要一步也得以完成。

钢梁要计算侧向稳定性,而曲梁,一种比直梁更容易产生弯扭变形的钢构件,在国内外钢结构设计规范中却没有稳定计算的规定,因此我们自然希望建立完整的曲梁线性和非线性分析理论,解决工程中出现的曲梁稳定性计算问题。随后的研

究工作在本书各章节中得到了完整的反映。

本书第 1 章对曲梁研究的国内外现状进行了综述;第 2 章详细地推导了圆弧曲梁的线性理论,其中包含对线性理论的多项改进;第 3 章则对曲梁非线性和稳定理论进行展开;第 4 章介绍了曲梁稳定和非线性弹塑性分析的有限元分析,其中详细地介绍了弹塑性分析过程中出现的各种问题以及处理方法;第 5 章对曲梁试验及其结果进行了详细的介绍;第 6 章则利用有限元程序,进行了 1890 根曲梁的弹塑性极限承载力计算,考虑了圆心角、截面形式、荷载作用点高度等变化,跟踪了曲梁变形发展和截面塑性开展,对曲梁极限承载力的计算进行了归一化研究后,提出了曲梁稳定计算公式;第 7 章对曲梁研究进行总结和展望。

本项研究得到国家自然科学基金的资助,新东南钢结构制造有限公司无偿提供了曲梁试件,张磊、朱俞江、陈强参加了试验工作,在此一并表示感谢。

童根树

2003 年 8 月 17 日于浙江大学

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 曲线梁在工程中的应用	1
1.2 薄壁构件理论	2
1.3 曲梁的理论研究	4
1.4 非线性问题的数值解法	7
1.5 弯扭极限强度和曲梁的极限承载力	8
1.6 本书的主要工作	10
参考文献	11
第 2 章 任意开口薄壁截面圆弧曲梁的线性理论	17
2.1 薄壁曲梁的相关线性理论	17
2.2 薄壁曲梁的通用线性理论	18
2.3 工字形截面曲梁的简化线性理论	30
2.4 有限元方法在曲梁线性问题中的应用	45
2.5 小结	48
参考文献	49
第 3 章 工字形曲梁的非线性理论和拱的屈曲分析	51
3.1 曲梁的非线性理论	51
3.2 工字形曲梁非线性分析的基本理论	53
3.3 腹板垂直于曲率平面的单轴对称工字形曲梁	65
3.4 腹板在曲率平面内的单轴对称工字形曲梁	76
3.5 两个常用假定对计算屈曲荷载的影响	83
3.6 小结	88
参考文献	88
第 4 章 双轴对称工字形曲梁的非线性有限元分析	91
4.1 曲梁有限元的相关理论	91
4.2 非线性有限元的基本理论	93
4.3 双轴对称工字形曲梁的非线性有限元理论	102
4.4 曲梁非线性有限元程序的实现	113
4.5 数值算例	118
4.6 小结	125

参考文献	125
第 5 章 焊接工字形水平钢曲梁的承载力试验	128
5.1 曲梁的试验研究	128
5.2 工字形水平钢曲梁的承载力试验	130
5.3 试验的基本过程和试验结果	136
5.4 有限元分析和试验结果比较	142
5.5 小结	145
参考文献	146
第 6 章 工字形水平钢曲梁的极限承载力分析	148
6.1 曲梁承载力方面的研究	148
6.2 双轴对称工字形截面曲梁的极限承载力	151
6.3 热轧工字形水平钢曲梁的承载力研究	170
6.4 小结	183
参考文献	184
第 7 章 总结与展望	185
7.1 本书工作的总结	185
7.2 试验工作的改进	186
7.3 需要进一步研究的问题	187
附录	189
附录 A 曲梁截面上任意点的位移和应变	189
附录 B 相关参数 D_y 、 D_w 的计算	195
附录 C 关于横向正应力非线性影响的推导	199

第 1 章 绪 论

1.1 曲线梁在工程中的应用

在现代结构工程尤其是桥梁工程中,曲线梁的应用已经相当广泛。曲线梁桥具有独特的流线型结构,线条流畅、明快,意境生动,能够给人以美的享受。这样设计的桥梁结构,使建筑本身和周围的环境协调一致,符合人们的审美要求,而且曲线梁桥的设置,使交通线路的规划能够很好地适应地形、地物限制的要求,使交通线路的布置趋于合理和科学。已有的研究表明,沿着道路曲线布置直线梁和采用曲线梁,后者虽然单个构件制作较为复杂而且造价稍高,但整体结构却因此节省很多局部的结构单元,总的经济指标比前者有较好的改善。因而,无论从几何、美学和经济角度来看,曲线梁桥都有着重要的现实意义和良好的发展前景。

曲线梁在工业设施、民用建筑中也常有应用,见图 1-1。在高炉环形出铁场、干式煤气柜内部结构以及某些有工艺要求的厂房里(圆弧悬挂吊车梁部分)常需要采用不同截面形式的环形曲梁(有 Π 形、工字形、槽钢、箱形和无对称轴的 H 形)。

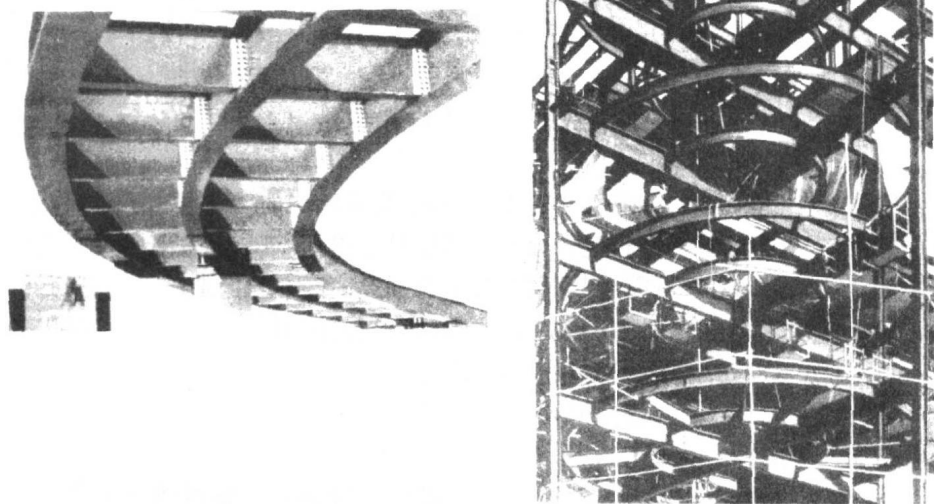


图 1-1 曲线梁在结构工程中的应用

在工业设施中曲梁主要应用于高炉环形出铁场。环形出铁场是高炉系统工程的重要组成部分,它以高炉炉体为中心,以出铁场大小为半径,围绕炉体形成一个封闭的环形钢结构建筑。环形出铁场的柱子、屋面结构均呈放射形布置,其柱子、屋架和高炉框架柱连为一体。设在出铁场内的环形吊车,其外侧支撑在出铁场的柱子上,内侧支撑在高炉框架柱上,吊车绕高炉炉体环形运行。

环形出铁场作为一种新的工艺布局,与传统的矩形出铁场相比,具有布置合理、流程紧凑、通风和采光效果好的特点。国外从20世纪70年代开始,先后有12座容积为 3000m^3 以上的大型高炉采用环形出铁场。在我国,首钢和武钢首先在高炉系统工程中采用环形出铁场^[15]。首钢2号、4号高炉出铁场均采用圆形布置,最大外径为67.9m。出铁场内设有1台30/5t的环形吊车,跨度为18.6m。武钢新3号高炉环形出铁场设有2台20/5+5t、跨距为24m的环形吊车,吊车内轨半径为13.35m,外轨半径为37.35m。包钢4号高炉环形出铁场^[16]直径为80m,采用钢箱形弧线吊车梁系统。出铁场内设有2台30/5~5t的桥式环形吊车,跨度为24m。环形吊车梁采用箱形截面,沿内外环刚架柱环周布置,内外环形吊车梁均设计为多跨连接环梁。外环直径76m,每跨弧长12m;内环半径28m,每跨弧长22m。

在民用建筑中,比较常见的是结构部分为配合建筑要求而设置的曲线梁。另外,曲线梁在船舶工程以及航天工业中也常有应用。

近年来,随着冶金和建筑行业的迅速发展,曲线梁的应用空间日益拓展。与此同时,随着交通事业和城市建设的进一步发展,高等级公路、铁路和城市立交枢纽中的曲线桥梁也逐年增多。因此,曲线梁的分析方法受到了国内外许多学者的注意和重视。弹性薄壁构件理论作为一种经典分析方法,在曲梁问题的分析中具有重要作用。所以,本章首先简要论述薄壁构件理论的基本内容,然后就曲梁问题的研究历史和现状做一些总结,最后提出本书所要研究的内容。

1.2 薄壁构件理论

随着冶金、建筑和航空等工业的迅速发展,建筑结构的构造和计算理论也在不断改进和完善。特别是钢材和轻合金材料强度日益提高,进一步促进了结构构件向薄壁方向发展。薄壁开口、闭合截面构件,具有强度高、质量轻、造价低的特点,经济效果十分明显,在建筑结构和桥梁工程中得到广泛的应用。

Власов^[24]为“薄壁构件”规定的尺寸限制是

$$t/d \leq 0.1, \quad d/L \leq 0.1 \quad (1-1)$$

式中: t ——壁厚;

d ——横截面的代表性尺寸(如截面宽度、高度或任一板件的宽度等);

L ——构件的长度。

当构件符合上述尺寸限制时,我们所探讨的薄壁构件理论具有足够的精度。由

于壁厚与横截面的其他尺度相比很小,弯曲应力和约束扭转引起的翘曲正应力和剪应力沿厚度方向的变化也很小,实用上可以认为应力沿厚度方向均匀分布。所以,在薄壁构件理论中常用构件的形心线作为构件的代表,而用横截面的中线作为截面的代表。任意开口薄壁截面圆弧曲梁如图 1-2 所示。

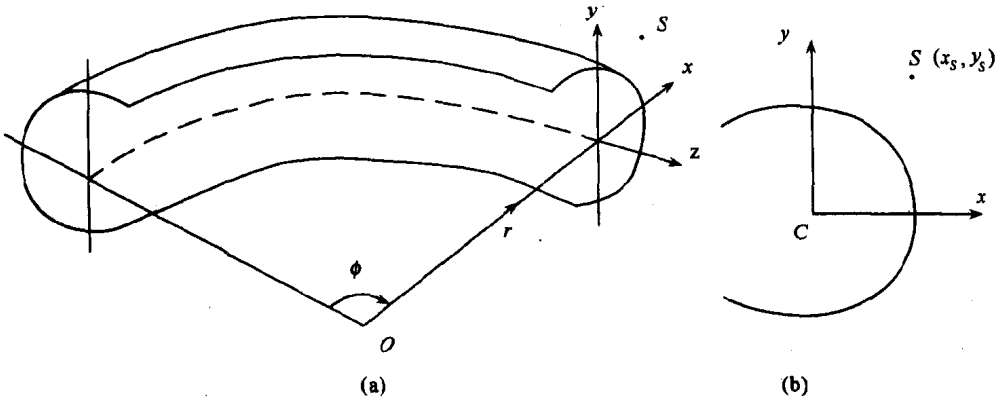


图 1-2 任意开口薄壁截面圆弧曲梁

对于开口截面薄壁构件的弯曲和扭转,常采用下面两条基本假设^[1]:

(1) 在构件受力而变形的过程中,其横截面的形状始终保持不变。也就是说,尽管同一横截面上的各点可能产生垂直于初始横截面的位移(即翘曲),但在其初始横截面平面上的投影则始终保持固定的形状,只是像刚性盘一样移动或转动。

(2) 假定构件中面内的剪应变为零。在符合前面给定的尺寸限制的条件下,弯曲和约束扭转产生的中面内剪应变对构件内应力分布的影响很小。

这两条几何假设首先由 Власов^[24]明确提出,其适用性已经经过实验和更为精确的理论分析的验证。根据这两条基本假设,截面中线上任意点的位移可以通过构件轴线的基本位移来表达。

任何薄壁构件实际上都是一个壳体,开口薄壁截面圆弧形曲梁构件则属于旋转壳的一部分。通过旋转中心轴线和旋转壳母线的平面,与曲梁构件表面相交即为其横截面。旋转壳的壳体理论已经很成熟^[26]。如果用壳体理论来分析薄壁曲梁构件结果自然很精确,但工作量很大,而且对于一些由多个此类构件组成的结构体系,壳体理论的分析就变得不可能。从另一个方面来讲,由于其具有长度方向尺寸比横截面尺寸大得多的特点,我们可以在满足实际工程精度要求的基础上,引入上面的基本假定,把它简化为一根构件进行研究。

对于薄壁截面曲梁构件,除了上面的尺寸限制,还要求 $d/R \leq 0.1$,即曲率半径比横截面的最大尺寸要大很多。对于曲率半径小于这个限度的弯曲构件,采用薄壁构件理论就无法保证足够的精度,需要采用或寻找更为精确的理论来分析。

曲率为定值的薄壁截面圆弧曲梁理论,可以看成是直的薄壁构件理论的自然

延伸。随着薄壁构件理论的发展和日趋完善,直构件在各种荷载作用下的工作特性已经很好地为大家所了解,理论研究的方向逐渐向任意弯曲构件发展,成为近一段时间研究的热点之一^[115]。已有曲梁方面的理论研究,大多是就曲率半径恒定的圆弧形曲梁而言的,所以在下面如果不做特别说明,均指圆弧曲梁。

1.3 曲梁的理论研究

对于曲梁,当外荷载只作用在曲率平面内或构件主要在曲率平面内受力时,通常也称之为拱。如果荷载垂直于曲率平面作用,我们就称之为(水平)曲梁。

根据曲梁在外荷载(包括约束条件)作用下的不同工作方式,又可分为两类。第一类,拱平面外有足够的支撑,可以阻止其出现平面位移。这样,构件只会在曲率平面内变形或失稳,其受力情况可以根据平衡条件确定。由于拱在平面内的变形比较简单,其工作特性已经为大家所熟悉。第二类,拱平面外未设置侧向支撑或支撑刚度不足,便有可能发生平面外的弯扭失稳;或者是水平曲梁,在荷载作用下初始变形就既弯又扭。它们涉及弯曲构件在空间的变形描述,其工作特性比较复杂,而且薄壁构件存在不均匀扭转产生的翘曲现象,单纯根据平衡条件不能完全确定构件的受力情况,更增加了理论研究的难度。下面所说的曲梁理论大多是针对第二类情形进行研究的。

曲梁问题的研究最早可以追溯到19世纪S. Venant对圆形截面弯曲杆件的扭转问题研究^[62]。比较深入的理论研究始于20世纪五六十年代。Timoshenko和Gere^[23]研究了狭长矩形截面拱在均布径向荷载和两端等弯矩作用下平面内和平面外的稳定问题,其中没有考虑翘曲的影响。Власов^[24]通过考虑曲率的影响对直梁的内力表达式进行修正,建立了曲梁稳定分析的基本方程,将曲梁问题的研究拓展到任意截面形式。Dabrowski随后重新研究了不对称截面薄壁曲梁的弯扭问题,补充了Власов在推导中遗漏的项次^[62]。

Власов也是第一个比较系统地研究薄壁构件问题的学者。他的研究表明,翘曲位移是整个薄壁构件理论的基础。遗憾的是,在曲梁问题上他未能找到对应的翘曲位移。其后许多曲梁方面的研究^[44,45,116]都是以Власов的理论为基础的。

Ojalvo和Newman^[67]采用平衡扰动法研究自然弯扭构件的稳定问题。这种方法最早由Radenkovic^[66]提出,用于拱平面内稳定问题的研究。Ojalvo等^[66]采用同样的方法研究了环段在沿弦向作用拉力或压力时的弹性稳定。很显然,这种只根据平衡条件研究曲梁稳定的方法没有考虑翘曲的影响。Cheney^[41]研究了开口薄壁圆环在均布外荷载作用下的稳定问题,考虑了分布弹性约束对圆环稳定性的影响。

Yoo^[118]将直梁的内力-位移关系,考虑曲率因素修正后代入总势能方程,建立了曲梁稳定分析的基本方程。由于Yoo关于拱屈曲问题的解答完全不同于Timoshenko和Власов,引起诸多学者在该研究领域的兴趣和对曲梁理论的进一步讨

论。为检验何种理论更为精确, Rajasekaran 和 Ramm^[88]采用板壳单元计算曲梁均匀弯曲时的临界荷载, 研究结果与 Власов 理论的解答更为符合。

Usami 等^[100]从薄壁构件理论的基本假定出发, 建立了开口薄壁曲梁的大位移理论, 并用于拱的稳定问题分析。他导出了翘曲位移的近似表达式, 为近来诸多研究者所采用。Yang 等^[108]针对双轴对称工字形截面曲梁, 导出了精确的翘曲位移, 然后根据虚位移原理, 建立了曲梁稳定分析的基本方程。由于 Yang 等^[108]得到的解与经典的 Timoshenko 解有较大的差别, 因此紧接着他对所提出的曲梁理论做了进一步的改进, 提出在曲梁的稳定问题研究中径向应力 σ_r 的影响也应计入^[109]。Papanglies 和 Trahair^[71,98]首先从曲梁微元的空间变位关系给出轴向应变和剪切应变的非线性表达式, 然后代入总势能的二阶变分式中得到曲梁的稳定平衡方程。Rajasekaran 和 Padamabhan^[89]根据 Usami 的翘曲位移, 采用变分原理给出自己的曲梁理论。Kang 和 Yoo^[53,54]同样采用 Usami 的翘曲位移, 详细推导了曲梁非线性问题的基本方程, 并对已有各理论之间的分歧给出自己的解释。

由于直梁的稳定理论已经比较成熟, 所以对于曲梁的稳定问题, 一个很自然的想法便是用多个直梁单元去逼近。从事此方面的研究主要有 Bazant 和 Nimeiri^[32]、Palani 和 Rajasekaran^[70]。从他们的研究报告可以看到, 采用直梁单元对于拱空间屈曲问题的解答常常不能令人满意。Yang 和 Kuo^[112,114,115]指出: 曲梁的稳定问题涉及构件的空间大转动问题, 应用传统的直梁理论不能保证构件屈曲后仍处于平衡状态; 必须处理好用直梁近似导致的在单元交点处弯矩的空间分解和平衡这个问题, 处理好这个问题(即引入节点几何刚度矩阵^[115]), 用直梁单元就可以得到满意的结果。Kuo^[56]借助 Macsyma 程序, 由直梁理论直接导出了忽略翘曲影响的曲梁稳定方程。但是, 对于有翘曲影响的薄壁曲梁, 用直梁代替仍然存在困难, 这个困难在于直梁单元的双力矩如何向整体坐标转换。实际上, 翘曲理论只能在单个构件内应用, 两根相互垂直的构件组成的结构, 要应用薄壁构件翘曲理论进行分析, 由于一个构件的翘曲必然使得与之垂直的构件的截面产生畸变(截面形状发生改变), 因此必须引入额外的假设或简化才能进行分析。

我国学者李国豪和李明昭对矩形、梯形、箱形曲梁理论做了有价值的研究工作。李国豪^[10]还对大曲率薄壁箱形曲梁进行过研究。夏淦^[14]提出了分析变曲率曲梁的理论。段炼^[11]在 Usami 理论的基础上, 研究了单轴对称截面曲梁的稳定问题。周文伟等^[19,20]导出空间曲梁单元在三维空间变形的应变-位移关系, 并应用有限元方法进行分析。童根树^[7]对单轴对称工字形截面圆弧曲梁两种不同放置情况下的翘曲位移、内力表达式和基本方程进行了详细的推导。许钧陶和童根树^[8]从旋转壳的剪应变表达式出发, 根据两个基本假定, 得到了任意开口薄壁截面圆弧曲梁精确的翘曲位移表达式, 并在这个基础上建立了曲梁线性分析的基本方程。

曲梁的理论研究仍在持续进行, 然而已有各种理论之间存在明显的分歧, 限制了曲梁研究的进一步深入。Kang 和 Yoo^[53]初步总结了导致这种现象的原因。我们

归纳和阐述如下:

(1) 推导方法的不同。宏观上有微段平衡法和能量法。细节上,在建立内力-位移关系的方法上存在将直梁对应的公式考虑曲率修正后直接得到,也有采用假设的翘曲位移或导出的翘曲位移,利用应变-位移关系(即几何关系)和 Hooke 定律得到。能量法则存在从应力-应变关系开始推导,也有采用内力-位移(曲率)等截面层次的量开始推导。

(2) 对于薄壁构件基本假设的诠释不同。有的采用薄壁中面线性剪应变假设为零,而有的认为非线性剪应变假设为零。

(3) 推导过程中对于曲率项的近似程度不同。这种近似出现在不同的层次:应变-位移关系上,内力-位移关系上,在能量法中,以应力、应变相乘开始推导和以内力、位移(曲率)相乘开始推导得到的最终能量表达式就会因为对曲率项的近似程度不同而导致不同的结果。

(4) 考虑的应力和应变分量不同,有的仅考虑纵向应力和自由扭转剪应力,有的还考虑中面非线性剪应变,本书则首次全面地引入了截面上的横向正应力和非线性横向正应变的影响。

(5) 非线性应变-位移关系中,由于保留全部的非线性项会导致非常冗长的式子,因此非线性项取舍的不同,也会导致不同的结果。

综合上面的各种因素,就可以指导目前的各种曲梁理论之间存在分歧就不足为奇了,判断理论就必须部分地依赖试验。可惜目前这方面的实验资料还不多, Tokarz^[95]进行了矩形截面圆弧拱和抛物线拱的稳定试验, Papangelis 和 Trahair^[72,73]则针对双轴、单轴对称工字形截面拱的稳定分别进行模型试验。

就研究方法而言,曲梁方面的理论研究主要采用平衡法、能量法以及基于变分原理的虚功(位移)方法。平衡法方法简单,物理意义比较明确,在曲梁理论中获得广泛应用^[23], Ojalvo 等^[66,67]采用的扰动法也属于平衡法。平衡法的缺点是容易遗漏项次,而且不易考虑截面翘曲的影响。能量法能克服稳定问题分析中有时遇到的数学上的困难,应用也很广泛。Yoo^[118]在建立曲梁的总势能; Papangelis 和 Trahair^[71,98]在研究双轴、单轴对称工字形截面拱的稳定问题都采用这种方法。

Rajasekaran 和 Ramm^[88]提出, Yoo 的研究与 Власов 的理论一样,推导方法并不是完全可信(consistent)的;曲梁问题的研究应从虚功原理出发,建立更为可信的非线性理论,对于材料进入弹塑性阶段的情况尤其应该如此。近年来的曲梁理论研究,如 Usami^[100]、Yang^[108,109]、Rajasekaran^[89]、Kang^[53,54]和 Pi^[81,84]都遵循这样的思路。Yang^[115]则指出,平衡法作为一种传统的研究方法,在今天仍然具有很重要的实际意义;只要采用正确的力学机理,平衡法同样能得到正确的结果。但是我们认为,曲梁稳定问题采用平衡法,存在很大的困难。

1.4 非线性问题的数值解法

上节讨论的各种理论是对曲梁进行线性或非线性分析的基础,但得到的基本方程往往很复杂,除了一些特殊的荷载作用和边界条件,方程大多不存在闭合解。这时就需要依靠数值计算方法来求解。Ojalvo 等^[66]采用向前积分法求解拱屈曲分析的基本方程。Vacharajittiphan 和 Trahair^[102]建立了以有限积分法计算临界荷载的方法。该方法可以用于任意几何形状、各种边界约束条件和不同荷载作用下,双轴对称截面拱的平面外屈曲分析。

除了对曲梁进行理论分析以外,还可以采用数值方法来研究曲梁在各种条件下的工作特性。研究直构件所采用的方法如能量法、差分法、有限条法和有限元法等,在曲梁分析中都可以运用。随着计算机的广泛应用和数值方法的飞速发展,描述曲梁工作特性的复杂的数学问题都可以通过计算机方法来解决,这对于推动曲梁理论的深入研究无疑有很大帮助。下面简单回顾一下构件非线性问题的相关研究。

结构的非线性通常可以分为两种类型:几何非线性和材料非线性。关于几何非线性问题的研究很多;Bathe 等^[31]建立了三维梁单元的两种格式(T. L. 格式和 U. L. 格式)有限元公式,用于梁系结构大位移、大转动分析。Krajcinovic^[87]提出一种建立离散单元刚度矩阵的方法,分析薄壁构件的线性和特征值问题。Bazant 等^[32]针对薄壁构件,建立了可以用于空间大变形和屈曲后分析的非线性理论。Murray^[64]根据虚功原理,导出了薄壁构件非线性分析的平衡微分方程。Oran^[68,69]建立了可以精确分析平面构件稳定问题的梁柱理论,其后拓展到空间问题,使该理论在应用上趋于完善。

实际构件在达到极限承载力以前,材料往往已经进入弹塑性阶段。20 世纪 50 年代后期,里海大学对残余应力及其对柱子承载力的影响进行了系统研究,使得人们对构件在弹塑性阶段的工作机理有了深入了解。Trahair^[96]研究了工字梁均匀受弯时的弹塑性弯扭屈曲,对此前研究中采用的不同假设做了分析和评价。Kitipornchai 等^[56]用有限积分法研究直梁的整体稳定问题。Nethercot^[66]用有限元法求解了工字形梁的弹塑性侧扭屈曲,并对梁的非弹性侧扭屈曲影响因素做了比较详细的讨论。Rajasekaran^[87]运用有限元方法,进行梁和梁柱的弹塑性分析。Vinnakota 在建立平衡微分方程的基础上,采用差分法计算压弯构件的弹塑性极限承载力。沈祖炎提出数值积分法计算构件的极限承载力,可以考虑各种边界条件和残余应力的影响^[1]。陈其石等^[9]提出正交配置方法,分析钢梁弹塑性整体稳定问题。Chen 等^[25]在 *Theory of Beam-Columns* 一书中,比较全面地总结了已有的理论研究,并介绍了不少实用的计算构件承载力的数值方法。

进入 20 世纪 80 年代,非线性问题的研究得到进一步深入和拓展。Chan 等^[35]应用 U. L. 格式有限元方法,研究了不对称截面薄壁构件的几何非线性问题。

Yang 等^[106,107]应用半切线弯矩的概念,导出了薄壁构件空间几何非线性分析的刚度矩阵。Kassimali 等^[55]依据 Eulerian 公式,提出用于框架弹性大变形和稳定问题的分析方法。Chen 等^[40]应用 Rodriguez 修正转动矢量的概念,建立了空间框架结构的大变形理论。Dvorkin 等^[43]给出曲的 Timoshenko 梁增量形式的非线性有限元公式,并导出容许大转动的切线刚度矩阵。Pi 和 Trahair^[74,75]建立了三维空间非线性分析的直梁理论,适合于大位移、大转动但是小应变的情况,结合有限元方法可以进行弹塑性大位移分析。沈祖炎等^[17]采用曲壳有限元研究钢构件的非线性问题,可以考虑构件整体和局部稳定的相互作用。张其林等^[18]提出一种样条函数解法计算构件的极限承载力。

近年来,随着计算机的发展,结构分析的数值方法越来越成熟,运用这些方法可以解决很多复杂的问题,考虑更多的因素。这也使得构件非线性问题的研究达到一个全新的层次,研究重点逐渐转向更具有代表性的、可以同时考虑几何和材料双重非线性问题的求解。理论分析和数值方法相结合,可以使计算精度很高,足以模拟甚至代替类似试验。

曲梁方面, Morris 首先运用平衡条件导出曲梁的刚度系数,但他在研究中未考虑翘曲的影响^[125]。El-Amin 等^[44,45]在建立曲梁弯扭特性的有限元单元中考虑了翘曲的影响,他们所采用的形函数是类似直构件的多项式形式。Chaudhuri 和 Shore^[38]与 Yoo^[116]分别采用曲梁线性分析的精确解作为有限元分析的位移函数。Yang 等^[111]推导出两种曲梁单元用以分析曲梁的稳定问题。Gendy 等^[49]利用两个变量的变分原理,建立了两个节点的空间曲梁单元。Dvorkin 等^[43]建立了容许大转动非线性分析的曲的 Timoshenko 梁单元。Sandhu 等^[91]提出一种 4 节点的等参曲梁单元。

邓可顺^[12]基于不同的壳体理论提出用于拱平面内屈曲分析的曲梁单元。金伟良等^[13]提出了分析箱形曲梁的广义位移法。周文伟等^[20]提出可以用于空间几何非线性分析的曲梁单元,但他主要针对闭合截面构件,没有考虑翘曲的影响。王小岗等^[21]构造出用于拱屈曲分析的 12~20 节点三维退化曲梁单元。

Pi 和 Trahair^[79~84]建立了一套完整的工字形曲梁非线性分析理论,并应用有限元方法分别对拱和水平钢曲梁的承载力问题进行研究,提出了可以用于设计的计算公式。Fukumoto 等^[48]用传递矩阵法分析了工字形曲梁的稳定极限承载力,并进行了 6 根小曲率简支曲梁的试验研究。Yoshida 等^[122]以传递矩阵法为基础,提出了工字形水平曲梁的弹塑性大位移分析方法。Liew 等^[61]采用通用有限元软件 ABAQUS 对工字形钢曲梁的极限荷载进行分析,并与试验结果做了比较。

1.5 弯扭极限强度和曲梁的极限承载力

通常,人们在进行建筑结构或构件设计时需要计算其强度、刚度和稳定性。曲梁在外荷载的作用下,通常既弯又扭,所以曲梁的强度问题涉及弯曲和扭转联合作

用。薄壁构件在弹性阶段抵抗外扭矩的工作机理已经得到了很好的研究^[24]。但进入弹塑性阶段以后,问题就复杂多了。由于这方面没有很好的计算模型,理论和试验研究都很缺乏,目前规范中基本未包括弯扭构件的强度计算公式。对于直的构件,在工程设计中为了保证其整体稳定性,通过设置支撑大大减小了荷载偏心的不利影响。

对于受扭构件的极限荷载,自由扭转时,截面上极限扭矩可以按照 Nadai 提出的“沙堆模拟”来确定。约束扭转时,截面上既有剪应力又有正应力,而且应力沿构件的长度变化,因而求极限扭矩的问题比较复杂,目前还不存在适用于各种截面的一般解法。

对于弯矩和扭矩联合作用下开口薄壁构件的弹塑性工作性能和极限荷载问题,目前仅有一些关于特定构件的近似解^[1]。Augusti 研究了工字形截面的构件一端固定、另一自由端受一集中力作用的情形^[126]。Стрельбицкая 研究了工字形和槽形截面的构件在弯扭联合作用下的极限荷载,极限荷载由受力最不利的一个或几个截面达到极限状态(弯扭塑性铰)的条件来确定。Kollbrunner 研究了工字形截面构件在弯扭联合作用下弹塑性性能和极限荷载。

1965 年,Dino 和 Mechant 针对悬臂构件提出了弯扭联合作用下计算极限强度的近似上限公式^[127]:

$$\left(\frac{M_x}{M_{px}}\right)^2 + \left(\frac{T}{T_p}\right)^2 = 1 \quad (1-2)$$

式中: M_x ——曲梁中绕强轴的最大弯矩;

T ——最大扭矩;

M_{px} ——截面绕强轴的全塑性弯矩;

T_p ——截面的全塑性扭矩。

在水平曲梁的塑性破坏分析(plastic collapse analysis)中,全塑性状态通常也根据上面的相关方程确定。Pi 等^[84]指出,目前还没有严格的理论模型可以确定截面的全塑性扭矩 T_p 。实用上,计算塑性破坏扭矩的近似上限公式仅仅适用于非自由扭转情况,并不能作为构件在弯扭塑性破坏时截面的全塑性扭矩,因而上面的相关方程并不完全适用于工字形水平曲梁的全塑性分析。

近年来,这方面的研究有一定进展。Billingham 等^[34]提出了钢构件在自由扭转时弹塑性极限扭矩的计算方法。Chen 和 Trahair^[39]研究了工字梁在弹塑性阶段的约束扭转问题。Pi 和 Trahair^[77,78]对工字形截面的塑性扭转破坏问题进行研究。Pi 等^[76]应用有限元方法研究工字梁非弹性弯扭问题,分析中考虑了大变形、初始几何缺陷和残余应力的影响,提出了计算工字梁弯曲和扭转联合作用下极限承载力的相关方程。Trahair^[69]将上述方法予以延伸,针对单轴对称和点对称截面进行扭转塑性极限分析。

由于结构或构件的稳定问题是工程实践中经常出现的问题,因此人们很早以

来就对此进行过研究。这些研究成果大多反映在各国的设计规范中。各国钢结构设计规范很大一部分条文都和稳定性有关。

1969年,美国联邦公路管理局成立了大学研究组协会(Consortium of University Research Team),重点针对水平钢曲梁桥的分析和设计方法进行研究。这个研究组包括Carnegie-Mellon大学、Pennsylvania大学、Rhode Island大学和Syracuse大学。他们的研究成果以及Maryland大学的研究工作,形成了工作应力设计准则和钢曲梁桥的临时设计规范。1977年,美国公路运输协会(AASHTO)^[29]总结1976年以前的研究成果,给出工字形曲梁桥的设计建议。他们建议的曲梁稳定设计式将受压翼缘当作直杆,引入两个折减系数分别考虑初始曲率和约束扭转的影响。

在工程设计规范改用概率极限状态设计法后,国内对钢曲梁未进行过任何的稳定极限承载力理论和试验研究,国外也很少,各国规范基本未包含钢曲梁内容。德国最新钢结构规范对曲梁仅给出了要求按二阶弹性分析方法设计的设计原则,没有具体公式。我国《钢结构设计规范》未包含任何曲梁的内容。钢结构设计手册给出悬挂式圆弧吊车梁的一些内力计算图、表和强度计算公式,对曲梁的稳定性只提出计算要求,没有计算公式。

1991年,美国结构稳定研究委员会(Structural Stability Research Council)“水平曲梁”工作小组(Task Group 14)在回顾已有研究的基础上,指出需要进一步对水平钢曲梁在弹塑性阶段的工作特性进行研究。就可查到的文献,仅有两组学者做过工字形钢曲梁弹塑性极限承载力的研究工作。1981年,Fukumoto等^[48]试验了2组6根焊接工字形钢曲梁,曲率 $L/8R$ 从1/100到1/1000不等,并用传递矩阵法进行了极限承载力对比分析。试验时,曲梁两端简支,跨中上翼缘作用一集中力,试验中还进行了残余应力的测量。1995年,Shanmugam等^[92]进行了2组共10根工字形钢曲梁试验,同时用板壳有限元(ABAQUS)进行稳定极限承载力分析。试验构件包括热轧和焊接两种截面,荷载作用在偏离跨中的位置,且荷载作用点处截面有转动约束,只能竖向位移,不能转动。

1.6 本书的主要工作

综上所述,现有的曲梁理论仍然很不完善,影响了其进一步推广和应用。从研究方法来说,以翘曲位移为基础,依据虚功原理建立起来的曲梁理论更为完备和可信,这也是近年来许多研究者所采用的基本方法之一。本书所要做的工作如下:

(1)从薄壁曲梁的精确翘曲位移出发,利用虚功原理,建立起一套精确的、可以应用于任意开口薄壁截面圆弧曲梁的线性理论,给出平衡微分方程和相应的边界条件。然后就常见的截面形式(如单轴对称工字形、槽形、无对称轴的H形截面),对所提出的曲梁理论进行简化,并与已有的理论进行比较。