

林六十 高仕汉 李小平 等

数
S H U
学
X U E
教
育

J I A O
Y U
改
G A I
革

G E
D E
的
X I A N
状
Z H U A N G
与
Y U
发
F A
展
Z H A N

● 中学数理化教师提高丛书

华中理工大学出版社

中学数理化教师提高丛书

数学教育改革的现状与发展

林六十 高仕汉 李小平

华中理工大学出版社

(鄂)新登字第 10 号

图书在版编目(CIP)数据

数学教育改革的现状与发展/林六十 高仕汉 李小平编
武汉:华中理工大学出版社, 1997年10月
ISBN 7-5609-1646-5

I. 数…

II. ①林… ②高… ③李…

III. 教学理论-数学教育改革-课程计划

IV. G4·41

数学教育改革的现状与发展

林六十 高仕汉 李小平编

责任编辑 李立鹏

*

华中理工大学出版社出版发行

(武昌喻家山 邮编:430074)

华中理工大学出版社照排室排版

新华书店湖北发行所经销

华中理工大学出版社沔阳印刷厂印刷

*

开本:850×1168 1/32 印张:6.375 字数:151 000

1997年10月第1版, 1997年10月第1次印刷

印数:1-4000

ISBN 7-5609-1646-5/G·168

定价:6.50元

(本书若有印装质量问题,请向出版社发行科调换)

《中学数理化教师提高丛书》编委会

主	编	郑隆炘	王心宽	
编	委	(以姓氏笔画为序)		
		王心宽	孙正川	李绍参
		陈文生	欧阳仲威	范鸿章
		郑隆炘	杨文茂	林六十
		汤光宋	梁法驯	张兆华
		姚磊明	龚义建	高正兴
		高仕汉	裴幼强	樊 恺

内 容 提 要

本书综述了数学教育的历史与现状,以及今后的发展趋势;分析了数学改革的内容、方法、功能、观念等情况;探讨了数学教学改革的热点问题,如数学竞赛与英才教育的问题,数学思维与思维能力的问题,数学教育测量与评价的问题;同时还介绍了美国、德国、日本等西方国家的数学教育改革的基本情况;提出了数学教育发展的一些见解。本书是资料性质的图书,它将给读者提供许多有益的信息。对中学教师增长知识,拓宽视野,提高水平是一本极好的图书。

总 序

切实加强中学教师队伍特别是青年教师队伍的建设,是教育面向 21 世纪的一项紧迫的战略任务。为了帮助中学数理化教师提高思想与业务素质以及教学能力、教研能力、科研能力,促进中学教育教学质量的提高,我们组织编写了这套《中学数理化教师提高丛书》。

本丛书遵循以下编写原则:充分考虑 21 世纪经济建设与教育发展的需要,认真总结多年来中学教育改革的经验,以及开展中学教师继续教育的研究成果;编著的内容源于中学、又高于中学,努力挖掘中学知识与大学知识之间的联系;对中学有关知识内容,抓住实质深刻阐述、并适度拓广、插漏补缺、重点提高;努力做到应用正确的哲学与方法论和先进的教育理论指导所撰内容,并融为一体,注重科学性、时代性、系统性、实用性与可读性;尽量不与已有中学教师进修书籍重复,做到有创新的见解,有独到的分析,有新颖的内容,有作者的研究成果。丛书由郑隆炘、王心宽等 10 多位教授、专家组成编委会,由在中学数理化教育方面有研究成果与实践经验的教授、专家,以及有研究实力的中青年同志撰稿,其读者对象是各类中等学校数理化教师、教研工作者、大学理工专业学生、高中阶段部分成绩优秀的学生,以及高中以上文化程度的自学者。

我们深信,这套丛书的出版,将对中学师资队伍建设与中学理科教育改革,起到积极的促进作用。

《中学数理化教师提高丛书》编委会

1996 年 4 月于武汉

SAH64/04

序 言

这套丛书的出版是一件很有意义的工作。由于笔者工作范围之限,只能对数学方面提出一点看法。如果还多少有一些想法对它学科也有些作用,则甚至有一些喜出望外了。

自文化大革命结束以来,中学教育无论在数量和质量方面都有了飞跃的发展。比之当时百废待兴的局面自然是今非昔比。尽管在未来几十年中改革和发展还会有极多复杂的情况出现,但是总可以采取比较“正规”的,按教育客观规律办事的方法,临时性的措施应该更少一些了。因此,中学教师的继续教育问题就亟待更有系统地提出与解决了。

当然,可以要求中学教师都有更高的学历;如果满足不了,也可以用某种形式来补一补课;也可以开一些研讨会等等来帮助解决某些问题,但是根本之图是要求中学教师能多读一点书。这样就提出了一个问题,读什么书?怎样读书才能有用?有不少人认为教什么就学什么就行了,不少人(包括高等师范院校相当一批师生在内)已经感到念这么多高等数学是没有用的。有不少人认为这违反了“师范性”反而造成思想不安、队伍不稳,如此等等。也有完全相反的看法,认为只有多念更高深的数学课程,本科完了还有研究生,这样才能从“根本上”提高水平,从“根本上”稳定队伍,从“根本上”解决师范性问题。那么什么是“师范性”呢?为人“师表”,应该有什么样的“规范”呢?作为一个教师,特别是一个中学教师,他的工作对象是“人”,是十来岁思想最活跃,最具可塑性的人,要去塑造一个人,有思想政治的要求,有道德情操的要求,当然还有生活能力、劳动技能等等,而从数量上“作大头”的仍是科学文化方面的要求。对于一个数理化教师,不但要求他以自己的思想情操去感化学生,更要求他能从自己的专业方面去塑造一个人。当然,例如一

个数学教师不应该以为自己的学生将来很多人成为数学家。但是，数学不只是谋生技能，更不能只是进入高一级学校的敲门砖。从这门科学中，我们看到人类是怎样解决他们面临的许多问题，又怎样从具体问题形成了许许多多数学定理、数学理论，……，人们曾经不只是为了某个具体的目的去研究一个个具体的数学问题，而是追求深层次的真理，又怎样由此而造出美好的世界。这就是创造，我们现在常说要培养“能力”。其实，哪里有什么“抽象的能力”，如果不进行创造的实践而侈谈“能力”的培养，犹之乎不下水而谈游泳的道理一样。一个十来岁的孩子解一个简单的数学题，他可能在创造，而范进 60 岁中举，哪怕是中了状元也没有什么创造，也谈不上什么能力。当然，写八股文也算一种“能力”吧！问题不在于是念高等数学还是初等数学，而在于如何对待这孩子能够接受的知识，是一个态度问题。我不相信这里有什么固定的方法，更没有什么诀窍。可以看一看每一个事业有成的人，几乎都受到一两位中学教师的影响，而这位教师的影响，最深刻的不仅在于具体的知识，而在于他的情操，他对待科学的态度等等，即在于他自己的科学素质。

我们常说把大学的知识和中学知识结合起来，其实这是培养高的科学素质的根本之途。有一些历史的经验：19 世纪末到本世纪初的德国大数学家克莱因，写了一部名著《高观点下的初等数学》，应该感谢湖北教育出版社，愿意赔本出这本书，其实这是作者多年利用假期为中学教师讲课的教材，而且实际上把自己的研究的成果都讲给教师们听。直至今日我们再读这本书仍感到富有启发，使人思为泉涌，可以懂得许多自以为再也没有问题的东西，一句话，可以懂得什么叫把大学和中学结合起来。我愿向每一个有志于提高自己数学水平的数学教师推荐这本书，条件是这位教师应该读过相当于大学一、二年级的数学课程。另一个范例是前苏联的经验。其中最宝贵的是，第一流的数学家，甚至是数学大师，也都愿意为中学教师的提高尽心尽力，最近一位同志翻译了前苏联的大数学家辛钦写的《数学分析八讲》，看一下这位名重一时，贡献卓著

的概率论大师,是怎样讲最基本的数学分析知识,从什么是实数,什么是函数开始,而且并不超过大学一年级的内容,看一下他的讲法和我们自己对这门最基本的数学课程的理解,相距何在,就知道为了提高自己的“素质”还要下多少功夫。现在大家都在讲素质教育,如果在科学文化方面也要提出素质问题而不只是谋生技能,更不是进入高一级学校的敲门砖的话,那么最重要的是教师的素质。

这里我们有意不谈对数学有特殊重要性的解题,训练问题,也没有讲到有特殊作用的数学竞赛问题,这是需要专门讨论的。但是可以说一句,这不会和上面讲的一切矛盾。

十分高兴,现在有一批有志者在本世纪之末开始编写这一套丛书,决心在这个方向上走上踏实的一步。尽管征途漫漫,困难重重,也不能以上面提到的大师们和他们的经典著作来要求于这丛书。方向是正确的,工作是十分有意义的,希望读者会从这丛书中得到启发,得到益处,更希望有更多的有志者投入这个工作。

齐民友

1996年6月1日于珞珈山

前 言

作为《中学数理化教师提高丛书》中的《数学教育改革的现状与发展》一书,是在遵循丛书编写原则要求下,为适应数学科学和教育科学的发展,提高中学数学教师的素质的要求来构思本书的。我们认为数学教师了解一些数学教育改革的现状和发展趋势是有益的。因此,本书综述了数学教育的历史和现状,分析了当今数学教育的热点问题,提出了数学教育发展的一些见解,目的在于为读者提供一点线索、问题与信息。因此这是一本资料性的书籍,我们希望这本书能引起热衷于数学教育同行的关注,为创立有中国特色的数学教育而努力。

本书是由我和高仕汉先生根据丛书的编辑思想构思的。在提出编写计划后,高仕汉先生编写了第一、二两章及第五章的第二和第七节。蔡攻先生编写了第三章的第一和第二两节。李小平先生编写了第四章的第二节以及第五章的第五和第六节。其余部分是由我负责编写的,最后由我和高仕汉先生审定。

林六十

1997年5月

目 录

第一章 数学与数学教育	(1)
§ 1.1 数学的本质	(1)
§ 1.2 中国数学教育简史	(21)
§ 1.3 数学教育理论的形成与发展	(27)
第二章 数学教育的功能与观念	(34)
§ 2.1 数学教育的功能	(34)
§ 2.2 数学教育观念的变革与更新	(42)
第三章 数学教学内容的改革	(52)
§ 3.1 现代数学教学内容改革的特点	(53)
§ 3.2 几个发达国家数学教学内容的改革概况	(58)
§ 3.3 我国中学数学教学内容改革的简况	(73)
第四章 数学教学方法的改革与发展	(80)
§ 4.1 当代数学教学方法的特点	(80)
§ 4.2 国外的几种教学思想	(83)
§ 4.3 我国的数学教学方法分析	(88)
第五章 数学教育中的热点问题	(98)
§ 5.1 大众数学与素质教育	(98)
§ 5.2 问题解决与数学建模	(107)
§ 5.3 数学竞赛与英才教育	(122)
§ 5.4 数学思维与思维能力	(134)
§ 5.5 计算机科学与数学教育	(150)
§ 5.6 数学教育测量与评价问题	(162)
§ 5.7 中学数学教师的素质与培训	(174)
人名英汉对照表	(185)
参考文献	(187)

第一章 数学与数学教育

数学与数学教育是紧密相关,但又属于不同领域的两门学科。它们同样都是随着人类社会实践活动而萌芽,也随着人类社会进步而发展。

这一章将从数学和数学教育发展史切入,来探讨数学观和数学教育的有关理论基础。

本章将回答两个问题:第一个问题,运用历史比较方法,从数学哲学角度,回答数学研究对象是什么?数学是什么科学?从而建立我们应有的数学观;第二个问题,从回顾数学教育发展史,来研究数学教育理论的形成与演变,探讨数学教育的本质。

§ 1.1 数学的本质

一、数学研究对象的历史考察

什么是数学?也就是数学的本质是什么?这是数学哲学中一个最基本的问题。古今中外有许多不同观点:有的认为数学是“人类悟性的自由创造物”;也有的认为数学定理是冥冥之中早已安排好了的巧妙设计,数学家的任务仅仅是发现它;还有的认为,数学是客观世界数量关系和空间形式在人脑中的反映,等等。为了回答这个问题,我们不妨从数学发展的每个历史时期,人们在实践中,对数学研究对象的发现与认识,来加以考察。

数学,作为一门科学,它来源于人类社会实践,并促进人类社会实践,也随着人类社会的进步而发展。数学的起源可以追溯到原始社会,经历了数学萌芽时期;常量数学时期;变量数学时期;近、

现代数学时期四个历史阶段。每个时期数学的发展，都深深印上了当时社会实践与社会文化的烙印。

(1) 数学萌芽时期(远古~公元前 6 世纪)

这个时期的特点，是人们在实践中从现实世界里，零零星星地认识了数学中最古老、原始概念——“数”(自然数)和“形”(简单几何图形)。数的概念起源于数(读 snǔ)。原始社会人们采用“结绳计数”，就是把打猎所获得猎物与绳子的“结”进行比较，得出猎物的个数。从我国出土的甲骨文中，发现大约公元前 14 世纪~公元前 11 世纪的数字是采用十进制记数法，最大数是 3 万。由此可见，数已从具体事物分离出来，抽象为“数”的概念，但仍然印上了十个手指数数的烙印。另一方面，人类还在采集果实、打造石器、烧土制陶的活动中，对各种物体加以比较，区分直曲方圆，逐渐形成了“形”的概念。我国出土的“仰韶文化”的彩陶中，就有由三角形和直线组成或由圆和曲线组成的图案。

(2) 常量数学时期(公元前 6 世纪~公元 17 世纪)

这个时期的特点，是人们将零星的数学知识，进行了积累、归纳、系统化，采用逻辑演绎的方法形成了古典初等数学的体系。数学萌芽时期，人们认识的“数”和“形”，只是零星的数学知识，并未构成逻辑体系。到了公元前 5 世纪，古埃及由于尼罗河长期泛滥，冲毁了土地区域，需要重新丈量，积累了丰富的几何知识。后来古埃及人把几何知识传到古希腊，由 Euclid 把人们长期实践发现、积累的几何知识，按照演绎的方法写成了《几何原本》。同一个时期，人们为了解决实践中的一些实际应用问题，如研究天文历法中的问题，促使算术、代数的发展。数学从原始自然数，分数发展扩充到正负实数。成书于东汉时期的《九章算术》，就是人们在长期实践中，用数学解决实际问题的经验总结。

公元前 3 世纪至公元 2 世纪撰写成的《几何原本》和《九章算术》，标志着古典的初等数学体系的形成。

《几何原本》全书共 13 卷。全书主要以空间形式为研究对象，

以逻辑思维为主线,从5条公设、23个定义和5条公理推出了467条定理,从而建立了公理化演绎体系。《九章算术》则是246个数学问题、答案和术文组成。全书主要研究对象是数量关系。该书以直觉思维为主线,按算法分为方田、粟米、衰分、少广、商广、均输、盈不足、方程、勾股等九章,构成了以题解为中心的机械化算法体系。

(3) 变量数学时期(17世纪~19世纪)

这个时期的特点,是“运动”成为自然科学研究的中心课题。数学由研究现实世界的相对静止的事物或现象进而探索运动变化的规律。常量数学已发展到变量数学。16世纪,欧洲社会萌芽了资本主义,手工业生产转向了机器工业生产,迫使自然科学对“运动”和各种“过程”的研究,进而产生了“变量”与“函数”的概念。

17世纪上半叶,Descartes将几何内容的课题与代数形式的方法相结合,产生了解析几何学,这标志着变量数学时期的开始。17世纪60年代,Newton和Leibniz各自从运动学和几何学研究的需要,创建了微积分。随后,相继建立了级数理论、微分方程论、变分学等分析学领域的各个分支。15世纪~18世纪,人们还研究了大量的随机现象,发现存在着某种完全不确定规律性,从而开辟了或然数学的新领域,建立了概率论。

这个时期,数学的研究对象已由常量进入变量,由有限进入无限,由确定性进入非确定性;数学研究的基本方法也由传统的几何演绎方法转变为算术、代数的分析方法。

马克思主义奠基人之一的恩格斯,在考察了18世纪前整个数学发展的历史基础上,指出:“数和形的概念不是从任何地方得来的,而仅仅是从现实世界中得来的”。“纯数学是以现实世界的空间形式和数量关系——这是非常现实的材料——为对象的”。这些论断揭示了科学的数学本质。

(4) 近现代数学时期(19世纪以后)

这个时期的特点,是数学由研究现实世界的一般抽象形式和关系,进入到研究更抽象、更一般的形式和关系,数学各分支互相

渗透融合。随着计算机的出现和日益普及,数学愈来愈显示出科学和技术的双重品质。19世纪以来,由于社会发展的需要,以及数学自身的逻辑矛盾不断产生许多新问题,促使处于数学核心部分的几个主要分支——代数、几何、分析学科的内容发生了深刻变化,并产生了许多新的数学分支,由寻求一元 n 次方程的解而建立了群论,创建了抽象代数学。代数学已由研究具体的数和用字母代表的任意数,以及它们之间的运算,发展到研究各种代数系统的结构和更一般的运算:同构、同态、反演、映射等。由试证欧氏几何的第五公设开创了非欧几何学。非欧几何的发现拓广了空间概念,欧氏空间再不是描述现实世界唯一可能的空间,除此而外还有 n 维空间、无穷维空间以至于更抽象的空间。由研究分析学的基础创建了“集合论”,建立了抽象分析学和数理逻辑。数学分析最基础的概念是函数、极限、连续、导数(微分)和积分,分析的精确化(严密化),是由Cauchy给极限概念下严密定义而开始的,最后由Dedekind和Cantor等人相继完成了连续的理论,才为数学分析的精确化奠定了坚实的基础。由此建立的Cantor集合论,对数学发展的影响极其深远。此外,Schwartz等人对经典函数概念进行了拓广,提出并系统发展了广义函数论。其中泛函分析就是在抽象代数的新方法、几何空间概念的拓广以及分析精确化工作等方面的影响下,建立起来的一门新学科。泛函分析可以看作无限维空间的解析几何和数学分析。它研究的对象不再是某个具体的函数,而是具有某种特征和关系的“函数空间”。

20世纪以来,数学的发展更是迅猛异常,产生了“优选学”、“规划论”、“对策论”、“排队论”、“计算机理论”等等。尤其是第二次世界大战以后,由于科学技术和工程技术上的计算问题的越来越复杂,需要高速、准确地计算许多非线性的、多维的,或为方程组形式的数学问题,为此电子计算机应运而生。随着计算机的出现,与高新科技紧密相关的数学理论,如控制论、突变论、拓扑稳定性和大范围分析等理论也随之产生。今日的数学不仅是一门独立的科

学,而且是一种普遍性的技术。它“兼有科学和技术的两种品质”。

显然,现代数学的许多分支的研究对象,远远突破了传统的“空间形式”和“数量关系”的范围。如果我们对“空间形式”和“数量关系”作更广义的理解,如“空间形式”并非只有二维和三维欧氏空间,还有 n 维欧氏空间、Lobachevsky空间、拓扑空间等;“数量关系”也扩展到向量、张量等,恩格斯关于数学的本质的科学论断依然是恰当的。事实上,数学发展至今,“数学研究的对象不能只限于我们直接经验到的数量关系与空间形式,而必须包括越来越多的‘人类悟性的自由创造物’。”正如数学家丁石孙所说:“数学的研究对象是客观世界的逻辑可能的数量关系和结构关系。”如各种代数结构、拓扑结构,以及同态、同调等各种关系,甚至转换、映照等,这些都成为当今数学所研究的纯粹的“量”。

必须指出,数学研究的对象似乎抽象成为“远离实际的東西”,但是许许多多抽象出的数学对象与现实世界仍然有着密切的联系。例如,复数诞生之时就起了一个“虚幻”的名字—虚数,可是它在电学、空气动力学中却有广泛的应用;又如,Galois群论,在被人们搁置了数十年之后,却在晶体学中找到了应用。再如,我国的概率论专家王梓坤,利用概率统计的理论创造了“随机转移”、“相关区”等数学方法,成功地预报了1976年四川松藩大地震。

二、数学是什么科学?

数学本质的另一个问题:数学究竟是什么科学?是演绎科学,还是经验科学呢?或是实验归纳科学呢?由于人们从不同的角度来认识,因而对这个问题有着不同的看法。

(1) 数学科学的几种论述

从数学所从属的工作领域来看。在17世纪以前,Pythagoras学派的数学观占据了统治地位。他们认为“数是一切事物的本质,整个有规定的宇宙的组织,就是数以及数的关系的和谐系统”。Galileo说得更明白:“大自然乃至整个宇宙这本书都是用数学语言

写出的”。依他们看来,科学的本质就是数学,世界是数学的描述形式。这一时期数学成了科学的“皇后”。到了17世纪,这种观点发生了明显变化。数学家Alembert把数学划归在自然科学之内,确认它是自然科学的一个门类。数学再不被认为是科学的“皇后”,而是科学的“仆人”,是自然科学的工具。直到20世纪80年代末,我国杰出的科学家钱学森明确提出,“数学应该与自然科学和社会科学并列”,成为现代科学技术的自然科学、社会科学、数学科学、思维科学、系统科学、人体科学、军事科学、文艺理论、地理科学等十大门类的一大门类。他主张“数学应该称为‘数学科学’”。钱学森教授这一科学见解,不仅将推动数学自身的发展与繁荣,而且直接影响人们的思维方式,影响着其它的科学进步。

科学技术飞速发展,愈来愈显示出“高新技术的基础是应用科学,而应用科学的基础是数学”。现代高新技术越来越表现为是一种数学技术。正如美国科学院院士Glimm所说:“数学是一种关键的普遍适用的,并授予人以能力的技术”。这样一来,数学就有科学与技术两种品质。

从研究数学的方法来看。匈牙利数理逻辑学家卡尔马认为“数学是一门有经验根据的科学并不排斥用演绎方法,因为其它许多经验的科学也成功地应用这个方法!”;著名的科学哲学家Lakatos认为“数学是既含有经验成分又含有理性成分的一种非封闭的演绎系统——拟经验的体系”;美籍匈牙利数学家、数学教育家G. Polya认为“用欧几里得方法提出来的数学看来却像是一门系统的演绎科学;但在创造过程中的数学看来却像是一门实验性的归纳科学”。可见从数学真理(定理、法则、公式等)的发现或发明的无数事实来看,可以认为它是通过大量实验、归纳而得以发现,进而通过演绎推理而证明它的可靠性和真实性。从这种意义来讲,数学具有两重性。它既是一门系统的演绎科学(从最后被确定的定型的数学来看),又是一门实验性的归纳科学(从创造过程中的数学来看)。