数学奥林匹克

小学版

第一分册

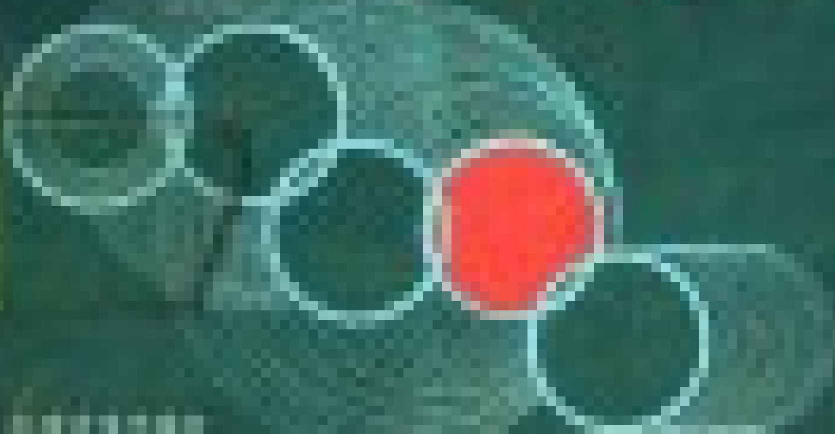
单墫 主编

胡大同 傅敬良 吕娴序 副主编

北京大学出版社

数学奥林匹克

小学版



数学奥林匹克(小学版)
(一、二、三分册)
主　编　单　墫
副主编　胡大同　傅敬良　吕娴序
责任编辑：王明舟
*
北京大学出版社出版
(北京大学校内)
北京大学印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售
*
787×1092毫米　32开　18印张　390千字
1990年3月第一版　　1991年2月第二次印刷
印数：50,001— 71,000册
ISBN 7-301-01304-3/G·68
全套共分三册定价：8.50元

前　言

学生有大、中、小之分。小学生年龄虽小，人数却超过大、中学生之和。小学生又最爱学习，求知欲特别旺盛。因此，给小学生写一些好的课外读物是十分必要的，非常适时的。

北京101中学的老师热心智力开发，在业余时间举办讲座，从事小学生数学奥林匹克的教学。数年来，成绩斐然，深受各界欢迎。在这个基础上，他们将有关内容汇编成书。这套书，学有余力的小学生可在课外阅读，开拓眼界、增长智力；关心学生的家长，可用以培养孩子的学习兴趣与思维能力；中小学教师，开展课外活动，从中取材十分方便。

智力开发，切忌拔苗助长，急于求成。重要的是培养学生学习的兴趣。内容不可过深、过多、过难。应该坚持："宁肯少些，但要好点"的方针，学生能搞懂一、两个问题或初步了解某种方法，就应予以鼓励。不要贪多求全，造成学生囫囵吞枣，消化不良。更不可挫伤了他们的积极性。

在各种数学竞赛中，北京的学生执全国的牛耳，这是广大师生共同努力的结果。我们希望北京的学生能够"百尺竿头，再进一步"。我们更希望看到各地的学生超越北京学生，形成多角鼎立之势。

如果这套小书能为你的进步带来帮助，我们将感到无限欣慰。

由于我们水平有限，加之时间仓促，错误和疏漏之处在

所难免，欢迎同学、老师、家长及一切有志于数学教育工作的同志批评指正。

单 墫

1990年3月

目　录

第一讲　速算与巧算

小朋友，下面这一组题，你能不能不动笔，用心算很快说出它们的结果呢？

口答：

1．$37+41+63+59$；

2．$736-278-422$；

3．125×56；

4．$1500\div 25\div 4$。

上述口答题中的第一题，如果按步就班地顺着次序做加法运算，也能算出正确结果。比如：

$$\begin{aligned}37+41+63+59&=78+63+59\\&=141+59=200.\end{aligned}$$

但是，这种方法不易心算，比较慢。聪明的小朋友一定会想出下面的简便方法：

$$\begin{aligned}37+41+63+59&=(37+63)+(41+59)\\&=100+100=200.\end{aligned}$$

这种方法，可以不动笔，只用心算就得到结果。这就是巧算。只有巧算，才能达到速算的目的。同样，对于后三道题，我们也可以用下面的方法巧算：

$$\begin{aligned}736-278-422&=736-(278+422)\\&=736-700=36.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}125\times 56&=125\times 8\times 7\\&=1000\times 7=7000.\end{aligned}$$

$$1500 \div 25 \div 4 = 1500 \div (25 \times 4)$$
$$= 1500 \div 100 = 15.$$

小朋友，你们一定都希望自己算得又准又快，那么什么样的题可进行巧算呢？巧算的方法有没有科学根据呢？我们将在下面几节中回答这些问题。

第一节　加法中的巧算

同学们学过了加法的运算定律，即：

加法交换律：$a+b=b+a$；

加法结合律：$(a+b)+c=a+(b+c)$。

这两个定律是我们做加法巧算的主要根据。

两个数的和恰好凑成末尾带零的比较整的数，其中的一个数就叫做另一个数的“补数”。例如：

$$27+33=60,$$
$$51+49=100,$$
$$1271+4729=6000,$$

…………………………

在计算几个加数的和时，中间有互为补数的，根据加法的交换律、结合律，可以把它们先相加。这样，就可使运算快些。

例1　巧算下列各题：

（1）$36+87+64$；

（2）$99+136+101$；

（3）$1361+972+639+28$。

解　（1）原式 $=(36+64)+87$

$=100+87=187$；

(2) 原式 $=(99+101)+136$

$=200+136=336$;

(3) 原式 $=(1361+639)+(972+28)$

$=2000+1000=3000$。

考虑如何巧算 $873+188$。这里没有补数，怎么办？我们可以把一个加数拆成两部分，使其中一部分是另一个加数的补数，互为补数的两数先加，其和再与另一部分相加。

$$873+188=861+12+188$$
$$=861+200=1061。$$

例2 巧算下列各题：

(1) $996+548$;

(2) $9898+203$。

解 (1) 原式 $=996+4+544$

$=1000+544=1544$;

(2) 原式 $=9898+102+101$

$=10000+101=10101$。

有的同学可能会问，怎么能马上知道一个数，尤其是一个很大的数，它的补数是什么呢？这很简单，一个数的个位数与它的补数的个位数字相加是10；十位以上的各位数字相加是9。例如，12345，它的补数就是87655。

练习1

请你用简便的方法口答下列各题：

(1) $58+67+42$;

(2) $75+39+25+61$;

(3) $740+287+260$;

(4) $12345+46801+87362+87655+53199+12638$;

(5) $598+326$;

(6) $1989+534$.

下面给同学们讲一个故事：大约在200年前，德国有一位世界著名的数学家叫高斯。他上小学的时候，老师出了一个题目，$1+2+\cdots+99+100=$？小高斯看了看，又想了想，很快地说出了结果是5050。同学们，你们知道他是怎么算出来的吗？原来小高斯看出了下面这些关系：$1+100=101$；$2+99=101$；$3+98=101$；…。一共有多少个101呢？100个数，每两个数一对，共有50个101。

$$(1+100)\times(100\div2)=5050.$$

这样，由于高斯发现了巧算的方法，所以他最先得出了答案。因此，要想算得快、算得巧，不仅要掌握数与运算的性质，而且要善于观察，注意发现题目的特点。

你能用高斯的方法巧算下面的题吗？

(1) $51+52+53+\cdots+98+99+100$;

(2) $1+3+5+\cdots+15+17+19$;

(3) $5+10+15+\cdots+90+95+100$.

分析：

(1) 从51连续加到100共有50个加数，利用高斯的算法可以这样列式计算：

$$(51+100)\times(50\div2)=151\times25=3775.$$

(2) 从1开始，以后每增加2，就出现一个加数，从1到19共增加$19-1=18$，由于$18\div2=9$，所以在1以后共出现了9个加数，连同1共10个加数。

$$(1+19)\times(10\div2)=20\times5=100.$$

(3) 每一项都是5的倍数，从5开始，以后每增加5，

就出现一个加数，100是5的20倍，所以共有20个加数。

$$(5+100)\times(20\div2)=105\times10=1050.$$

按一定次序排列的一列数叫做**数列**。数列中的数称为**项**，第一个数叫**第一项**，又叫**首项**。第二个数叫**第二项**，…，最后一个数叫这个数列的**末项**。

51，52，53，…，100；

1，3，5，…，19；

5，10，15，…，100。

这三个数列都有共同的规律：从第二项起，每一项与它前面一项的差都相等，这样的数列叫**等差数列**。后项与前项的差叫该数列的**公差**。如第一数列中，公差 $=52-51=1$；第二个数列中，公差 $=3-1=2$；第三个数列中，公差 $=10-5=5$。

从前面这三个等差数列求和的过程，可以总结出两个重要的公式，即：在等差数列中，

总和＝（首项＋末项）×项数÷2，

项数＝（末项－首项）÷公差＋1。

在等差数列求和时，可以应用上面的公式。

例3 计算下列各题：

（1）$2+4+6+\cdots+98+100$；

（2）$1+4+7+\cdots+25+28$；

（3）$(2+4+6+\cdots+100)-(1+3+5+\cdots+99)$。

解

（1）这是一个公差为2的等差数列求和。首项是2，末项是100，项数为50。

和 $=(2+100)\times(50\div2)$

$=102\times25=2550$。

（2）这是一个公差为3、首项为1、末项是28的等差数

列求和。

$$\text{项数} = (28-1)\div 3+1$$
$$=9+1=10,$$
$$\text{和} = (1+28)\times(10\div 2)$$
$$=29\times 5=145。$$

(3) 本题有两种解法：

解法一：

$$\text{原式} = (2+100)\times(50\div 2)-(1+99)\times(50\div 2)$$
$$=2550-2500=50。$$

解法二：

$$\text{原式} = \underbrace{(2-1)+(4-3)+(6-5)+\cdots+(100-99)}_{\text{共有50个括号}}$$
$$=1\times 50=50。$$

请你比较一下，这两种解法哪一种更简便？

练习2

用简便方法计算下列各题：

(1) $19+20+21+\cdots+84$；

(2) $5+9+13+\cdots+81$；

(3) $1+8+15+\cdots+92$；

(4) $91+86+81+\cdots+6$。

习　题　一

1．下列各题求和：

(1) $729+54+271$；

(2) $147+369+353+131$；

(3) $6999+784$;

(4) $8376+2538+7462+1624$;

(5) $997+548+95$;

(6) $1+2+3+\cdots+100$;

(7) $11+14+17+\cdots+68$;

(8) $2+6+10+\cdots+62$;

(9) $(7+9+11+\cdots+25)-(5+7+9+\cdots+23)$;

2．图1-1是一个堆放铅笔的V形架，最下面一层放一支笔，每往上一层多放一支，最上面一层放120支。问这个V形架上一共放了多少支铅笔？

3．求和：

(1) $3+4+5+\cdots+99+100$;

(2) $4+8+12+\cdots+32+36$;

(3) $67+65+63+\cdots+5+3+1$.

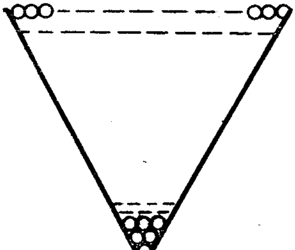


图 1-1

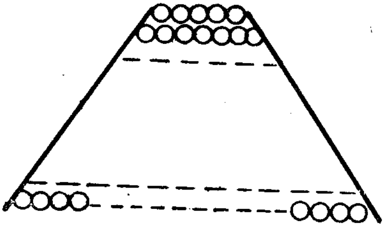


图 1-2

4．有一堆粗细均匀的圆木，堆成如图1-2形状，最上面一层有五根圆木，每向下一层增加一根，最下面一层有33根，问这堆圆木一共有多少根？

5．某剧院有25排座位，后一排都比前一排多2个座

位，最后一排有70个座位，问这个剧院一共有多少个座位？（选作。**提示：**先求第一排有多少个座位。）

第二节　减法中的巧算

加法运算可以巧算，减法运算也可以巧算。

计算：

（1）$300-73-27$；

（2）$5131-(131+1008)$。

同加法一样，这两道题如果按步就班地算，虽然也能得出正确结果，但算得不快。有什么简便方法吗？当然有。例如：

（1）$300-73-27=300-(73+27)$
$=300-100=200$；

（2）$5131-(131+1008)=5131-131-1008$
$=5000-1008=3992$。

这种巧算利用了减法的性质：

（1）从某数中连续减去几个数，等于从这个数中减去这几个减数的和。即：

$$a-b-c-e=a-(b+c+e).$$

（2）反过来，从某数中减去几个数的和，等于从这个数中连续减去这几个数。即：

$$a-(b+c+e)=a-b-c-e.$$

当几个减数中有互为补数的，可以把它们先加在一起，再从被减数中减去。例如上面的第(1)题就是这种做法。

有的时候，减数为几个数的和，而这几个数中有与被减

数的最后几位数相同的，那我们就可以先从被减数中减去这个数，然后再做其余的运算。例如上面的第(2)题。

例1 利用简便方法计算下列各题：

(1) $513-56-44$；

(2) $1989-437-563$；

(3) $4723-(723+189)$；

(4) $2356-(256+159)$.

解

(1) 原式 $=513-(56+44)$

$=513-100=413$；

(2) 原式 $=1989-(437+563)$

$=1989-1000=989$；

(3) 原式 $=4723-723-189$

$=4000-189=3811$；

(4) 原式 $=2356-(256+100+59)$

$=2356-356-59$

$=1941$.

例2 计算下列各题：

(1) $1308-(308-149)$；

(2) $5283-(283-198)$；

(3) $3765+4998$；

(4) $5561-4998$；

(5) $1308-359+59$.

解

(1) 原式 $=1308-308+149$

$=1000+149=1149$；

(2) 原式 $=5283-283+198$

$$=5000+198=5198;$$

(3) 原式$=3765+(5000-2)$

$=3765+5000-2$

$=8765-2=8763;$

(4) 原式$=5561-(5000-2)$

$=5561-5000+2$

$=561+2=563;$

(5) 原式$=1308-(359-59)$

$=1308-300=1008.$

例2第(1),(2)题，利用的是减法的另一条性质：一个数减去两个数的差，等于从这个数中减去第二个数，然后加上第三个数。即：

$$a-(b-c)=a-b+c.$$

例2中的(3),(4)题是先将加数或减数化成整十、整百、整千的数(与另一个数的差)，再利用减法的性质进行运算。

例2中的(5)题也利用了一条运算性质：第一个数减去第二个数，再加上第三个数，等于从第一个数减去第二个数与第三个数的差。即：

$$a-b+c=a-(b-c).$$

在连减或加减混合运算中，可以象连加中使用加法的交换律一样交换减数、加数的位置。但必须在交换位置时，连同前面的运算符号一起"搬家"，运算的结果就不会改变。总之，通过改变运算顺序和利用运算性质可使运算简便。

例3 计算：

(1) $6100-1-2-3-\cdots-100;$

(2) $1000-3-6-9-\cdots-54.$

解

(1) $原式=6100-(1+2+3+\cdots+100)$

$=6100-(1+100)\times(100\div2)$

$=6100-101\times50$

$=6100-5050=1050$;

(2) $原式=1000-(3+6+9+\cdots+54)$

$=1000-(3+54)\times(18\div2)$

$=1000-57\times9=487$。

当一个数连续减去几个数，这些减数组成等差数列时，可以先求这些减数的和，再从被减数中减去这个和。

例4 某校共10个班，各班人数分别为54,47,51,52,48,50,49,53,51和48，求全校总人数。

分析与解 当许多大小不同彼此又比较接近的数相加时，可选择其中一个数——最好是整十、整百、整千、…的数作为计算的基础，再找出每个加数与这个数（叫做基准数）的差。大于基准数的作为加数，小于基准数的作为减数，把这些差累计起来。用加数的个数乘基准数，加上累计差，就是答案。在本例中我们选50为基准数，则有：

$54+47+51+52+48+50+49+53+51+48$

$=50\times10+(4+1+2+3+1)-(3+2+1+2)$

$=500+11-8=503$。

例5 计算$995+996+997+998+999$。

解 我们选1000为基准数，则：

$原式=1000\times5-(5+4+3+2+1)$

$=5000-15=4985$。

或者选997为基数，则：

$原式=997\times5-2+2-1+1=4985$。