

光学工程



国防科工委「十五」规划
教材

光学原理教程

● 梁柱 编著

北京航空航天大学出版社

北京理工大学出版社

西北工业大学出版社

哈尔滨工业大学出版社

哈尔滨工程大学出版社



国防科工委“十五”规划教材·光学

光学原理教程

梁 柱 编著

北京航空航天大学出版社

北京理工大学出版社 西北工业大学出版社
哈尔滨工业大学出版社 哈尔滨工程大学出版社

内容简介

本书以光的波动性为基础来研究和阐述光的各种现象与规律。主要内容包括:光的波动性及传播规律,光的电磁理论基础,平面波、球面波以及光在介质分界面上的传播特性;光波在晶体中的传播规律,晶体波面法线方程和折射率椭球方程,光波在单轴晶体和双轴晶体中的传播特性;光与物质相互作用,光的辐射、散射、色散和光吸收的微观机理和宏观表现形式;双光束干涉及干涉仪,双光束干涉的主要类型,光源对干涉条纹的影响和典型干涉仪的原理与方案介绍;多光束干涉原理、方法及应用,介质薄膜理论和特种光学薄膜元件;光的偏振理论、检验方法、偏振光干涉、偏振元件设计和处理偏振的琼斯矩阵法;光的衍射理论、菲涅耳衍射和基尔霍夫衍射理论、衍射问题的处理方法和衍射理论的实际应用。

本教材为信息科学与技术、红外技术、应用光学、光学仪器、光电子、光电控制等专业的本科生而编写。对从事激光、红外、微光、光通信、光学检测与计量的专业人员也有重要参考价值。

图书在版编目(CIP)数据

光学原理教程/梁柱编著. —北京:北京航空航天大学出版社,2005.2

ISBN 7-81077-605-3

I. 光… II. 梁… III. 光学-高等学校-教材
IV. 043

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 003015 号

光学原理教程

编著 梁 柱

责任编辑 金友泉

北京航空航天大学出版社出版发行

北京市学院路 37 号(100083)

发行部电话:010-82317024 传真:010-82328026

<http://www.buaapress.com.cn> E-mail:bhpress@263.net

北京市松源印刷有限公司印装 各地书店经销

开本:787×960 1/16

印张:14.75 字数:330千字

2005年2月第1版 2005年2月第1次印刷

印数:4000册

ISBN 7-81077-605-3 定价:20.00元

国防科工委“十五”规划教材编委会

(按姓氏笔画排序)

主任：张华祝

副主任：王泽山 陈懋章 屠森林

编委：王 祁 王文生 王泽山 田 蔚 史仪凯

乔少杰 仲顺安 张华祝 张近乐 张耀春

杨志宏 肖锦清 苏秀华 辛玖林 陈光禡

陈国平 陈懋章 庞思勤 武博祯 金鸿章

贺安之 夏人伟 徐德民 聂 宏 贾宝山

郭黎利 屠森林 崔锐捷 黄文良 葛小春



总 序

国防科技工业是国家战略性产业,是国防现代化的重要工业和技术基础,也是国民经济发展和科学技术现代化的重要推动力量。半个多世纪以来,在党中央、国务院的正确领导和亲切关怀下,国防科技工业广大干部职工在知识的传承、科技的攀登与时代的洗礼中,取得了举世瞩目的辉煌成就;研制、生产了大量武器装备,满足了我军由单一陆军,发展成为包括空军、海军、第二炮兵和其他技术兵种在内的合成军队的需要,特别是在尖端技术方面,成功地掌握了原子弹、氢弹、洲际导弹、人造卫星和核潜艇技术,使我军拥有了一批克敌制胜的高技术武器装备,使我国成为世界上少数几个独立掌握核技术和外层空间技术的国家之一。国防科技工业沿着独立自主、自力更生的发展道路,建立了专业门类基本齐全,科研、试验、生产手段基本配套的国防科技工业体系,奠定了进行国防现代化建设最重要的物质基础;掌握了大量新技术、新工艺,研制了许多新设备、新材料,以“两弹一星”、“神舟”号载人航天为代表的国防尖端技术,大大提高了国家的科技水平和竞争力,使中国在世界高科技领域占有了一席之地。十一届三中全会以来,伴随着改革开放的伟大实践,国防科技工业适时地实行战略转移,大量军工技术转向民用,为发展国民经济作出了重要贡献。

国防科技工业是知识密集型产业,国防科技工业发展中的一切问题归根到底都是人才问题。50多年来,国防科技工业培养和造就了一支以“两弹一星”元勋为代表的优秀的科技人才队伍,他们具有强烈的爱国主义思想和艰苦奋斗、无私奉献的精神,勇挑重担,敢于攻关,为攀登国防科技高峰进行了创造性劳动,成为推动我国科技进步的重要力量。面向新世纪的机遇与挑战,高等院校在培养国防科技人才,传播国防科技新知识、新思想,攻克国防基础科研和高技术研究难题当中,具有不可替代的作用。国防科工委高度重视,积极探索,锐意改革,大力推进国防科技教育特别是高等教育事业的发展。

高等院校国防特色专业教材及专著是国防科技人才培养当中重要的知识载体和教学工具,但受种种客观因素的影响,现有的教材与专著整体上已落后于当今国防科技的发展水平,不适应国防现代化的形势要求,对国防科技高层



次人才的培养造成了相当不利的影 响。为尽快改变这种状况,建立起质量上乘、品种齐全、特点突出、适应当代国防科技发展的国防特色专业教材体系,国防科工委全额资助编写、出版 200 种国防特色专业重点教材和专著。为保证教材及专著的质量,在广泛动员全国相关专业领域的专家、学者竞投编著工作的基础上,以陈懋章、王泽山、陈一坚院士为代表的 100 多位专家、学者,对经各单位精选的近 550 种教材和专著进行了严格的评审,评选出近 200 种教材和学术专著,覆盖航空宇航科学与技术、控制科学与工程、仪器科学与技术、信息与通信技术、电子科学与技术、力学、材料科学与工程、机械工程、电气工程、兵器科学与技术、船舶与海洋工程、动力机械及工程热物理、光学工程、化学工程与技术、核科学与技术等学科领域。一批长期从事国防特色学科教学和科研工作的两院院士、资深专家和一线教师成为编著者,他们分别来自清华大学、北京航空航天大学、北京理工大学、华北工学院、沈阳航空工业学院、哈尔滨工业大学、哈尔滨工程大学、上海交通大学、南京航空航天大学、南京理工大学、苏州大学、华东船舶工业学院、东华理工学院、电子科技大学、西南交通大学、西北工业大学、西安交通大学等,具有较为广泛的代表性。在全面振兴国防科技工业的伟大事业中,国防特色专业重点教材和专著的出版,将为国防科技创新人才的培养起到积极的促进作用。

党的十六大提出,进入 21 世纪,我国进入了全面建设小康社会、加快推进社会主义现代化的新的发展阶段。全面建设小康社会的宏伟目标,对国防科技工业发展提出了新的更高的要求。推动经济与社会发展,提升国防实力,需要造就宏大的人才队伍,而教育是奠基的柱石。全面振兴国防科技工业必须始终把发展作为第一要务,落实科教兴国和人才强国战略,推动国防科技工业走新型工业化道路,加快国防科技工业科技创新步伐。国防科技工业为有志青年展示才华,实现志向,提供了缤纷的舞台,希望广大青年学子刻苦学习科学文化知识,树立正确的世界观、人生观、价值观,努力担当起振兴国防科技工业、振兴中华的历史重任,创造出无愧于祖国和人民的业绩。祖国的未来无限美好,国防科技工业的明天将再创辉煌。

张华祝



前 言

《光学原理教程》是作者根据几十年的科研实践和长期从事教学工作的深刻体会,参考国内外多种与光学理论相关的教科书和有关文献资料,特为偏理的应用光学、光电子、光学仪器等专业大学本科生编写的。本教材是长春理工大学光学专业的基础教材,并已试用多年,于2004年列入国防科工委“十五”规划教材,在出版前作了内容扩充和系统整理。本书以光的波动性为基础来研究和阐述光的各种现象与规律。全书共分为7章,主要内容包括光在均匀介质中和非均匀介质中的传播规律,光与物质的相互作用,光的干涉、偏振、衍射理论及光学问题的处理方法和应用技术等。

在同类教材中,都包括傅里叶光学和晶体光学的章节,因为那些内容目前已成为独立的教学课程,所以本书中不再单列。但是其中的某些内容,与描述光特性相关的部分还是选择编入。对傅里叶变换部分是作为衍射问题的处理方法从数学角度加以简述的。晶体光学部分与现代激光、红外技术有密切联系,所以相关的理论知识给以系统的介绍。但是,这一部分内容是作为光传播的特殊介质,反映光在非均匀介质中的特殊传播规律加以论述的。

本教材是以理论体系为准绳进行编排的,确切反映理论体系的完整性和统一性。研究问题的出发点全是以光自身的规律和特性为依据,每一章都贯穿完整的理论分析、处理方法和典型应用举例等。在内容编写中,竭力避免无关紧要的冗长叙述和教材内容的互相重叠,加强物理概念的深入分析和基本定律与公式的严格推导,以利于启发学生的思辨能力和提高理性认识。在说明理论知识的前提下,注重使学生系统地掌握处理光学问题的相关方法;在理论与实际相结合方面,删减过时的技术引证,增加现代科技的含量,以少而精的典型应用举例,使学生达到融会贯通的目的。特别是对衍射积分的处理方法、偏振与干涉在高科技中的应用、复色波的表示形式、光的辐射理论和双轴晶体的锥折射控制等,本书作了些独立创新的编著。

本教材对从事激光、红外、微光、光学计量和光通信研究的专业人员有较大的参考价值,对与光学相关的自学读者也很适用。

在本教材的编写过程中,宋贵才博士做了大量工作,不仅承担了全部习题的编著任务,还参加了初稿的校对工作。

长春理工大学

作者

2004年10月

绪 论

光是宇宙中普遍存在的一种物质形式。人类在阳光的沐浴下已生活了上百万年,然而对光的本质认识却没有达到尽头,在现代科学高度发展的社会,科学家们对光的认识及应用探讨仍在继续着。在历史上,人类对光的各种现象认识最早。公元前400多年,我国“墨经”中就有光直线传播和平镜、凹镜成像的记载。公元前350年前后,古希腊的欧几里得在一篇光学著作中阐述了光的直线传播定律。纪元初在我国《淮南子》一书中有凹镜取火的记录。公元1300年前后,我国元朝赵友钦所著《草象新书》中有一篇关于小孔成像的实验记载,研究了屏的照度与光源强度和距离的关系。由于我国长期受封建王朝的统治,不重视科学,许多发明与创造被埋没;因此,在300年前,对光的研究已远落后于西方。公元1672年,英国科学家牛顿发表了关于光的“微粒说”。他认为,光是一种弹性微粒流,光在媒质中传播时,光速变化是媒质对微粒产生引力的结果。6年后,荷兰人惠更斯提出光的“波动说”。他认为光振动所到达的每一点都可以看成是次波的振动中心,而次波的包络面就是传播着的波阵面。根据当时的认识水平,波动必须靠媒介传播。惠更斯假定光振动是在一种特殊的媒质,即“以太”中传播的。不论微粒说还是波动说,对当时已知的光的反射和折射现象均有相应的解释。但是在对折射定律的解释上,两种学说有显著的分歧。微粒说认为在密度较大的介质中光速较快,而波动说的结论恰恰相反。因为当时人们无法测量各种介质中的光速,对两种学说无从判断其正确性。但是由于牛顿威望很高,多数人愿意接受牛顿的说法,在整个18世纪微粒说占统治地位。到19世纪初,科学家们发现了光的几个重要现象:1801年,英国人杨, T. 用双缝显示了光的干涉现象;1808年,法国人马吕斯发现了光在反射时的偏振现象;1809年,英国人阿喇戈发现了光偏振面旋转现象。这些新的发现都支持了波动说,但是偏振现象与弹性纵波的假设相矛盾。杨氏在1817年提出光是横波的假设,即光波的振动方向垂直于传播方向。

后来,法国科学家菲涅耳证实了这个假设,并根据杨氏的干涉原理补充了惠更斯原理,较好地解释了光的反射、折射、双折射及干涉现象,并且解决了当时在理论上还说不清楚的衍射问题。到1850年,法国人傅科通过实验测出光在水中的传播

速度比在空气中的小,与波动说的理论完全相符,从此人们便抛弃了微粒说。

对于光波动的完整理论描述是在19世纪后半叶完成的。在1864年,英国物理学家麦克斯韦把从库伦定律建立以来的静电场和稳恒磁场方面的研究成果及得出的规律加以综合和推广,并从交变电磁场的互相转换中断定存在一种电磁波,用统一的理论概括了电磁场的运动规律。这就是电动力学的基本内容——麦克斯韦方程组。由这组方程推导出描述交变电场和磁场的波动方程式。麦克斯韦认为波动方程的解不单纯是数学的解析表达式,而是客观存在的电磁波。但是,当时人们并没有发现电磁波。1865年,麦克斯韦下了一个结论:光是一种电磁现象,把光归纳为电磁波的一个波段。把光波纳入电磁场的依据是当时已有了三个重大的发现:其一是,1846年,英国科学家法拉第发现光的偏振面在磁场中能产生旋转,表明光学现象与磁学现象之间存在联系;其二,1856年,英国人韦伯发现电流强度的电磁单位与静电单位之比等于光速,这表明光学现象与电学现象相关;其三,在麦克斯韦得出的波动方程解中,存在 $n=\sqrt{\mu\epsilon}$ 的关系式,这表明介质的光学常数 n 、磁学常数 μ 和电学常数 ϵ 有着内在联系。当时,虽然把光波纳入电磁波的范畴,但是还不能从广义上来理解电磁波的存在。1888年,德国人赫兹从实验上发现了光波以外的电磁波,证明了麦克斯韦理论的正确性。从此把光波看成是电磁波的一个波段,也被人们普遍承认。麦克斯韦的电磁理论不仅是现代无线电技术的启明星,也使人类对光的本质认识方面向前迈进了一大步。

但是,麦克斯韦的电磁理论对光的某些问题还不能清楚表述,因为波动方程只表达了场的时空变化,也就是只描述了电磁波的传播规律,不能说明电磁波产生的根源,而且电磁波的传播还要依靠“以太”。此外,当时在实验上已经证实介质折射率 n 是随光波波长而变化的,但在公式 $n=\sqrt{\mu\epsilon}$ 中却看不出这种变化。直到1896年,荷兰人洛伦兹创建了电子论,建立了光辐射理论,并从推导的公式中得知,当电子作阻尼振动时就会产生光辐射,根据电磁理论解释了介质对光传播的影响。当光波通过介质时;若介质中束缚电子的固有频率与外场频率接近,则产生共振吸收,若固有频率与外场频率相差较远,则产生色散现象,即折射率 n 产生变化。

关于光在宇宙中传播的依赖介质“以太”一直是物理学家们期待证实的研究课题。1887年美国迈克耳孙用干涉仪测量光波相对“以太”的运动。对于当时公认的静止“以太”,如果顺着地球自转方向和逆着地球自转方向测量光速应该产生差别;而测量结果表明光速总是不变的,这就否定了“以太”的存在。1905年瑞

士籍德国人爱因斯坦创立了狭义相对论,完全抛弃了“以太”的概念,从而使电磁理论基础进一步稳固,不用任何假设就可以推出光波的横波性、偏振性以及双折射现象等。

虽然 19 世纪是光的波动说得以证明、发展和占到优势地位的时期,但是又在一些新发现面前受到冲击,在黑体辐射定律、光电效应和光压现象等方面遇到困难。按光的电磁理论,对于黑体辐射能量按波长分布的理论曲线与实验曲线有很大差异。德国物理学家普朗克在 1900 年提出量子场的假说,他认为各种频率的电磁辐射能量是不连续的,存在某种能量的最小单位,称为能量子。引用能量子概念使黑体辐射能与波长关系的理论曲线与实验完全吻合。普朗克提出,如果能量子的能量用 E 表示,则它与辐射光的频率成比例,即 $E=h\nu$, h 为常数,后来这个常数被称为普朗克常数。普朗克的能量子概念只限于光辐射和光吸收过程,而光在空间中传播时仍然是连续的电磁波。1905 年爱因斯坦用量子论解释了光电效应,他把能量子的概念不限于光的辐射与吸收,认为在空间传播过程中,能量也不是连续的。光波场是由无数个分立的能量子组成的,并把这些能量子称为光子,或简称为光子;而光子的能量 $E=h\nu$ 。爱因斯坦提出的光量子理论,把光的微粒说又复活了;但是他并没有排斥波动说。1909 年,爱因斯坦明确提出了光不仅具有粒子性,而且具有波动性。这是历史上首次提出光的波粒二象性概念,使人们又重新认识了光的粒子性,并对光的本质认识产生了一个飞跃。1923 年法国物理学家德布罗意大胆提出一个假设:一切实物粒子都有波动性,能在整个空间自由运动的粒子都同时具有“物质波”,粒子的能量 $E=h\nu$,而粒子的动量 $p=\frac{h}{\lambda}$ 。

后来的一些实验表明,电子、质子、中子、原子等都具有波动性;而波动性是物质粒子普遍具有的。1926 年,奥地利物理学家薛定谔建立了物质波所满足的方程式,后来把这种理论称为波动力学。同时代德国物理学家海森伯、玻恩等人在 1925 年创立了矩阵力学,描述了电子运动规律的力学体系。通过证明这两种力学是同一理论的不同描述方法,现统称为量子力学。薛定谔的理论提出了波函数的概念,解决了自由粒子运动的问题,即自由粒子运动不是被经典力学惟一限制的,而是遵守波函数的约束。所以光波被认为是一个几率波,这就给人们一种印象,光子的个体是微粒量子,其运动服从波函数,作为光子统计的集合表现出波动性。到目前为止,这就是人类对光本质认识所达到的境界,而光的物理图像及光与物质相互作用还有许多问题需要人们去进一步探索。

目 录

绪 论

第 1 章 光的波动性及传播规律

1.1 电磁理论基础简介	1
1.1.1 麦克斯韦方程组	1
1.1.2 电磁场的边值条件	3
1.1.3 电磁场常用公式	4
1.2 平面波	5
1.3 球面波与柱面波	9
1.3.1 球面波	9
1.3.2 柱面波	10
1.3.3 不同光波的异同点	11
1.4 复色波的表示法	11
1.5 光的反射与折射	14
1.6 菲涅耳公式	16
1.7 全反射	24
1.8 金属表面的光学性质	27
习 题 一	29

第 2 章 光波在非均匀介质中的传播规律

2.1 晶体介电常数与结构的关系	32
2.2 光波在晶体中的一般传播规律	34
2.3 波面法线方程与法线面方程	36
2.4 折射率椭球方程与折射率曲面方程	37
2.5 光波在单轴晶体中的传播特性	39
2.5.1 单轴晶体折射率曲面的具体形式	39
2.5.2 单轴晶体的相速与折射率	40
2.5.3 o光和e光振动方向的确定	41
2.5.4 o光和e光传播方向的确定	43
2.6 光波在双轴晶体中的传播特性	45
2.6.1 双轴晶体的法线面	45
2.6.2 双轴晶体的折射率曲面	47
2.7 双轴晶体的锥折射现象	48



2.8 电致双轴晶体	50
习 题 二	54
第 3 章 光与物质相互作用	
3.1 光辐射的经典理论	56
3.2 光辐射的量子模型	62
3.3 光散射	65
3.4 光色散	67
3.5 光吸收	70
3.6 非线性光学简介	73
习 题 三	76
第 4 章 双光束干涉及干涉仪	
4.1 干涉条件及质量描述	78
4.2 杨氏双缝干涉	80
4.3 平行平板干涉	83
4.4 楔形板干涉	86
4.5 光源对干涉条纹的影响	88
4.5.1 光源光谱对干涉条纹的影响	88
4.5.2 光源尺寸对条纹的影响	90
4.5.3 光束比的影响	92
4.6 相干性的一般理论	92
4.7 典型干涉仪	96
4.7.1 迈克耳孙干涉仪	96
4.7.2 泰曼干涉仪	97
4.7.3 平面干涉仪	100
4.7.4 球面干涉仪	101
4.7.5 马赫-泽德干涉仪	103
习 题 四	104
第 5 章 多光束干涉及光学薄膜	
5.1 平行平板多光束干涉	107
5.2 多光束干涉仪及应用	111
5.2.1 研究光谱线的精细结构	112
5.2.2 用于激光谐振腔限制振荡频率	113
5.3 单层介质膜理论	116
5.4 多层介质膜理论	119
5.5 特种光学薄膜元件	121
5.5.1 干涉滤光片	121
5.5.2 分光膜	122



5.5.3 双色分束片	123
5.6 光学薄膜的电磁理论	125
习 题 五	132
第 6 章 光的偏振及应用	
6.1 光偏振概论	135
6.2 正交线偏振光叠加	138
6.3 偏振光的检验方法	140
6.4 偏振光干涉	142
6.5 晶体偏振元件的设计	147
6.5.1 尼科耳棱镜设计	147
6.5.2 格兰棱镜设计	148
6.5.3 其他棱镜方案设计	150
6.6 处理偏振的琼斯矩阵法	151
6.7 偏振光应用	156
6.7.1 双频激光测长仪	157
6.7.2 光束合成与隔离	158
6.7.3 脉冲编码与光开关	159
习 题 六	161
第 7 章 光的衍射	
7.1 菲涅耳衍射理论	164
7.2 基尔霍夫衍射理论	168
7.3 夫朗和费衍射积分	173
7.4 衍射积分的直接运算	176
7.5 傅里叶变换基本知识	180
7.6 光振动分布函数表示法	182
7.6.1 照明函数表示法	182
7.6.2 孔径函数表示法	184
7.7 用傅里叶变换处理简单衍射问题	192
7.8 平面衍射光栅及应用	197
7.9 反射式闪耀光栅	201
7.10 光学信息处理简介	204
7.11 全息术概论	209
习 题 七	212
附录 I 国际单位制和高斯单位制中主要公式对照表	
附录 II 矢量分析及场论的主要公式	
参考文献	

第 1 章 光的波动性及传播规律

本教材是以光的波动性为基础来研究光的特征、传播规律以及各种光学现象。因此把电磁理论作为分析研究光波的理论基础,这在电动力学中已有详细讲解和阐述。考虑到读者的基础和专业的不同,在本章开始还是把电磁理论中的一些最相关的内容加以概略介绍。

1.1 电磁理论基础简介

与本书最相关的电磁理论是麦克斯韦方程组、电磁场的边值条件和物质方程以及能流、场能密度等基本概念与描述。

1.1.1 麦克斯韦方程组

麦克斯韦依据电磁学中静电场和稳恒电流的磁场,推出一组积分形式的方程组,又进一步变换成微分形式的方程组。他引用了电磁学中 4 个基本公式。

(1) $\oiint \mathbf{D} \cdot d\boldsymbol{\sigma} = Q$,称为高斯定律。该式表示电通[量]密度(也叫电位移) \mathbf{D} 的法线分量在封闭曲面 σ 上积分等于曲面内包围的总电荷 Q 。

(2) $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$,称为电场的安培环路定律。该式表示沿任意闭合回路 L 移动试验电荷电场强度 \mathbf{E} 所做的功为零。

(3) $\oiint \mathbf{B} \cdot d\boldsymbol{\sigma} = 0$,称为磁感强度的通量定律。该式表示在任意封闭曲面 σ 内,磁感应强度 \mathbf{B} 法线分量的积分等于零,即表征穿入封闭曲面的磁通量和穿出同一曲面的磁通量相等。

(4) $\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I$,称为磁场的安培环路定律。该式表示磁场强度的法线分量沿闭合回路 L 的积分等于封闭回路内所包围的传导电流之和。

上面的 4 个公式原本是在恒定场条件下推出的,麦克斯韦做了修改使其适合于交变场。他利用法拉第电磁感应定律修改了电场的安培环路定律,用位移电流的概念修改了磁场的安培环路定律。

当时已知法拉第磁感应定律

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$$



式中, \mathcal{E} 为感应电动势, Φ 为磁通量。该式表示感应电动势在数值上等于磁通量的变化率, 负号表示感应电动势的方向与磁通量变化方向相反。

由磁感通量的定义 $\Phi = \iint \mathbf{B} \cdot d\boldsymbol{\sigma}$, 即磁感通量等于磁感强度法线分量在整个面积 σ 上的积分。于是有 $\mathcal{E} = -\iint \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\boldsymbol{\sigma}$ 。法拉第的实验是依赖于线圈产生感应电动势, 而麦克斯韦认为, 感应电动势的产生是电场对线圈中自由电荷作用的结果。这种电场是磁场变化引起的, 是一种涡旋场, 与线圈的存在与否无关; 而感应电动势等于单位正电荷沿闭合回路移动一周时涡旋电场所做的功, 即 $\mathcal{E} = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$ 。结合上面的讨论, 则应有

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\iint \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\boldsymbol{\sigma}$$

下面再讨论第 4 个公式:

在磁场的安培环路定律中, 式中电流 I 表示传导电流。麦克斯韦认为如果有电荷在平衡位置产生振动就会形成位移电流, 不论位移电流或传导电流对磁场的作用应是同样的, 于是磁场的安培环路定律应写成 $\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I_j + I_D$ 。式中 I_j 、 I_D 分别表示传导电流和位移电流。

由高斯定律 $\oiint \mathbf{D} \cdot d\boldsymbol{\sigma} = Q$ 可见, $\oiint \mathbf{D} \cdot d\boldsymbol{\sigma}$ 表示通过某一封闭曲面的电通量, 具有电荷的意义, 因电流的定义是表征电荷的时间变化率。所以, I_D 可写成

$$I_D = \frac{d}{dt} \oiint \mathbf{D} \cdot d\boldsymbol{\sigma} = \oiint \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\boldsymbol{\sigma}$$

因此

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I_j + \oiint \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\boldsymbol{\sigma}$$

麦克斯韦修改 2 个公式后, 把上面 4 个基本公式写成下列形式

$$\left. \begin{aligned} \oiint \mathbf{D} \cdot d\boldsymbol{\sigma} &= Q \\ \oiint \mathbf{B} \cdot d\boldsymbol{\sigma} &= 0 \\ \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} &= -\oiint \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\boldsymbol{\sigma} \\ \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} &= I_j + \oiint \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\boldsymbol{\sigma} \end{aligned} \right\} \quad (1.1.1)$$

式(1.1.1)称为麦克斯韦方程组积分形式。但在实际应用中这种形式不太方便, 可以用数学公式高斯定理和斯托克斯定理把积分形式的麦克斯韦方程组变成微分形式的方程组。

已知高斯定理



$$\iiint \nabla \cdot \mathbf{A} dV = \oiint \mathbf{A} \cdot d\boldsymbol{\sigma}$$

斯托克斯定理

$$\oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{L} = \oiint \nabla \times \mathbf{A} \cdot d\boldsymbol{\sigma}$$

由式

$$\oiint \mathbf{D} \cdot d\boldsymbol{\sigma} = Q = \iiint_V \rho dV$$

应用高斯定理,把式中 \mathbf{A} 看成 \mathbf{D} , 则

$$\oiint \mathbf{D} \cdot d\boldsymbol{\sigma} = \iiint_V \nabla \cdot \mathbf{D} \cdot dV = \iiint_V \rho dV$$

所以

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$$

同理

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

由式

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L} = I_j + \oiint \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\boldsymbol{\sigma} = \oiint \mathbf{j} \cdot d\boldsymbol{\sigma} + \oiint \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\boldsymbol{\sigma}$$

应用斯托克斯定理,用 \mathbf{H} 代替式中 \mathbf{A} , 则

$$\oiint \nabla \times \mathbf{H} \cdot d\boldsymbol{\sigma} = \oiint \mathbf{j} \cdot d\boldsymbol{\sigma} + \oiint \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\boldsymbol{\sigma}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

同理有

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

整理上面结果,则有

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} & \text{①} \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{j} & \text{②} \\ \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho & \text{③} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 & \text{④} \end{aligned} \right\} \quad (1.1.2)$$

式(1.1.2)称为麦克斯韦方程组的微分形式。

1.1.2 电磁场的边值条件

由电动力学的基础知识可见,在两种介质分界面上电磁场是不连续的,但是它们之间有一定的关系,称其为电磁场的边值条件。在没有自由面电荷和面电流的情况下,边值条件可写成