

中考方略



权威总结

五后雄

中考全案



2005^版

数学

山西教育出版社



策划：洪鸣远

2005版

王后雄

中考全案

数 学

主编：王后雄

编者：张丰收



山西教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

王后雄中考全案·数学/王后雄主编. —
太原:山西教育出版社, 2004.6
ISBN 7-5440-1107-0

I. 王... II. 王... III. 数学课—初中—
升学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第050625号

王后雄中考全案·数学

主 编: 王后雄
责任校对: 陈洁美
责任编辑: 王嘉晖
复 审: 原 琳

本册编者: 张丰收
版式设计: 洪 铭
封面设计: 任毓成
终 审: 张沛泓

山西教育出版社出版发行
(太原市迎泽园小区2号楼)

北京新丰印刷厂印刷 新华书店发行
2004年6月第1版 2004年6月第1次印刷
开本: 880×1230 1/16 印张: 13
字数: 358千字 印数: 1-30000

标准书号: ISBN 7-5440-1107-0/G·1108
定价: 15.80元

前言

图示说明

亲爱的读者，感谢您独具慧眼，选择使用本套中考复习用书！

考试专家王后雄老师以其“王氏教学法”而在全国教育界享有盛誉。本书融合了“王氏教学法”多年潜心研究的成功经验和秘诀，以“考点复习法”和“研究性学习”的相关成果为基础，由王后雄老师组织黄冈、武汉一线特高级教师精心编写而成。全书系统诠释了《考试大纲》的理念，100%覆盖了《考试大纲》的“纲”、“目”要点和考点，最大限度地避免学生复习过程中的盲目性、随意性，使学生学有方向，练有目的，考有依据，在最短的时间内扩大知识容量，提高应试技巧，有效应对中考总复习的严酷挑战。

为了帮助你更好地使用本书，请首先阅读本书图示说明。



考纲通鉴

透视《考试大纲》“纲”“目”要点，全面覆盖考点，准确扣住中考脉搏，凸现中考走向。
看看明年会怎么考！



点击名题

(对应左栏要点讲解)

考基要点 发散思维

解密《考试大纲》框定的知识、方法、能力等核心要点，充分关注探索题、信息题、综合题、热点题等发散思维相关知识。
考试要点一网打尽！

轻松掌握中考是如何考的。题后辅以名师点拨，更有助于理清解题思路、掌握答题技巧、提高解题效率。
这么多好题，真精彩！

基础闯关

掌握中考基本题型和考试方向，查验基础知识有无遗漏，巩固答题要点和应试技巧。
基本分无一漏网！

解题警示

名师诠释中考“解题依据”和“答题要点”，是集点拨、诊断、克服盲点误区于一体的高分解题秘诀。
原来解题有这么多窍门！

潜能挑战

精选与本讲内容密切相关的热点、焦点问题和科技前沿问题，准确预测中考。
全力挑战高分极限！

思维点拨

突出解题难点、盲点、误区并予以引导，揭密解题技巧、核心与关键。
解题确实可以变得轻松！

解题点评

解析答题要点和思路，以中考答题标准为尺度，规范、全面、精准地解答。
养成答题好习惯很重要哦！

《王后雄中考全案》丛书编委会



捷进中考攻略

我们不但要为中考考生策划最优质、实用的图书产品，我们更要为中考考生打造一套最完善、最高效的中考复习方略。王后雄中考全系列图书本年度由《中考全案》、《中考练案》、《A+优化作业本》三套丛书构成，并辅以“捷进教育网”中考专版，系统地为学生提供各复习阶段充满人性化设计、科学高效的中考复习方略。

“捷进中考攻略”所倡导和追求的就是确保拿全基础分，力争高分突破，全面增强应考实力，轻松面对2005年中考。

王后雄中考全案

(总复习用书，可全程使用)

单科编写出版，各省中考通用

1. 透视《考试大纲》，全面覆盖考点，紧扣中考脉搏，凸现中考走向；
2. 全面锁定中考考点，讲解、例题、练测三位一体；
3. 讲解与例题双栏对照，方便实用，更多体现人性化关怀；
4. 历年中考真题解析，知道过去如何考，看看将来怎么考！

王后雄中考练案

(最新体现2004年中考真题)

1. 与《王后雄中考全案》配合使用，练兵高效、实用；
2. 限时测试，体现“中考在平时”；
3. 专家以中考标准点评，训练考生规范答题，避免中考无谓失分；
4. 综合题、应用题、创新题，名师多年成果的结晶，堪称题题精彩；
5. 命题与社会焦点、热点紧密结合，体现最新中考改革方向。

“捷进教育网”中考专版

<http://www.jiejincn>

(中考复习全程动态跟踪)

1. 即时报道中考最新资讯；
2. 中考名师实时预测中考走向；
3. 最新名卷免费下载；
4. 中考复习全程辅导；
5. 《考试大纲》动态完全解读。

A+优化作业本

作业必须优化，作业必须改革！
作业应具有特色，作业应生动活泼！
让学生热爱作业，让学生享受作业！

◆创新性

落实新课标是A+的灵魂，首创新题是A+的特色，联系新情景是A+的方法，培养创新能力是A+的目标。按照新课标的要求，学习观念将产生一次大的革命；师生互动，合作探究将成为学习方法上的主流。优化作业本正是顺应了这一学习理念的变化，对知识的板块、作业的题型、训练的模式均做了精心调整，体现教学服务于学习发展的新思想。

◆时代性

本书选材新颖，贴近现实生活实际，具有强烈的时代气息，是一套年轻而前卫的教辅用书。

◆同步性

依据教学大纲要求编制课时作业与单元训练，且配有期中、期末试题，与教学实际同步，确保覆盖知识点100%。

◆实用性

优化作业本不仅仅是一本作业本，她还是一本通教材，扣大纲，难度适宜，版面合理的教辅，具有很强的实用性与操作性。

◆权威性

作者全部为来自教学第一线的特、高级教师，想学生所想，编学生所需，权威性毋庸置疑。

全程化指导·人性化设计·关爱考生

2005年中考

“捷进中考攻略”课题研究
丛书主编：王后雄
2004年5月

目

录

CONTENTS

第一章 实数	(1)
第1讲 实数的概念	(1)
第2讲 实数的运算	(5)
第二章 代数式	(9)
第3讲 整式	(9)
第4讲 因式分解	(14)
第5讲 分式	(18)
第6讲 根式	(23)
第三章 不等式和不等式组	(28)
第7讲 不等式	(28)
第8讲 不等式组	(31)
第9讲 不等式(组)的应用	(35)
第四章 方程和方程组	(39)
第10讲 一元一次方程和二元一次方程组	(39)
第11讲 一元二次方程和二元二次方程组	(43)
第12讲 一元二次方程根的判别式	(47)
第13讲 一元二次方程根与系数的关系	(52)
第14讲 分式方程	(57)
第15讲 方程和方程组的应用	(61)
第五章 函数	(69)
第16讲 直角坐标系与函数	(69)
第17讲 一次函数的图象及性质	(75)
第18讲 反比例函数的图象及性质	(80)
第19讲 二次函数的图象及性质	(85)
第20讲 二次函数的解析式	(90)
第六章 统计初步	(96)
第21讲 统计初步	(96)
第七章 三角形	(102)
第22讲 线段 角	(102)
第23讲 相交线、平行线	(107)
第24讲 三角形的概念及全等三角形	(112)
第25讲 等腰三角形和直角三角形	(117)



目 录

CONTENTS

第八章 四边形	(122)
第26讲 平行四边形(含特殊)	(122)
第27讲 梯形	(128)
第九章 相似形	(133)
第28讲 相似三角形	(133)
第十章 解直角三角形	(139)
第29讲 锐角三角函数	(139)
第30讲 解直角三角形及其应用	(143)
第十一章 圆	(147)
第31讲 圆的有关性质	(147)
第32讲 直线和圆的位置关系	(151)
第33讲 圆和圆的位置关系	(157)
第34讲 正多边形和圆	(164)
第十二章 中考热门题	(170)
第35讲 与方程有关的热门题	(170)
第36讲 与函数有关的热门题	(177)
第37讲 与几何有关的热门题	(184)
第38讲 热门开放与探索题	(191)
第39讲 热门阅读题	(195)



第一章 实数

第1讲 实数的概念

中考要求

◆理解有理数、无理数、实数、数轴、相反数、绝对值、近似值及有效数字的概念，并会用科学记数法表示数，能按要求用四舍五入法求有理数的近似值。

考向指南

考 细 透 鉴

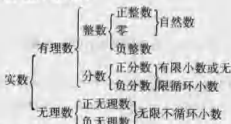
◆纵观各地的中考试题，发现对实数知识的考查仍以基本题型为主，大多数是填空题、选择题题型，一般有一道计算题，题目中会包含几个知识点，另外题型、题目的内容可能不断出新。

考基要点 基础得分点

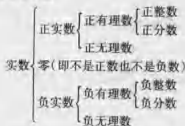
点击名题 看看中考如何考

一、实数的分类

1. 按实数的定义分类



2. 按正负分类



解答题警示

①通过对有理数的分类来理解实数的分类，学会知识的迁移。

②注意两种分类的区别不能混淆。

二、实数的有关概念

1. 数轴

数轴“三要素”，数轴上的点与实数之间是一一对应的。

2. 相反数

实数 a 的相反数为 $-a$ 。

a 与 b 互为相反数 $\Leftrightarrow a + b = 0$ 。

相反数的几何意义：在数轴上，表示相反数的

【考题1】(2002, 上海) 在下列各数中，是无理数的是 ()

- A. π B. $\frac{22}{7}$ C. $\sqrt{9}$ D. 3.145

解析 本题主要考查无理数的概念，显然 $\frac{22}{7}$ 是有理数， $\sqrt{9}$ 虽然有根号，但 $\sqrt{9}$ 开得尽，是有理数；3.145 是有限小数，属于有理数，而 π 为无限不循环小数，属于无理数。

答案：A

【考题2】(2001, 山西) 已知实数 a, b 在数轴上对应点的位置如图 1-1-1 所示，化简： $b - \sqrt{(b-a)^2} =$ _____。



图 1-1-1

解析 由实数 a, b 在数轴上的位置，既能比较它们的大小，又能确定 $b, b-a$ 的符号，从而运用公式 $\sqrt{x^2} = |x|$ 去掉根号及绝对值的符号，达到化简的目的。

解 观察数轴，可知 $a < 0, b > 0$ ，且 $|a| > |b|$ ， $\therefore b-a > 0$ ， \therefore 原式 $= b - |b-a| = b - (b-a) = a$ 。

【考题3】在 $-7, \cot 45^\circ, \sin 60^\circ, \frac{\pi}{3}, -\sqrt{9}, (-\sqrt{7})^{-2}$ 这六个实数中，有理数有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

解析 这类题目在中考中常常以填空题或选择题出现，要对实数进行分类，应先对三角函数、指数、方根等进行化简，然后根据它的结果进行分类，不能一见到用根号表示的数就是无理数，如 $-\sqrt{9} = -3$ 是有理数，而不是无理数，其中有理数有： $-7, \cot 45^\circ, -\sqrt{9}, (-\sqrt{7})^{-2}$ 四个。

答案：D

【考题4】1 纳米 = 0.000000001 米，则 2.5 纳米用科学记数法表示为 ()

两个点位于原点的两侧,且到原点的距离相等.

3. 倒数

若两个数的积等于1,则这两个数互为倒数,零没有倒数.

4. 绝对值

$$\text{即 } |a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases} \text{ 所以 } |a| \geq 0.$$

绝对值的几何意义:一个数的绝对值,就是在数轴上表示这个数的点到原点的距离.

5. 算术平方根

当 $a \geq 0$ 时, $\sqrt{a} \geq 0$, $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$.

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

解题警示

理解了有理数的有关概念就不难理解实数的概念,其实有理数的性质在实数范围也存在.

6. 零指数幂,负整数指数幂

$$a^0 = 1 (a \neq 0);$$

$$a^{-p} = \frac{1}{a^p} (a \neq 0, p \text{ 为正整数}).$$

7. 科学记数法

$$a \times 10^n, \text{ 其中 } 1 \leq |a| < 10.$$

8. 近似数与有效数字

常见的近似数一般是按某种近似程度采用四舍五入法所得的数,一个近似数从左起第一个不是0的数字起,到精确到的数位止;所有的数字都叫做这个近似数的有效数字.

解题警示

在 $a^0 = 1$ 中, $a \neq 0$; 在 $a \times 10^n$ 中, $1 \leq |a| < 10$.

发散思维 (高分关键点)

9. 常用的几个特殊整数

(1)最小的自然数是零;最小的正整数是1;最大的负整数是-1;绝对值最小的数是零,同时,零也是最小的非负整数.

(2)1既不是质数也不是合数;2是最小的质数,也是唯一的偶质数.

10. 三种重要的非负数

- (1)实数 a 的绝对值,记作 $|a|$;
- (2)实数 a 的偶次方,记作 a^{2n} ;
- (3)实数 $a (a \geq 0)$ 的算术平方根,记作 \sqrt{a} .

在解题中,常用到它们的性质:①如果一

- A. 2.5×10^{-9} 米
- B. 2.5×10^{-8} 米
- C. 2.5×10^{-10} 米
- D. 2.5×10^8 米

解析 先将2.5纳米转化为以米为单位,再写成科学记数法的形式.

解 2.5纳米 = 2.5×0.00000001 米 = 0.000000025 米 = 2.5×10^{-8} 米.

答案: B

【考题5】(2002, 哈尔滨)已知 $|x|=3, |y|=2, x \cdot y < 0$, 则 $x+y$ 的值等于

- A. 5 或 -5
- B. 1 或 -1
- C. 5 或 1
- D. -5 或 -1

解析 $\because |x|=3, |y|=2, x \cdot y < 0, \therefore x = \pm 3, y = \pm 2$; 又 $x \cdot y < 0$, 说明 x, y 异号, 故

其和 $x+y$ 的值分两种情况来考虑:

(1)当 $x > 0, y < 0$ 时, $x+y = 3-2 = 1$;

(2)当 $x < 0, y > 0$ 时, $x+y = -3+2 = -1$.

或由已知有 $|xy|=6$, 又 $xy < 0, \therefore xy = -6$.

$\therefore (x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 9 + 4 + 2 \times (-6) = 1$,

$\therefore x+y = \pm 1$.

答案: B

【考题6】(2001, 河南)观察下列等式: $9-1=8, 16-4=12, 25-9=16, 36-16=20, \dots$ 这些等式反映出自然数间的某种规律. 设 n 表示自然数, 用关于 n 的等式表示出来:

解析 $9=3^2, 1=1^2, 16=4^2, 4=2^2, 25=5^2 \dots$ 按以上规律是 $(1+2)^2 - 1^2 = 8, (2+2)^2 - 2^2 = 12, (3+2)^2 - 3^2 = 16 \dots$ 因此, 用关于 n 的等式表示出来为 $(n+2)^2 - n^2 = 4(n+1)$.

答案: $(n+2)^2 - n^2 = 4(n+1)$

【考题7】(2002, 湖南)用四舍五入法, 对200626取近似值, 保留四个有效数字, 200626 = _____.

解析 因为保留的有效数字个数比整数部分的位数少(4 < 6), 所以先把200626用科学记数法表示为 2.00626×10^5 , 然后再四舍五入保留四个有效数字为 2.006×10^5 .

答案: 2.006×10^5

【考题8】(2003, 宁波)实数 $\frac{1}{3}, \frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\pi}{6}$ 中, 分数的个数是 _____.

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

解析 本题主要考查分数的概念, 而 $\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\pi}{6}$ 都是无理数, 即都是无限不循环小数, 分数是有理数.

答案: B

【考题9】(2002, 黄冈)计算 $1-81 = \underline{\hspace{2cm}}$; $\sqrt{-27} = \underline{\hspace{2cm}}$; 将0.0068用科学记数法表示, 记作 _____.

解析 负数的绝对值是其相反数, $\therefore | -81 | = 81$. 由开立方的定义得 $\sqrt[3]{-27} = -3$. 由科学记数法的定义知, 0.0068的科学记数法表示为 6.8×10^{-3} .

答案: 8, $-3, 6.8 \times 10^{-3}$

【考题10】(1)(2003, 徐州)填空: $-(-3) = \underline{\hspace{2cm}}$, $|-2| = \underline{\hspace{2cm}}$, $2^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$, $(-2)^0 = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2)(2003, 太原)计算: $2^{-3} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(3)(2003, 绍兴)写出和为6的两个无理数 _____ (只需写出一对)

(4)(2003, 淮安)计算: $2^{-1} + (\sqrt{3}-1)^0 = \underline{\hspace{2cm}}$.

解析 (1) -3的相反数是3, -2的绝对值是2, $2^{-1} = \frac{1}{2}$, -2的立方是-8.

个非负数不大于零,则此非负数必等于零;②如果有数个非负数的和为零,那么每个非负数一定等于零.

11. 常见的几种无理数

(1) 根号型:如 $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{4}$ 等开方开不尽的数.

(2) 三角函数型:如 $\sin 60^\circ$, $\tan 20^\circ$, $\cos 45^\circ$ 等.(但 $\sin 30^\circ$, $\tan 45^\circ$ 不是无理数)

(3) 构造型:如1.121121112...等无限不循环小数.

(4) 用 π 这个数表示圆周率等.

□ 解题警示

常见的整数、无理数及三个重要的非负数的性质,历来为出题人所重视,你也不能轻视哟!

12. 去绝对值符号的规律

$$|a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

13. 求近似值的一种特殊方法

当把一个实数精确到十位、百位、千位、万位等时,先用科学记数法表示,再根据指定位数四舍五入取近似值,保留的有效数字个数比准确数的整数部分的位数少时也是如此.

□ 解题警示

掌握这些规律和方法对于提高我们的解题能力,非常重要.

(2) 计算 2^{-2} 实际上是考查负指数这个知识点, 2^{-2} 是 $\frac{1}{2^2}$.

(3) 此题是一个开放性试题,答案不唯一,只要满足两个无理数经过加法运算的结果为6即可.

$$(4) \because 2^{-1} = \frac{1}{2}, (\sqrt{3}-1)^0 = 1, \therefore 2^{-1} + (\sqrt{3}+1)^0 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}.$$

$$\text{答案: (1) } 3; 2; \frac{1}{2}; -8 \quad (2) \frac{1}{4} \quad (3) 3\sqrt{3} + \sqrt{2}, 3 - \sqrt{2} \quad (4) \frac{3}{2}$$

【考题11】(1)若 $0 < a < 1$ 时,则 $a^2, a, \frac{1}{a}$ 的大小关系是 ()

A. $a^2 > a > \frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{a} > a > a^2$ C. $\frac{1}{a} > a^2 > a$ D. 不能确定

(2)若 a 是整数,那么 a^2 _____ a (请选择符号“>”,“<”,“=”或“≤”填空)

【解析】(1)可采用特殊值法,因为 $0 < a < 1$,故在 a 的取值范围内可取特殊的值如 $a = \frac{1}{2}$,则 $a^2 = \frac{1}{4}$, $\frac{1}{a} = 2$.由于 $2 > \frac{1}{2} > \frac{1}{4}$,所以 $\frac{1}{a} > a > a^2$.

(2)采用分类讨论的方法.

当 a 是负整数时, $a^2 > a$;

当 a 是0或1时, $a^2 = a$;

当 a 是大于1的整数时, $a^2 > a$.

综合上述三种情况得 a 是整数时 $a^2 \geq a$.

答案:(1)B (2) \geq

【考题12】(2003,陕西)(1)地球上的陆地面积约为149000000千米²,用科学记数法表示为 ()

A. 149×10^8 千米² B. 149×10^7 千米²
C. 1.49×10^8 千米² D. 1.49×10^9 千米²

(2)今年第一季度我国增值税、消费税比上年同期增收 3.07×10^{10} 元,也就是增收 ()

A. 30.7亿元 B. 307亿元 C. 3.07亿元 D. 3070万元

【解析】(1)因为此题要求将149000000用科学记数法表示,所以 $149000000 = 1.49 \times 10^8$.

(2)把 3.07×10^{10} 元用亿元为单位写成 3.07×10^2 亿元,即307亿元.

答案:(1)C (2)B

基础闯关 (基础分一定拿全)

[预测1]地球绕太阳每小时转动通过的路程约是 1.1×10^8 千米,用科学记数法表示地球一天(以24小时计)转动通过的路程约是_____.

[预测2] $\sqrt{49}$ 的平方根是_____,36的算术平方根是_____, -8 的立方根是_____.

[预测3]在5,21, $\sqrt{7}$, π , $\sqrt{16}$ 五个实数中,无理数的个数是 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

[预测4]实数 a, b 在数轴上的位置如图所示,则下列结论正确的是 ()



图1-1-2

A. $a+b > a > b > a-b$ B. $a > a+b > b > a-b$
C. $a-b > a > b > a+b$ D. $a-b > a > a+b > b$

[预测5]在 $-\pi, -2, \sqrt{4}, \cos 45^\circ, 3, 14, (\sqrt{2})^0$ 中,有理数的个数是 ()

A. 5 B. 2 C. 3 D. 4

思维点拨

→结果不能漏写单位

→注意理解题意

→ $\sqrt{16}=4$ 是有理数

→提示 $a > 0, b < 0$ 且 $|a| > |b|$

→注意 $\sqrt{4}=2, \cos 45^\circ$



[预测6] 下列各组数中不互为相反数的是 ()

- A. -2 与 $\sqrt{(-2)^2}$ B. -2 与 $\sqrt[3]{8}$ C. -2 与 $-\frac{1}{2}$ D. $1-2$ 与 -12

[预测7] 下列结论:①在数轴上只能表示无理数; $\sqrt{2}$;②任何一个无理数都能用数轴上的点表示;③实数与数轴上的点一一对应;④有理数有无限个,无理数有有限个.其中正确的是 ()

- A. ①② B. ②③ C. ③④ D. ②③④

[预测8] 用四舍五入法把 0.7095 精确到千分位应是 ()

- A. $0.7095 \approx 0.700$ B. $0.7095 \approx 0.71$ C. $0.7095 \approx 0.710$ D. $0.7095 \approx 0.7100$

[预测9] 若 $x < 2$ 时,化简 $\sqrt{(x-2)^2} + |3-x|$ 的正确结果是 ()

- A. -1 B. 1 C. $2x-5$ D. $5-2x$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (\sqrt{2})^0 = 1$$

→化简后再判断

→分别考查每一个命题,再作答

→千分位后面一位是5舍去时应进一

→注意 $x < 2 < 0$



潜能挑战 高分要全力争取

[预测10] 如果 $m = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, $n = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^{-1}$, 那么 m 与 n 的关系是 ()

- A. m 与 n 互为相反数 B. m 与 n 互为倒数
C. m 与 n 相等 D. m 与 n 的倒数互为相反数

→先将 n 化简再判断

[预测11] 如果 $a+b < 0$ 且 $b > 0$, 那么 $a, b, -a, -b$ 的大小关系为 ()

- A. $a < b < -a < -b$ B. $-b < a < -a < b$ C. $a < -b < -a < b$ D. $a < -b < b < -a$

→可用特殊值求解

[预测12] 截至5月22日,全国各地民政、卫生部门、红十字会、中华慈善总会等系统,共接收防治“非典”肺炎社会捐赠款物总计约177000万元,用科学记数法应表示为 ()

- A. 1.77×10^4 万元 B. 1.77×10^5 万元 C. 17.7×10^4 万元 D. 0.177×10^6 万元

→ $A = a \times 10^n$, n 是 A 的整数位数减一

[预测13] 若 a, b 互为相反数, c, d 互为倒数, m 的绝对值是2, 求 $a^2 - b^2 + (c \cdot d)^{-1} \div (1 - 2m + m^2)$ 的值.

→运用实数的性质求解

[预测14] 已知 m, n 是实数, 且 $\sqrt{2m+1} + |3n-2| = 0$, 求实数 $m+n^2$ 的相反数的倒数的值.

→运用非负数的性质求解

[预测15] 已知 $|a|=3, |b|=4, ab > 0$, 求 $a-b$ 的值.

→运用绝对值的性质求解

[预测16] 已知 $|x| = \sin 45^\circ, |y| = \tan 45^\circ$, 且 $\frac{x}{y} < 0$, 则 $\frac{1}{|y-x|}$ 的值等于_____.

→先化简,再求值

[预测17] 已知 $\frac{16-m^2+4(m-2n)^2}{\sqrt{m+4}} = 0$, 求 m, n 的值.

→运用非负数的性质求解



解题点评 名师告诉你

1. 2.64×10^6 千米 不能写成 26.4×10^3

2. $\pm\sqrt{7}, 6, -2$ 用方根的定义来解

3. B

4. D 观察可知 $a+b > b$ 5. D $(\sqrt{2})^0 = 1$ 是有理数

6. C 因 $\sqrt{(-2)^2} = 2, \sqrt[3]{8} = 2, -12 = -2$

7. B 数轴上的点可表示有理数还可表示无理数, 他们均有无限个

8. C D 是表示精确到万分位

9. D $\sqrt{(x-2)^2} + |3-x| = |x-2| + |3-x| = 2-x+3-x = 5-2x$

10. C $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{-1} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

11. D $a+b < 0, b > 0$ 则 $a < 0$ 且 $|a| > |b|$ 12. B

13. 1 或 $\frac{1}{9}$ $a+b=0, cd=1, m = \pm 2$

14. 18 $\because 2m+1=0, m = -\frac{1}{2}; 3n-2=0, n = \frac{2}{3}$

15. -1 或 1 $\because a = \pm 3, b = \pm 4, \text{又 } ab > 0,$

$$\therefore \begin{cases} a=3 \\ b=4 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a=-3 \\ b=-4 \end{cases}$$

16. $2 - \sqrt{2}$ $\because x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}, y = \pm 1, \text{又 } \frac{x}{y} < 0,$

$$\therefore \begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ y = -1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ y = 1 \end{cases}$$

17. $m=4, n=2$ 由 $\begin{cases} 16-m^2=0 \\ m-2n=0 \end{cases} \Rightarrow m=4, n=2$
 $m \neq -4$

★ 第 2 讲 实数的运算

★ 中考要求

● 本讲的主要考点有实数运算法则, 运算律, 由二次根式、三角函数和幂等组成的混合算式的计算. 实数的运算首先要熟练掌握两个实数的四则运算法则, 其次对于混合算式要注意运算顺序. 常用的思想方法有: 观察法、公式法、类比转化等思想方法.

★ 考向指南

● 理解零指数幂和负整数指数幂的概念, 掌握实数的运算法则, 并能熟练地进行计算.
● 实数的运算在中考中的填空题、选择题与之一般分值约为 25%.

考 纲 通 鉴

考基要点 基础得分点

运算问题一

1. 实数的混合运算中, 应先确定运算的符号及顺序, 再进行运算, 有小数的一般将其化为分数较为简便.
2. 熟练掌握实数的运算需做到三点:
一是熟悉运算律(包括正向与逆向); 二是灵活运用各种运算法则; 三是掌握一定的运算技巧.
3. 注意零指数、负整指数的意义, 遇到绝对值一般要先去掉绝对值符号再进行计算, 关键是把好符号关.

解题警示

一道计算题出现在我们面前, 不要忙于下笔, 应先观察整个算式, 区分难易, 做到心中有数, 然后再寻找突破口, 动笔计算.

发散思维 高分关键点

运算问题二 | 比较实数大小的几种常用方法

4. 数轴比较法

将两实数分别表示在数轴上, 右边的数总比左边的数大, 表示在同一点的两个数相等.

5. 差值比较法

设 a, b 是任意两实数, 则 $a - b > 0 \implies a > b$; $a - b < 0 \implies a < b$; $a - b = 0 \implies a = b$.

点击名题 看看中考如何考

【考题 1】计算下列各题:

$$(1) 3\frac{1}{3} \div \left(-\frac{2}{3}\right) \times \frac{3}{5} - 3 \times (-3)^3 - (-5)^2;$$

$$(2) -1\sqrt{-27} - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)^2 \times \sqrt{(-6)^2} \div \left(\frac{1}{2}\right)^3;$$

$$(3) (-2^4 \times 0.125 + \cos 0^\circ) \div \frac{3}{4} - \sin 90^\circ \div 0.25^{10} \times 4^{-9};$$

$$(4) \tan 45^\circ - \cos 90^\circ - 11 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + 3\sqrt{\frac{1}{8}}.$$

【解】(1) 原式 = $\left[-\frac{10}{3} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{5} + 3 \times 3^3 - 25\right]$
 $= 81 + 81 - 25$
 $= 137.$

(2) 原式 = $-1 - 3 - \left(\frac{4-3}{12}\right)^2 \times 6 \times 8$
 $= -3 - \frac{1}{12} \times 6 \times 8$
 $= -3 - \frac{1}{3}$
 $= -3\frac{1}{3}.$

(3) 原式 = $\left(-4 \times \frac{1}{8} + 1 \times \frac{4}{3} - 1\right) \div \frac{1}{4^9} \times \frac{1}{4^9}$
 $= -\frac{1}{6} \times 4$
 $= -\frac{2}{3}.$

(4) 原式 = $1 - 0 - 11 + 2 + 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$
 $= 1 - 11 + 2 - \frac{3}{2}$
 $= \frac{1}{2}.$

【考题 2】计算: (2002, 大连, 贵阳, 陕西, 四川)

(1) $13^{-2} =$ _____.

(2) $\frac{1}{\sqrt{3}+1} - (\sqrt{3})^0 + (-1)^{2002} =$ _____.

(3) $-1 + (-3.14)^0 + 2^{-1} =$ _____.

6. 商值比较法

设 a, b 是两正实数, 则 $\frac{a}{b} > 1 \implies a > b$;

$\frac{a}{b} = 1 \implies a = b$; $\frac{a}{b} < 1 \implies a < b$.

7. 绝对值比较法

设 a, b 是两负实数, 则 $|a| > |b| \implies a < b$; $|a| = |b| \implies a = b$; $|a| < |b| \implies a > b$.

除此外还有倒数法、分子理化等方法.

解题警示

实数大小比较时, 常常用到实数的减法和除法运算.

解析 (1) 本题是负整数指数的运算, 因为 $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ ($a \neq 0, p$ 是正整数指数).

(2) 本题有分母有理化和乘方运算, 然后是实数的加减法运算.

(3) 本题有零指数的运算, 因为任何不等于零的数的零次方等于 1 (即 $a^0 = 1, a \neq 0$).

解 (1) $3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{9}$.

(2) $\frac{1}{\sqrt{3}+1} - (\sqrt{3})^0 + (-1)^{2000} = \frac{\sqrt{3}-1}{2} - 1 + 1 = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$.

(3) $-1 + (-3.14)^0 + 2^{-1} = -1 + 1 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

【考题 3】(2001, 菏泽) 若 a 为实数, 下列数式中, 一定是负数的是

- A. $-a^2$ B. $-(a+1)^2$ C. $-\sqrt{a^2}$ D. $-(-a+1)$

解析 A, C 两个选项中没有考虑 a 为零的情形, 所以不一定是负数, 而 $-(a+1)^2$ 当然 $a = -1$ 时为零. 因为 $-a \geq 0, -a+1 > 0$, 所以 $-(-a+1) < 0$.

答案: D

【考题 4】(2003, 宜昌) 实数 a 在数轴上对应的点的位置如图所示, 化简 $|a+3|$ 的结果是

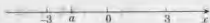


图 1-2-1

- A. $a+3$ B. $a-3$ C. $-a+3$ D. $-a-3$

解析 由图可知, $-3 < a < 0$, 则 $a+3 > 0$, $\therefore |a+3| = a+3$.

答案: A

【考题 5】若 a 是有理数, 则 $4a$ 与 $3a$ 的大小关系是

- A. $4a > 3a$ B. $4a = 3a$ C. $4a < 3a$ D. 不能确定

解析 a 为有理数, 可为正数, 负数, 零. 因此 A, B, C 都有可能.

答案: D

【考题 6】比较 $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{2}-1$ 的大小.

解析 比较 $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{2}-1$ 的大小, 可先将各数的近似值求出来, 即 $\sqrt{3}-\sqrt{2} = 1.732-1.414 = 0.318$, $\sqrt{2}-1 = 1.414-1 = 0.414$, 再比较大小. 本题还有一种方法“分子有理化”.

解 $\sqrt{3}-\sqrt{2} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$, $\sqrt{2}-1 = \frac{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}{\sqrt{2}+1} = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$. $\therefore \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} <$

$\frac{1}{\sqrt{2}+1}$, $\therefore \sqrt{3}-\sqrt{2} < \sqrt{2}-1$.

基础闯关 (基础分一定拿全)

思维点拨

【预测 1】计算: $(3-\pi)^0 - \sqrt{8}\tan 60^\circ + 2\sqrt{27}\sin 45^\circ =$ _____.

【预测 2】比较大小: $-\sqrt{2}$ _____ $-\sqrt{3}$ (填“>”“<”或“=”).

【预测 3】某商品标价 1375 元, 打 8 折 (按标价的 80%) 售出, 仍可获利 10%, 则该商品的进价是 _____ 元.

【预测 4】如果 \sqrt{a} 的平方根是 ± 3 , 那么 $a =$ _____.

【预测 5】计算: $\cos 60^\circ + \sqrt{(2-\sqrt{5})^2} + (\cot 45^\circ)^{-2} + (\sqrt{5}+2)^0 =$ _____.

【预测 6】当 $|a| > 1$ 时, 试比较大小 a _____ $\frac{1}{a}$.

【预测 7】下列各组数中, 相等的一组是

- A. -1 和 $-4+(-3)$ B. $|-3|$ 和 $-(-3)$ C. 3^{-1} 和 -3 D. -3 和 9

- ← 先求三角函数值
- ← 比较绝对值的大小
- ← -10% 是指售价而言

- ← 是 \sqrt{a} 而不是 a 的平方根
- ← 先求三角函数值, 再化简
- ← 分两种情况考虑

← 逐个答案判断

[预测 8] 计算: $\sin^2 60^\circ \cdot \tan 45^\circ - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-2}$, 结果正确的是

()

← 演算顺序不能出错

A. $\frac{9}{4}$

B. $-\frac{9}{4}$

C. $\frac{4}{11}$

D. $-\frac{11}{4}$

[预测 9] 计算: $|1 - \sqrt{3}| + \frac{2}{\sqrt{3} + 1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \sin 60^\circ - \cos 30^\circ =$

()

← 演算顺序不能出错

A. $2 + \sqrt{3}$

B. $2 + 2\sqrt{3}$

C. 4

D. $\frac{\sqrt{3} + 2}{2}$

[预测 10] 将 $\left(\frac{1}{6}\right)^{-1}$, $(-2)^0$, $(-3)^2$ 这三个数按从小到大的顺序排列, 正确的结果是

()

← 化简后再比较

A. $(-2)^0 < \left(\frac{1}{6}\right)^{-1} < (-3)^2$

B. $\left(\frac{1}{6}\right)^{-1} < (-2)^0 < (-3)^2$

C. $(-3)^2 < (-2)^0 < \left(\frac{1}{6}\right)^{-1}$

D. $(-2)^0 < (-3)^2 < \left(\frac{1}{6}\right)^{-1}$

[预测 11] 计算下列各题:

(1) $-(-5) + (-2) \times (-1)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - (\sqrt{2}-1)^0$

(2) $-2^2 + (\sqrt{3}-2\sqrt{2})^0 + (\sin 30^\circ)^{-1} + \sqrt[3]{-27}$

(3) $11 - \sqrt{3} - \frac{2}{\sqrt{3}-1} - \tan 60^\circ + (\sqrt{3})^2$

(4) $[\sqrt{(\frac{1}{4})^{-1}}]^{-1} - \tan 25^\circ \cdot \tan 65^\circ + 2\sin 45^\circ + \frac{1}{1-\sqrt{2}}$

← 先观察运算中用到哪些知识点, 做到心中有数, 其次注意运算顺序和法则

[预测 12] 已知 $A = \sqrt[m+n+10]{m+n+10}$ 是 $m+n+10$ 的算术平方根, $B = \sqrt[2m+3]{4m+6n-1}$ 是 $4m+6n-1$ 的立方根, 求 $B-A$ 的立方根.

← 构造方程组求 m, n

[预测 13] M 国股民吉姆上星期六买进某公司股票 1000 股, 每股 27 元, 下表为本周内每日该股票的涨跌情况(单位: 元):

← 先算出每一天每股收盘时是多少元, 再解(1), (2), 对于(3)不能漏算, 也不能错算

星期	一	二	三	四	五	六
每股涨跌	+4	+4.5	-1	-2.5	-6	+2

(1) 星期三收盘时, 每股是多少元?

(2) 本周内最高价每股是多少元? 最低价每股多少元?

(3) 已知吉姆买进股票时付了 1.5% 的手续费, 卖出时需付成交额 1.5% 的手续费和 1% 的交易税, 吉姆如果在星期六收盘前将全部股票卖出, 他的收益情况如何?



潜能挑战 高分要全力争取

[预测 14] 先观察下列算式, 再填空:

$3^2 - 1^2 = 8 \times 1,$

$5^2 - 3^2 = 8 \times 2,$

$(1)^2 - 5^2 = 8 \times \underline{\quad}$

$(2)^2 - (\underline{\quad})^2 = 8 \times 4$

$(3)^2 - (\underline{\quad})^2 = 8 \times 5$

$(4)^2 - (\underline{\quad})^2 = 8 \times (\underline{\quad}) \dots$

通过观察归纳, 写出反映这种规律的一般结论: _____

← 解这一组阅读题的关键是找规律, 通过几个特殊的算式找出一般规律

[预测 15] 已知: $2 + \frac{2}{3} = 2^2 \times \frac{2}{3}, 3 + \frac{3}{8} = 3^2 \times \frac{3}{8}, 4 + \frac{4}{15} = 4^2 \times \frac{4}{15} \dots$ 若 $10 + \frac{a}{b} = 10^2 \times \frac{a}{b}$ (a, b 为正整数), 则 $a+b =$ _____.

← 通过三道特殊的算式来判断 a, b 与 10 之间的关系

[预测 16] 阅读下面材料, 并解答下列问题:

在形如 $a^b = N$ 的式子中, 我们已经研究过两种情况:

① 已知 a 和 b , 求 N , 这是乘方运算;

② 已知 b 和 N , 求 a , 这是开方运算;

← 这道题, 阅读量较大, 有些地方还不好理解, 一定要认真, 仔细阅读, 正确

现在我们研究第三种情况:已知 a 和 N , 求 b , 我们把这种运算叫做对数运算.

定义:如果 $a^b = N (a > 0, a \neq 0, N > 0)$, 则 b 叫做以 a 为底 N 的对数, 记作 $b = \log_a N$.

例如:因为 $2^3 = 8$, 所以 $\log_2 8 = 3$;

因为 $2^{-1} = \frac{1}{8}$, 所以 $\log_2 \frac{1}{8} = -3$.

(1) 根据定义计算:

① $\log_2 81 = \underline{\hspace{2cm}}$; ② $\log_3 3 = \underline{\hspace{2cm}}$; ③ $\log_3 1 = \underline{\hspace{2cm}}$; ④ 如果 $\log_2 16 = 4$, 那么 $x = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) 设 $a^x = M, a^y = N$, 则 $\log_a M = x, \log_a N = y (a > 0, a \neq 1, M, N$ 均为正数).

$\therefore a^x \cdot a^y = a^{x+y} = M \cdot N, \therefore \log_a MN = x + y$, 即 $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$, 这是对数运算的重要性质之一. 进一步地我们可以得出:

$\log_a M_1 M_2 M_3 \cdots M_n = \underline{\hspace{2cm}}$ (其中 $M_1, M_2, M_3, \cdots, M_n$ 均为正数, $a > 0, a \neq 1$),

$\log_a \frac{M}{N} = \underline{\hspace{2cm}}$ (M, N 均为正数, $a > 0, a \neq 1$).

理解定义, 并通过例题强化理解才能动手做题.



解题点评

名师告诉你

1. $1 + \sqrt{6} (3 - \pi)^0 - \sqrt{8} \tan 60^\circ + 2 \sqrt{27} \sin 45^\circ = 1 -$

$2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} + 6\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 + \sqrt{6}$

2. >

3. 1000 设进价 x 元, 则 $1375 \times 80\% = x + 10\%x, x = 1000$

4. 81 $\because (\pm 3)^2 = 9$, 则 $\sqrt{a} = 9, \therefore a = 81$

5. $\frac{1}{2} + \sqrt{5}$ 原式 $= \frac{1}{2} + \sqrt{5} - 2 + 1 + 1 = \frac{1}{2} + \sqrt{5}$

6. 不能确定 当 $a > 1$ 时, $a > \frac{1}{a}$; 当 $a < -1$ 时, $a < \frac{1}{a}$

7. B $|-3| = 3, -(-3) = 3$

8. B 原式 $= \frac{3}{4} \times 1 - 3 = -\frac{9}{4}$

9. B 原式 $= \sqrt{3} - 1 + \frac{2(\sqrt{3}-1)}{2} + 2^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 + 2\sqrt{3}$

10. A $(\frac{1}{6})^{-1} = 6, (-2)^0 = 1, (-3)^2 = 9, \therefore 9 > 6 > 1$

11. (1) 4 原式 $= 5 - 2 + 2 - 1 = 4$

(2) -4 原式 $= -4 + 1 + (\frac{1}{2})^{-1} - 3 = -4$

(3) $1 - \sqrt{3}$ 原式 $= \sqrt{3} - 1 - \frac{2(\sqrt{3}+1)}{2} - \sqrt{3} + 3 = \sqrt{3} - 1 -$

$\sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} + 3 = 1 - \sqrt{3}$

(4) 6 原式 $= [(\sqrt{4})^3] - \tan 25^\circ \cdot \cot 25^\circ + 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} -$

$\sqrt{2} - 1 = 8 - 1 + \sqrt{2} - \sqrt{2} - 1 = 6$

12. -1 由题意可知 $m - n = 2$ ①, $m - 2n + 3 = 3$ ② 联立①,

②得 $m = 4, n = 2, \therefore A = \sqrt{16} = 4, B = \sqrt[3]{27} = 3, B - A = -1$

13. (1) 34.5 $27 + 4 + 4.5 - 1 = 34.5$

(2) 从星期一到星期六, 每日股价为 31, 35.5, 34.5, 32, 26, 28, 故最高每股 35.5 元, 最低每股 26 元

(3) 共收益 889.5 元 $(35.5 - 27) \times 1000 - 27 \times 1000 \times 1.5\% - 35.5 \times 1000 \times (1\% + 1.5\%) = 889.5$ (元)

14. (1) 3 (2) 7 (3) 11 (4) 11 6 两个连续奇数的平方差能被 8 整除

15. 观察可知 $3 = 2^2 - 1, 8 = 3^2 - 1, 15 = 4^2 - 1$, 故 $b = a^2 - 1$. 又 $a = 10, \therefore b = 99, a + b = 109$

16. (1) ①④ (2) ③④ (2)

(2) $\log_a M_1 M_2 \cdots M_n = \log_a M_1 + \log_a M_2 + \cdots + \log_a M_n$

$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$

第二章 代数式

第3讲 整式

中考要求

◆了解代数式、整式的概念,会求代数式的值,熟练掌握整式的加减运算,会进行整式的加、减、乘、除、乘方等较简单的混合运算,能灵活地运用运算定律与乘法公式简化运算过程.

考向指南

●本节的主要考点是单项式的系数、次数,多项式的项数和次数,以及多项式的降幂排列和升幂排列,命题形式多见填空题,属低档题.
●其中知识点占全部的知识点的15%;而分值占全部分值的60%.

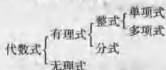
考纲
通
览

考基要点 (重、难点、得分点)

点击名题 (看看中考如何考)

1. 代数式的有关概念

(1) 代数式的分类



(2) 有理式 只含有加、减、乘、除、乘方运算的代数式(包括具体实数的一切运算式),叫做有理式.有理式中的整式与分式的区别在于分式的分母(或除式)中含有字母.

(3) 无理式 含有字母的式子进行开方运算的代数式叫做无理式.

2. 同类项、合并同类项

所含的字母相同,并且相同字母的指数也分别相同的单项式叫做同类项.

把多项式中的同类项合并成一项,叫做合并同类项,合并的法则是系数相加,所得的结果作为合并后的系数,字母和字母的指数不变.

3. 去括号与添括号

(1) 去括号法则 括号前是“+”号,去掉括号和它前面的“+”号,括号里各项都不改变符号;括号前是“-”号,去掉括号和它前面的“-”号,括号里各项都改变符号.

(2) 添括号法则 添括号,括号前面是“+”号,括到括号里的各项都不改变符号,括号前面是“-”号,括到括号里的各项都改变符号.

解答题

要牢记和理解这些基本概念,它们是非常重要的.

【考题1】(2002,四川)已知 $-0.5 \times x^{a+3}y^{b-2}$ 与 $\frac{2}{3}x^{a-1}y^3$ 是同类项,那么

A. $\begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a=1 \\ b=-2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} a=-2 \\ b=1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a=2 \\ b=-1 \end{cases}$

【解析】由同类项的定义:字母相同,并且相同字母的指数也分别相同的单项式是同类项,可得方程组.

【解】由题意知 $\begin{cases} a+b=a-1 \\ a-b=3 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} a=2 \\ b=-1 \end{cases}$, 故选 D.

【考题2】(2002,济南)请你观察图形,依据图形面积间的关系不需要添加辅助线,便可得到一个你非常熟悉的公式,这个公式是_____.

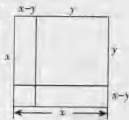


图2-3-1

【解析】如何展示一个公式的几何意义,又如何从图形提炼出一个抽象的公式,是近几年中考的亮点,其实运用最古老的面积割补原理即可解决.

【解】利用小正方形的面积等于大正方形的面积减去其他三部分的面积得到公式 $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$. 利用两个矩形相接得长条矩形得 $(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$ 或 $x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$.

【考题3】(2002,济南)下列计算正确的是 ()

A. $(-4x) \cdot (2x^2 + 3x - 1) = -8x^2 - 12x^2 - 4x$
 B. $(x+y)(x^2 + y^2) = x^3 + y^3$
 C. $(-4a-1)(4a-1) = 1 - 16a^2$
 D. $(x-2y)^2 = x^2 - 2xy + 4y^2$

【解析】由单项式乘以多项式可知, $(-4x) \cdot (2x^2 + 3x - 1) = -8x^3 - 12x^2 + 4x$, 故 A 错; 又由多项式乘以多项式可知, $(x+y)(x^2 + y^2) = x(x^2 + y^2) + y(x^2 + y^2) = x^3 + xy^2 + x^2y + y^3$, 故 B 错; 由平方差公式知 $(-4a-1)(4a-1) = -(4a+1)(4a-1) = -(16a^2 - 1) = 1 - 16a^2$, 故 C 正确; 由完全平方公式可得 $(x-2y)^2 = x^2 - 4xy + 4y^2$, 故 D 错.

4. 整式的运算

(1) 整式的加减

整式的加减法实际就是合并同类项.

(2) 幂的运算法则

同底数幂相乘,底数不变,指数相加,即: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (m, n 都是整数).

幂的乘方,底数不变,指数相乘,即: $(a^m)^n = a^{mn}$ (m, n 都是整数).

积的乘方,等于把积的每一个因式分别乘方,再把所有的幂相乘,即: $(ab)^n = a^n b^n$ (n 为整数).

同底数幂相除,底数不变,指数相减,即: $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ($a \neq 0, m, n$ 都为整数).

(3) 整式的乘法

单项式与单项式相乘,把系数、同底数幂分别相乘,作为积的因式,只有一个单项式里含有的字母,则连同它的指数作为积的一个因式.

单项式与多项式相乘,就是根据分配律用单项式去乘多项式的每一项,再把所得的积相加,即: $m(a+b+c) = ma+mb+mc$.

多项式与多项式相乘,先用一个多项式的每一项乘以另一个多项式的每一项,再把所得的积相加,即: $(m+n)(a+b) = ma+mb+na+nb$.

(4) 整式的除法

单项式除以单项式,把系数、同底数幂相除,作为商的因式,对于只在被除式里含有的字母,则连同它的指数作为商的一个因式.

多项式除以单项式,把这个多项式的每一项除以这个单项式,然后把所得的商相加.

(5) 乘法公式

平方差公式 两个数的和与这两个数的差的积等于这两个数的平方差,即: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.

完全平方公式 两数和(或差)的平方,等于它的平方加上(或者减去)它们积的2倍,即: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$.

☞ 解题警示

这些单项的运算法则和计算公式是构成复杂运算的细胞.

发散思维 高分关键点

8. 去括号的几种特殊方法

(1) 选整体合并,再去括号

在整式的加减运算中,如果有几部分都含有多项式A,那么就把A看作一个整体,使这几部分合并成一项,再去掉A的括号.

(2) 从外到里去括号,减少变号次数

如果在整式加减运算中,只含有小括号和中括号,那么把小括号内的各项视为一个整体,先去中括号,再去小括号.

【考题4】(1999,甘肃)已知二次三项式 $2x^2+bx+c$ 分解因式为 $2(x-3)(x+1)$,则 b, c 的值为 ()

- A. $b=3, c=-1$ B. $b=-6, c=2$
C. $b=-6, c=4$ D. $b=-4, c=-6$

【解析】本题可利用多项式的因式分解是多项式乘法的逆变形这一关系解决.

$$\begin{aligned} \because 2(x-3)(x+1) &= 2(x^2-2x-3) = 2x^2-4x-6 = 2x^2+bx+c, \\ \therefore b &= -4 \text{ 且 } c = -6. \end{aligned}$$

答案:D

【考题5】(2002,济南)下列各式中,计算过程正确的是 ()

- A. $x^2+x^2=x^{2+2}=x^4$
B. $x^3+x^3=2x^3=x^6$
C. $x \cdot x^3 \cdot x^3 = x^{1+3+3} = x^7$
D. $x^2 \cdot (-x)^3 = -x^{2+3} = -x^5$

【解析】 $x^2+x^2=(1+1)x^2=2x^2$,故A错; $x^3 \cdot x^3 = x^{3+3} = x^6$,故B错; $x \cdot x^3 \cdot x^3 = x^{1+3+3} = x^7$,故C错; $x^2 \cdot (-x)^3 = -x^{2+3} = -x^5$.

答案:D

【考题6】下列式子能正确表示为“ a 与 b 的平方的和”的是 ()

- A. a^2+b^2 B. $(a+b)^2$ C. $a+b^2$ D. a^2+b

【解析】一般用代数式表示数量关系时,要“先读后写”,如果文字叙述的数量关系的运算顺序与无括号的有理数混合运算顺序不一致时,要加括号.

答案:C

【考题7】设某汽车以每小时40km的速度行驶于各站之间,若在 s km行程之内停过 n 个站,每站5min,用代数式表示汽车走完全程所需要的时间(h).

【解析】①明确行程问题中的基本数量关系:路程=速度 \times 时间.

②本题所求的应是:行车时间与停站时间之和.

③要注意时间单位的统一.

【解】假设汽车不停站,连续行驶则需要 $\frac{s}{40}h$.

停 n 个站所需要的时间为 $\frac{5}{60}n$,即 $\frac{n}{12}h$.

所以汽车走完全程所需要的时间为 $(\frac{s}{40} + \frac{n}{12})h$.

【考题8】第二十届电视剧“飞天奖”有 a 部作品参赛,比上一年增加了40%还多2部,设上一年参赛的作品有 b 部,则 b 是 ()

- A. $\frac{a+2}{1+40\%}$ B. $a(1+40\%)+2$
C. $\frac{a-2}{1+40\%}$ D. $a(1+40\%)-2$

【解析】解法一:列方程 $a=(1+40\%)b+2$,则 $b=\frac{a-2}{1+40\%}$.

解法二:直接通过数量之间的关系进行分析.因为参赛作品比上一年多2部,且是上一年数量的1.4倍,所以上一年的参赛作品数为 $\frac{a-2}{1+40\%}$.

答案:C

【考题9】计算 $16^{2n}+8^{2n} \div 4^n \times 4^{3(n-1)}$.