应试指南丛书

中国科学院教材建设专家委员会规划教材配套用书

医药数理统计学习辅导

范薪生　汪旭升　主编

科学出版社
www.sciencep.com

中国科学院教材建设专家委员会规划教材
配套用书

医药数理统计
学习辅导

范薪生　汪旭升　主编

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书是中国科学院教材建设专家委员会规划教材《医药数理统计》的配套用书.《医药数理统计》侧重于理论,本书侧重于理论知识的归纳总结、各类习题的分析解法、各种医药实际问题的统计处理.本书有内容提要、基本概念、习题解答和补充习题及解答等,还有一定数量综合试题,对学生考研和进一步的提高很有帮助,也便于学生自学.本书的学习有利于培养学生归纳总结能力、分析解决问题的能力、常用统计方法的掌握,也有利于教与学两过程的沟通.

本书可供医药院校各专业、各层次的学生使用,也可作为医药工作者学习高等数学的参考书.

图书在版编目(CIP)数据

医药数理统计学习辅导/范薪生,汪旭升主编.—北京:科学出版社,2004.9

(中国科学院教材建设专家委员会规划教材配套用书)

ISBN 7-03-014272-1

Ⅰ.医… Ⅱ.①范…②汪… Ⅲ.数理统计-应用-医药学-中医学院-教学参考资料 Ⅳ.R311

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 087879 号

责任编辑:曹丽英/责任校对:张怡君

责任印制:刘士平/封面设计:卢秋红

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

http://www.sciencep.com

丽源印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2004 年 9 第 一 版　开本:720×1000 1/16

2004 年 9 月第一次印刷　印张:11 3/4

印数:1—6 000　字数:226 000

定价:18.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈新欣〉)

《医药数理统计学习辅导》编写人员

主　编　范薪生　汪旭升

副主编　杨松涛　钱微微　高敏艳　封　峰
周介南　王淑媛　王世钦

主　审　周永治

编　委　（按姓氏笔画排序）

马志庆　山东中医药大学
王世钦　甘肃中医学院
王汉文　湖北中医学院
王淑媛　长春中医学院
伍　平　贵阳中医学院
杜天荣　上海中医药大学
杨松涛　安徽中医学院
李晓红　浙江中医学院
张田田　安徽中医学院
陈瑞祥　北京中医药大学
周介南　南京中医药大学
封　峰　南京中医药大学
顾效华　南京中医药大学
钱微微　浙江中医学院
高敏艳　天津中医学院
曹　敏　贵阳中医学院
龚文玥　江西中医学院
覃　洁　广西中医学院
颜素容　北京中医药大学

编写说明

《医药高等数学》、《医药数理统计》、《医药数学实验》是全国19所中医院校参加编写的数学系列教材.自2001年由科学出版社出版以来,受到广大师生欢迎.为了使大学数学教材与中学数学更好地衔接,也为了使教材适应中医院校规模迅速扩大、专业不断增多新形势发展的需要,编写组根据教育部对高等中医院校高等数学等课程精品教材的要求,由中国科学院教材建设专家委员会指导,听取了多方的意见,对教材作了修改、补充,编写了第二版的**《医药高等数学》**、**《医药数理统计》**与它的配套教材:**《医药高等数学学习辅导》**、**《医药数理统计学习辅导》**.该配套教材适应医药类、管理类、信息类(部分)、人文类的专业需要,将于2004年9月由科学出版社正式出版.

《医药数理统计学习辅导》是《医药数理统计》的配套教材,相应地也有10章.每章包括四大部分:一、内容提要;二、基本概念(是该章内容的小结);三、习题解答(是该章习题的解答过程);四、补充习题(增补一些有代表性有适当难度的习题).书的最后有自测题,供学生练习.它有利于学生对数理统计的概念、理论的理解,有利于对统计过程与方法的掌握,帮助学生在学好数理统计的同时培养自己分析解决问题的能力,有利于教师的教学工作.

参加本书编写的学校有:黑龙江中医药大学、长春中医学院、辽宁中医学院、甘肃中医学院、天津中医学院、北京中医药大学、河南中医学院、山东中医药大学、安徽中医学院、南京中医药大学、上海中医药大学、浙江中医学院、江西中医学院、福建中医学院、湖北中医学院、湖南中医学院、广西中医学院、贵阳中医学院18所院校.

由于我们水平有限,编写时间又仓促,不当与错误之处肯定不少,恳请读者与同行批评指正,以便我们改正.

编　者

2004年8月

目　录

第一章

事件与概率

一、内容提要

本章讨论概率论中的两个基本问题:事件与概率.关于事件,介绍了随机现象、随机事件、事件的关系与运算,由这些关系与运算可派生出许多复杂的事件.关于概率,介绍了频率、概率、概率加法公式、概率乘法公式、全概率公式与贝叶斯公式,应用这些公式可化复杂事件概率的计算为简单事件概率的计算.

二、基本概念

1. 随机事件及其关系和运算

(1) 随机现象→随机试验→随机事件.

(2) 事件的关系和运算,主要有:用简单事件表示复杂事件;化简事件的关系式;证明事件之间的某些等式或不等式.

① 四种关系:

关系	符号	概率论的定义	集合论的含义
包含关系	$A\subset B$	事件 A 发生必然导致 B 发生	A 是 B 的子集
相等	$A=B$	$A\subset B$ 且 $B\subset A$	A 与 B 相等
对立关系	$\bar{A}$	A 事件不发生	A 的补集
互不相容(或互斥)	$AB=\phi$	事件 A 与 B 不能同时发生	A 与 B 没有公共元素

② 事件的运算服从下列规律：

交换律 $A+B=B+A, AB=BA$；

结合律 $(A+B)+C=A+(B+C), (AB)C=A(BC)$；

分配律 $A+BC=(A+B)(A+C), A(B+C)=AB+AC$；

吸收律 $A+AB=A, A(A+B)=A$；

补元律 $A+\bar{A}=\Omega, A\bar{A}=\Phi$；

De-Morgan 律 对有限个或可列无限个事件 A_i 恒有

$$\boxed{\overline{\sum_i A_i}=\prod_i \bar{A}_i} \longleftrightarrow \boxed{\overline{\bigcup_i A_i}=\bigcap_i \bar{A}_i,}, \boxed{\overline{\bigcap_i A_i}=\bigcup_i \bar{A}_i} \longleftrightarrow \boxed{\overline{\prod_i A_i}=\sum_i \bar{A}_i}$$

2. 事件频率、概率的统计定义、古典型概率的计算.

(1) 概率的定义：古典概率，统计概率，公理化定义.

(2) 古典概率计算的要点是：给定基本事件的总数，然后再计算事件 A 包含的基本事件数. 这就归结为计数问题. 计数的基本工具主要有两个基本原理（加法原理与乘法原理）和排列组合方法.

排列：
$$P_n^m=n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)$$

$$n!=n(n-1)(n-2)\cdots 2\cdot 1$$

组合：
$$C_n^m=\frac{P_n^m}{m!}$$

(3) 古典概型概率解题时应注意的若干事项.

① 所求中有“至少”的问题，通常用“对立事件”解答较简便；

② “任取 k 件”与“无放回地逐件抽取 k 件”，虽然考虑问题的角度不同，但二者所计算出的概率都是相同的；

③ “任取 k 件”与“有放回地逐件抽取 k 件”，所得概率一般是不同的.

3. 条件概率、概率的加法公式、乘法公式、全概率公式及贝叶斯公式.

在求解较为复杂的条件概率问题时，还需要灵活运用三个重要的公式：

(1) 如果所求概率是任意 n 个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 的交事件的概率，且 $P(A_1A_2\cdots A_{n-1})>0$，则可应用乘法公式

$$P(A_1A_2\cdots A_{n-1}A_n)=P(A_1)P(A_2\mid A_1)P(A_3\mid A_1A_2)\cdots P(A_n\mid A_1A_2\cdots A_{n-1})$$

求解.

(2) 如果某一结果（事件 A）是由多种“原因”事件 $B_i(I=1,2,\cdots,n)$ 所引起的，且作为“原因”的这些事件彼此间互不相容，其和事件恰为必然事件，则结果 A 发生的概率可由全概率公式

$$P(A)=\sum_{i=1}^{n}P(B_i)P(A\mid B_i)$$

求解，其中 $P(B_i)>0$.

(3) 如果某一事件 A 的发生是由多种"原因"$B_i(i=1,2,\cdots,n)$所引起的，且已知事件 A 已发生，当需要了解 A 的发生是由某 B_k 所引起的概率有多大时，可按贝叶斯公式

$$P(B_i \mid A)=\frac{P(B_i)P(A \mid B_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(B_i)P(A \mid B_i)}$$

计算，其中 $P(B_i)>0, P(A)>0$.

4. 事件的独立性

独立性是概率论中应用极为广泛的重要概念，事件的独立性有助于简化概率计算.

(1) 计算相互独立事件的积的概率，可简化为

$$P(A_1A_2\cdots A_n)=P(A_1)P(A_2)\cdots P(A_n)$$

(2) 计算相互独立事件的和的概率，可简化为

$$P(A_1+A_2+\cdots+A_n)=1-P(\bar{A}_1)P(\bar{A}_2)\cdots P(\bar{A}_n)$$

三、习题一解答

1. 设 A,B,C 为三事件，用 A,B,C 的运算关系表示下列事件：

(1) A 发生，B 与 C 不发生；

(2) A 与 B 都发生，而 C 不发生；

(3) A,B,C 都发生；

(4) A,B,C 中至少有一个发生；

(5) A,B,C 都不发生；

(6) A,B,C 中不多于一个发生；

(7) A,B,C 中不多于两个发生；

(8) A,B,C 中至少有两个发生.

解　(1) $A\bar{B}\bar{C}$；(2) $AB\bar{C}$；(3) ABC；(4) $A\bar{B}\bar{C}+\bar{A}B\bar{C}+\bar{A}\bar{B}C+AB\bar{C}+\bar{A}BC+A\bar{B}C+ABC=A+B+C$；(5) $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$；(6) $A\bar{B}\bar{C}+\bar{A}B\bar{C}+\bar{A}\bar{B}C+\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ 或 $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}$；(7) $A\bar{B}\bar{C}+\bar{A}B\bar{C}+\bar{A}\bar{B}C+AB\bar{C}+\bar{A}BC+A\bar{B}C+\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ 或 $\overline{ABC}$；(8) $AB+BC+AC$.

2. 对三人做舌诊，设 $A=\{$三人正常$\}$，$B=\{$至少一人不正常$\}$，$C=\{$只有一人正常$\}$，$D=\{$只有一人不正常$\}$，指出这四个事件中的互斥事件、对立事件；$A+D$，BD 各表示什么意思.

解　A 与 B，A 与 C，A 与 D，C 与 D 是互斥事件，因为　$A+B=\Omega, AB=\phi$，所以 A 与 B 是对立事件.

$$A+D=\{至少有二人正常\}=\{至多一人不正常\}$$

$$BD=D=\{只有一人不正常\}=\{恰有二人正常\}$$

3. 袋里有 3 个白球,4 个红球和 2 个黑球,从中任意取出 3 个球,求:

(1) 三个都是红球的概率;

(2) 一个白球,一个红球,一个黑球的概率.

解 (1) 设 $A=\{三个都是红球\}$,样本总点数为 C_9^3,

$$P(A)=\frac{C_4^3}{C_9^3}=\frac{1}{21}$$

(2) 设 $B=\{一个白球,一个红球,一个黑球\}$,

$$P(B)=\frac{C_3^1\times C_4^1\times C_2^1}{C_9^3}=\frac{2}{7}$$

4. 40 个药丸中 3 丸已失效,现任取 5 丸,求其中有 2 丸失效的概率.

解 $A=\{任取 5 丸,其中有 2 丸失效\}$

$$P(A)=\frac{C_{37}^3\times C_3^2}{C_{40}^5}=0.0354$$

5. 一批针剂共 100 支,其中有 10 支次品,求:

(1) 这批针剂的次品率;

(2) 从中任取 5 支,全部是次品的概率;

(3) 从中任取 5 支,恰有 2 支次品的概率.

解 (1) $A=\{次品\}$,

$$P(A)=\frac{10}{100}=0.1$$

(2) $B=\{任取 5 支,全部次品\}$

$$P(B)=\frac{C_{10}^5}{C_{100}^5}=0.000003347$$

(3) $C=\{任取两支,恰有两支次品\}$

$$P(C)=\frac{C_{90}^3\times C_{10}^2}{C_{100}^5}=0.07$$

6. 某地居民血型分布为:$P(\text{O 型})=50\%$,$P(\text{A 型})=14.5\%$,$P(\text{B 型})=31.2\%$,$P(\text{AB 型})=4.3\%$,若有一个 A 型血型病人需要输血,问当地居民任一人可为他输血的概率是多少?

解 $\Omega=P(\text{O 型})+P(\text{A 型})+P(\text{B 型})+P(\text{AB 型})$

设 $A=\{当地居民为一个 A 型血型病人输血\}$,则

$$P(\text{A})=P(\text{O 型})+P(\text{A 型})=0.5+0.145=0.645$$

7. 药房有包装相同的六味地黄丸 100 盒,其中 5 盒为去年产品,95 盒为今年产品.现随机发出 4 盒,求:

(1) 1 盒或 2 盒陈药的概率;

(2) 有陈药的概率.

解　样本总数为 C_{100}^4.

(1) 设 $A=\{$有一盒或两盒陈药$\}$,

$$P(A)=\frac{C_{95}^3\times C_5^1+C_{95}^2\times C_5^2}{C_{100}^4}=0.1879$$

(2) 设 $B=\{$有陈药$\}$,$\bar{B}=\{$无陈药$\}$,则

$$P(\bar{B})=\frac{C_{95}^4}{C_{100}^4}$$

$$P(B)=1-P(\bar{B})=1-\frac{C_{95}^4}{C_{100}^4}=0.1881$$

8. 箱里装有 5 个袋子,其中:有 2 个红袋,每袋内装 4 只白球,2 只黑球;有 1 个黄袋,袋内装 7 只黑球;有 2 个蓝袋,每袋内装 6 只白球,2 只黑球.

(1) 从箱里任抽一袋,求抽中红袋的概率,黄袋的概率,蓝袋的概率;

(2) 分别从一个红袋,黄袋和蓝袋里任抽一球,求抽中白球的概率各是多少?

解　设 $A_1=\{$红袋$\}$,$A_2=\{$黄袋$\}$,$A_3=\{$蓝袋$\}$,$B_1=\{$白球$\}$,$B_2=\{$黑球$\}$.

(1)　$P(A_1)=\frac{2}{5}=0.4, P(A_2)=\frac{1}{5}=0.2, P(A_3)=\frac{2}{5}=0.4$

(2) $P(B_1/A_1)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}, P(B_1/A_2)=0, P(B_1/A_3)=\frac{6}{8}=0.75$

9. 某厂生产的产品中,36%为一等品,54%为二等品,10%为三等品,任取一件产品,已知它不是二等品,求它是一等品的概率 .

解　设 $A_1=\{$一等品$\}$,$A_2=\{$二等品$\}$,$A_3=\{$三等品$\}$,

$$P(A_1)=0.36,\ P(A_2)=0.54,\ P(A_3)=0.1$$

$B=\{$任取一件产品是一等品$\}$,由题意知

$$P(B)=\frac{P(A_1)}{P(A_1)+P(A_2)}=0.4$$

10. 经调查,在 50 个聋耳人中有 4 人色盲,在 950 个非聋耳人中有 76 人色盲,试说明聋耳与色盲无关.

解　设 $A=\{$色盲$\}$,$B=\{$聋耳$\}$,则

$$P(A)=\frac{80}{1000}=0.08, P(A/B)=\frac{4}{50}=0.08$$

可见 $P(A)=P(A/B)$,A 与 B 相互独立,即聋哑与色盲无关.

11. 假如某人群中患结核病的概率为 0.003,患沙眼的概率为 0.04,现从该人群中任意抽查一人,求下列事件的概率:

(1) 此人患结核病且患沙眼病;

(2) 此人既无结核病又无沙眼病；

(3) 此人至少有这两种病的一种；

(4) 此人只有其中一种病.

解 设 A={患结核病}，B={患沙眼}，由题意知：A 与 B 是相互独立事件

$$P(A)=0.03, P(B)=0.04$$

(1) $$P(AB)=P(A)P(B)=0.0012$$

(2) $P(\overline{A+B})=1-P(A+B)=1+P(AB)-P(A)-P(B)=0.9571$

(3) $$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$$
$$=0.003+0.04-0.00012=0.0429$$

(4) $$P(\bar{A}B+A\bar{B})=P(\bar{A})P(B)+P(A)P(\bar{B})=0.0428$$

12. 设 A={甲市有雨}，B={乙市有雨}，由以往的气象记录知 $P(A)=0.3$，$P(B)=0.4$，且 $P(AB)=0.28$.

(1) 说明两市下雨有牵连(非独立)；

(2) 求 $P(A/B)$，$P(B/A)$，$P(A+B)$.

(注意：A，B 不互斥也不独立.)

解 (1) 因为

$$P(AB)=0.28, P(A)P(B)=0.12$$

所以

$$P(AB)\neq P(A)P(B)$$

(2) $$P(A/B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{0.28}{0.4}=0.7$$

$$P(B/A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{0.28}{0.3}=0.933$$

(3) $$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)=0.42$$

13. 设某产品进行验收检查，发现次品率为 0.02.

(1) 今独立地检验 100 件产品，问至少发现一件产品为次品的概率是多少？

(2) 如保证至少发现一件次品的概率为 0.9，问应检验多少件产品？

解 (1) 令 A_1={第 i 件是次品}，那么 $\bar{A}_i$={第 i 件是合格品}($i=1,2,\cdots,100$).

$$P(A_i)=0.02, P(\bar{A}_i)=1-P(A_i)=0.98$$

因为 100 个事件 $\bar{A}_i,\cdots,\bar{A}_{100}$ 独立，所以发现无次品的概率为 P{发现无次品}$=P(\bar{A}_1)P(\overline{A_2})\cdots P(\overline{A_{100}})=0.98^{100}=0.13$

P{至少发现一件产品为次品}$=1-P${发现无次品}$=0.8674$

(2) P{至少发现一件产品为次品}$=0.9$，则 P{发现无次品}$=0.1$ 即

$$0.98^n=0.1, n=\frac{\ln 0.1}{\ln 0.98}\approx 114$$

14. 三家工厂生产同一种产品，每家厂商分别占总产量的 25%，35%，40%，又

知每厂的次品率分别为 5%,4%,2%,求:从这种产品中取一件,取到次品的概率.

解 设 $B=\{$取除次品$\}$,$A_i=\{$取除的产品是属于第 i 家工厂生产的$\}(i=1,2,3)$.

$$P(A_1)=0.25, P(A_2)=0.35, P(A_3)=0.4$$

$$P(B/A_1)=5\%, P(B/A_2)=4\%, P(B/A_3)=2\%$$

$$\begin{aligned} P(B) &= \sum_{i=1}^{3} P(A_i)P(B/A_i) \\ &= 0.25\times 0.05+0.35\times 0.04+0.4\times 0.02 \\ &= 0.0345 \end{aligned}$$

15. 仓库里有 10 箱规格相同的产品,已知其中有 5 箱、3 箱、2 箱依次是甲厂、乙厂、丙厂生产的,且甲厂、乙厂、丙厂的产品次品率分别为 1/10,1/15,1/20,从这 10 箱中取 1 箱,再从中任取 1 件产品,求取得正品的概率 .

解 $B=\{$次品$\}$,$A_1=\{$取的箱子是甲厂的$\}$,$A_2=\{$取的箱子是乙厂的$\}$,$A_3=\{$取的箱子是丙厂的$\}$,

$$P(A_1)=0.5, P(A_2)=0.3, P(A_3)=0.2$$

$$P(B/A_1)=\frac{1}{10}, P(B/A_2)=\frac{1}{15}, P(B/A_3)=\frac{1}{20}$$

$$P(B)=\sum_{i=1}^{3} P(A_i)P(B/A_i)=0.5\times\frac{1}{10}+0.3\times\frac{1}{15}+0.2\times\frac{1}{20}=0.08$$

$$P(\overline{B})=1-P(B)=0.92$$

即其概率为 0.92.

16. 把甲乙两种外观一样、数量相等的药片混在一起,若甲种药片的次品率为 0.05,乙种药片的次品率为 0.0025,现从中抽出 1 片发现是次品,求该药片来自甲、乙种的概率.

解 $A_1=\{$甲种药片$\}$,$A_2=\{$乙种药$\}$,$B=\{$次品$\}$,则

$$P(A_1)=P(A_2)=0.5$$

$$P(B/A_1)=0.05, P(B/A_2)=0.0025$$

$$\begin{aligned} P(B) &= \sum_{i=1}^{2} P(A_i)P(B/A_i) \\ &= 0.5\times 0.05+0.5\times 0.0025=0.02625 \end{aligned}$$

所以

$$P(A_1/B)=\frac{P(A_1)P(B/A_1)}{P(B)}=0.9524$$

$$P(A_2/B)=\frac{P(A_2)P(B/A_2)}{P(B)}=0.04761$$

17. 已知一批产品中 96% 是合格品. 检查时,一个合格品误认为不合格的概率

是 0.02,一个不合格品误认为合格的概率是 0.05,求在检查合格的产品中确是合格品的概率.

解 设 $A=\{合格\}$,$B=\{被判合格\}$,则

$$P(A)=0.96, P(\overline{A})=0.04, P(\overline{B}/A)=0.02$$

$$P(B/A)=1-P(\overline{B}_1/A)=0.98$$

$$P(A/B)=0.05$$

由 Bayes 公式,被合格的产品确定有合格产品的概率为

$$P(A/B)=\frac{P(A)\cdot P(B/A)}{P(A)\cdot P(B/A)+P(\overline{A})\cdot P(B/\overline{A})}$$

$$=\frac{0.96\times 0.98}{0.96\times 0.98+0.04\times 0.05}=0.9979$$

18. 用 X 线透视诊断肺结核,设 $A=\{实有肺结核\}$,$B=\{被判有肺结核\}$.若某市成人中 $P(A)=0.001$,这种检查阳性的正确率 $P(B/A)=0.95$,阴性的正确率 $P(\overline{B}/\overline{A})=0.998$.

(1) 求该市一人经透视被判有肺结核的概率;

(2) 若一个经透视被判有肺结核,求他实际患有肺结核的概率.

解 设 $A=$(实有肺结核),$B=$(被判有肺结核),由题意

$$P(A)=0.001, P(B/A)=0.95, P(\overline{A})=0.999$$

$$P(\overline{B}/\overline{A})=0.998,\ P(B/\overline{A})=0.002$$

A 与 $\overline{A}$ 构成互斥完备群

(1) $$P(B)=P(A)\cdot P(B/A)+P(\overline{A})\cdot P(B/\overline{A})=0.002948$$

(2) $$P(A/B)=\frac{P(A)\cdot P(B/A)}{P(A)\cdot P(B/A)+P(\overline{A})\cdot P(B/\overline{A})}$$

$$=\frac{0.001\times 0.95}{0.001\times 0.95+0.999\times 0.002}$$

$$=0.3223$$

四、补充习题及解答

1. 盒子中盛有 12 个乒乓球,其中 9 个是新球,3 个是旧球.练球时第一次从盒子中任取 3 个来用(新球用一次后就成为旧球),用后仍放回盒子中,第二次再从盒子中任取 3 个球,试求第二次取出的球都是新球的概率.

解 设 $B=$"第二次取出的球都是新球"$A_i=\{$第一次取出的球中有 i 个新球$\}$,$i=0,1,2,3$.则 A_0,A_1,A_2,A_3 是一个完备事件组,且

$$P(A_0)=\frac{C_3^3}{C_{12}^3}=\frac{1}{220},\qquad P(A_2)=\frac{C_9^2C_3^1}{C_{12}^3}=\frac{108}{220}$$

$$P(A_1) = \frac{C_9^1C_3^2}{C_{12}^3} = \frac{27}{220}, \qquad P(A_3) = \frac{C_9C_3^0}{C_{12}^3} = \frac{84}{220}$$

$$P(B \mid A_0) = C_9^3/C_{12}^3 = \frac{84}{220}$$

$$P(B \mid A_1) = C_8^3/C_{12}^3 = \frac{56}{220}$$

$$P(B \mid A_2) = C_7^3/C_{12}^3 = \frac{35}{220}$$

$$P(B \mid A_3) = C_6^3/C_{12}^3 = \frac{20}{220}$$

由全概率公式可得

$$\begin{aligned}P(B) &= P(A_0)P(B \mid A_0) + P(A_1)P(B \mid A_1) + P(A_2)P(B \mid A_2) + P(A_3)P(B \mid A_3)\\ &= \frac{1}{220}\cdot\frac{84}{220} + \frac{27}{220}\cdot\frac{56}{220} + \frac{108}{220}\cdot\frac{35}{220} + \frac{84}{220}\cdot\frac{20}{220} = \frac{441}{3025}\\ &= 0.1458\end{aligned}$$

2. 某产品设计长度为20cm,规定误差不超过0.5cm为合格产品.今对一批产品尽心测量,长度如下表所示:

长度(cm)	19.5 以下	19.5~20.5	20.5 以上
件数	5	68	7

计算这批产品的合格率.

解　根据设计要求知,长度在19.5cm以下和20.5cm以上均为不合格品,这批产品的合格率为

$$P = \frac{68}{5+68+7} = 0.85$$

3. 掷三枚硬币,求3枚都是正面的概率.

解　掷一枚硬币,记出正面为H,反面为T,则掷三枚硬币的实验的样本空间为$\Omega = \{HHH, THT, HTT, TTH, HHT, HTH, THH, TTT\}$,出现三个正面的事件记为$A$,则$A = \{HHH\}$,于是

$$P(A) = \frac{1}{8} = 0.125$$

4. 10把钥匙中有3把能打开门,今任取两把,求能打开门的概率.

解法一　随机试验是从10把钥匙里任取两把,从样本空间Ω的样本点总数为

$$n = C_{10}^2 = 45$$

要想把门打开,取出的两把钥匙至少有一把从能把门的开的三把钥匙中获得,从而能把门打开这一事件所包含的样本点数为$m = C_3^2 + C_7^1C_3^1 = 24$.

故所求概率为

$$P=\frac{m}{n}=\frac{24}{45}=\frac{8}{15}\approx 0.53$$

解法二 随机试验是从 10 把钥匙中任取两把,从而样本空间 Ω 的样本点总数为

$$n=C_{10}^{2}=45$$

记事件 A 为"能把门打开",则 $\overline{A}$ 为"不能把门打开",从 7 把不能把门打开的钥匙中任取 2 把,共有 $C_7^2=21$ 种取法,即事件 $\overline{A}$ 共包含 21 个样本点,从而

$$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{21}{45}=\frac{24}{45}\approx 0.53$$

5. 一部 4 卷的文集随便放在书架上,问恰好各卷自左向右或自右向左的卷号为 1,2,3,4 的概率是多少?

解 一部 4 卷的文集随便放在书架上共有 $4\times 3\times 2\times 1=24$ 种放法,而文集恰好各卷自左向右或自右向左的卷号为 1,2,3,4 共有两种放法. 从而所求概率为

$$P=\frac{2}{24}=\frac{1}{12}\approx 0.083$$

6. 100 个产品中有三个次品,任取 5 个,求其中次品数分别为 0,1,2,3 的概率.

解 随机试验是从 100 个产品中任取 5 个,样本空间所包含的样本点总数为

$$n=C_{100}^{5}$$

记事件 A_i 为"取出的 5 个产品中含有 i 个次品",$i=0,1,2,3$. 若取出的五个产品中没有次品,则取出的 5 个产品都必须从 97 个合格品种获得,从而事件 A_0 所包含的样本点总数为 $m_0=C_{97}^5$,故

$$P(A_0)=\frac{m_0}{n}=\frac{C_{97}^{5}}{C_{100}^{5}}\approx 0.856$$

同理,若取出的 5 个产品中含有 i 个次品,则 i 个次品必须从 3 个次品种获得,$5-i$ 个合格品必须从 97 个合格品种获得,从而事件 A_i 所包含的样本点数为 $m_i=C_3^iC_{97}^{5-i}$,$i=1,2,3$ 故

$$P(A_1)=\frac{C_3^1C_{97}^4}{C_{100}^5}\approx 0.138$$

$$P(A_2)=\frac{C_3^2C_{97}^3}{C_{100}^5}\approx 0.006$$

$$P(A_3)=\frac{C_3^3C_{97}^{24}}{C_{100}^5}\approx 0.00006$$