气压計高程測量

П. А. 盖達耶夫 著

中国人民解放軍总参謀部測繪局 譯

測繪出版社

气压計高程测量

П. А. Гайдаев
БАРОМЕТРИЧЕСКОЕ
НИВЕЛИРОВАНИЕ
Москва—1956

本書系根据苏联技术科学副博士П. А. 盖达耶夫副教授
高程測量”一書譯出，原書为苏联古比雪夫工程学院測量
程測量方面的主要参考書。

全書共分三章，包括气压測高公式及其用表、气压測
压計高程測量的方法，叙述了气压計高程測量的理論和应
是一本比較完善的教学参考書。値得特别注意的是：气压
的一般理論，在本書的气压測高基础法中得到了进一步的

在一般的气象条件下，若按本書的建議进行气压計高
誤差可在2—3公尺以內，能保証等高距为20公尺的測图
地区的1:50 000測图和人烟稠密地区的1:100 000測图）
必需的精度。此外，气压計高程測量还可用来确定重力
点和进行地理調查等。

气压計高程測量

著　者　П. А. 盖　达　耶
譯　者　中国人民解放軍总参謀部測
出版者　測　繪　出　版
北京宣武門外永光寺西街3
北京市書刊出版業營業許可證出字第081
发行者　新　华　書
印刷者　地質出版社印刷
北京安定門外六鋪炕40号

印数（京）1—2700册　1959年4月北京第
开本31×43″1/32　1959年4月第1次
字数70 000　印张 3 1/8
定价（10）0.42元　統一書号：15039

目　录

原　　序

本教学参考書是为古比雪夫工程学院的学員們編写的。書中叙述了气压計高程測量法的理論和应用。

在絕对測高法和微差測高法中，着重叙述了前一种方法，因为它在軍事測繪勤务中具有特殊的用途。

絕对測高法和微差測高法的全部公式，都是根据气压計高程測量的一般理論推导出来的，本書中，这一理論在布洛兴气压測高基础法方面又获得了进一步的发展。

本書建議用布洛兴水銀气压計測定气压，这一方法已为古比雪夫工程学院的天文大地教研室所采用，因为它能保証对野外測量結果进行必要的檢查。

最后，謹对Б.С.庫茲明和А.А.科普捷夫表示热誠的謝意，感謝他們对本書的初稿提供了許多宝貴的意見。

緒 論

1. 概 說

气压計高程測量，就是用測定待測点及高程控制点上的气压的方法来确定待測点的高程。其中須利用待測点的高差与各待測点上气压之間的关系，而要确定这一关系，就应該有一种計算空气密度的方法。

任何一点上的气压，在数値上与点上單位水平截面面积的垂直气柱的重量几乎完全相等❶。气柱的重量由于气流的关系而不断变更，因而要确定点的絕对高程与点上气压之間的直接关系，实际上是不可能的。所以在气压計高程測量中，通常只是确定点与点之間的高差，而要求得絕对高程，就必須有一些高程控制点❷。

气压計高程測量的基本任务，就是根据在地面上同时測得的气压値来确定这些点的高差。

同其他測定高程的方法相比較，气压計高程測量的主要优点是几乎在所有的地面点上都可以进行气压观測，因为在进行气压观測时，它不象其他方法那样要求地面点之間必須互相通視。

气压計高程測量的缺点是：和其他測定高程的方法比較起来，它的精度不高，并且对于高程的确定也缺乏足够的檢査。

❶ 与这个压力値相差的小数，是由于气流的动力影响而产生的。

❷ 个別情况下，即当其中有一点位于海水面上时，高差就是另一点的絕对高程。

采用气压計高程測量的条件有二：第一、对測定高程的精度要求不高；第二、采用其他較精确而可靠的方法有困难。

經驗証明，即使在有利的气象条件下，气压計高程測量只能保証高差測定的中誤差約为2—3公尺。所以，气压計高程測量只能用来作等高距在20公尺以上的測图控制。以后的叙述都考虑到上述情况。

2. 簡　史

气压計高程測量的理論和应用的发展，与对大气及其特性研究的成就有密切关系。十七世紀中叶以前，人們認为空气是沒有重量的；1643年，托里拆利用自己发明的水銀气压計第一次証明了空气有重量。曾經探知，在海水面上，以气压計管横截面面积为底的垂直气柱的压力，相当于760公厘高的水銀柱压力或10.3公尺高的水柱压力。

数学家和物理学家巴斯葛知道了托里拆利的这一发現以后，便假設：随着高度的增加，气压計中水銀柱的高度应該逐漸降低。1648年，这一假設經实驗得到証实，从而发現了一种新的測高法——气压計高程測量。不久，用实驗的方法得知：在海水面附近，气压計的位置每約升高10公尺，水銀柱的高度便降低一公厘。但是，由于大气的密度随高度、湿度、气温和一系列其他因素的不同而变化，所以用測定气压的方法来求得点的高差，要有理論根据。

許多偉大的学者，其中能知其名的有拉伯拉斯、白塞尔等，他們把气压計高程測量当作一个物理数学問題来研究。对气压計高程測量問題作了深入研究的是俄国学者M.B.别夫卓夫（1843—1902年）。他將自己的巨大研究結果付諸了

应用；他在1896年編写了一本連續气压計高程測量法測高細则。气压計高程測量用表也是M.B．别夫卓夫編算的，这种用表至今亦未失去它的作用。M.B．别夫卓夫在自己的著作中吸取了俄国气象台1836年至1886年間的巨大工作經驗。

在这里不能不想起偉大的俄国学者Д.И．門德雷耶夫（1834-1907年），他对气压計高程測量也有过偉大的貢献。Д.И.門德雷耶夫发明了微差气压計，这种气压計适用于精确测定相距不远的兩点的小高差。Д.И.門德雷耶夫的原理已被廣泛地应用于气压計的構造中。

苏联在开拓人烟稀少地区和边远地区时，非常廣泛地和多方面地应用了气压計高程測量。在苏联，在野外观测和計算方面研究出了許多有效的新方法，同时也制造出許多新仪器，例如布洛兴气压計，舒列金气压測高仪等。

目前，气压計高程測量的用途是：建立攝影測量的高程控制，确定重力点的高程，选点和进行地理調查等等。

3. 大气及其特性

地球的周圍是空气层，即由下列有机混合气体組成的大气层：氮(78%)、氧(21%)、氬（1%)、二氧化碳(0.03%)、氢（0.01%）和水蒸汽等。

地面大气与星际空間之間沒有明显的界限。理論上的計算証明，随地球自轉的空气微粒，可能高达30 000—40 000公里。实际上发現的大气象征仅高达1000公里。

由于空气微粒被地球所吸引的关系，上层空气压向下层空气，所以下层大气的密度比上层大气的密度大。空气的密度随高度的增加而迅速減小。在100公里高的地方，空气的密度要比地表面附近的空气密度小好几十万倍。最高的实驗

真空的密度相当于高約 170 公里处的空气密度。厚約 6 公里的地面层所含的大气为整个大气的二分之一。如果能够把地面大气压縮得使空气的密度到处一致，幷与海水面上的密度相等，那么这种大气层的厚度不过 8 公里左右。

地面大气受着許多因素的影响，其中最主要的因素是重力和太阳的輻射。太阳輻射主要是通过使地面增热而影响地面层（气压計高程測量就在此层內进行），而地面反轉过来又使下层大气增热，因此，地面气层的溫度随着高度的降低而上升。高达 9 —10公里的空气，其溫度变化可以用垂直溫度梯度来表示，这一梯度平均每100公尺等于0°.65。

在苏联科学院1954年出版的文摘杂誌“天文和大地”第 4 期中，刊載了丹麦学者Л.汉先关于大气中气压及气溫分布情况的下列数据，这些数据是用放射火箭的方法而求得的。

气层	对流层			平流层			电离层			外层	
高度（公里）	0	5	10	20	50	100	200	300	400	500	1000
气溫（C°）	+15°	−20	−50	−55	+85	+30	+400	+800	+1200	+1600	+2200
气压（公厘水銀柱高）	760	410	190	40	0.76	0.003	1×10^{-5}	5×10^{-7}	1×10^{-7}	4×10^{-8}	2×10^{-9}

如果考虑到空气的密度与压力成正比，而与溫度的二項式$(1+\alpha t)$成反比，这样便可以判断出空气的密度。

除了地球的引力和太阳的輻射以外，影响地面大气的还有：地球的旋轉，水的蒸发，磁性的影响，宇宙射綫以及一些其他因素。

在上述因素的影响下，大气在經常地运动着。大气团由

兩极向赤道和由赤道向兩极移动；除了大空間內的大气团移动以外，还有較小气团的局部移动，空气在地面层中的上升和下降（对流）以及地面附近的渦动（乱动）。

由此可見，大气中气团运动的总的情况是极其复杂的：大气不断地发生变化，并且在不同的点上其变化各不相同。必須着重指出，大气中的气流改变着大气中密度的分布狀况，从而影响到气压。

第一章 气压测高公式及其用表

在大气中所产生的气流的影响下，大气的均衡性經常遭到破坏，因此，等压面（即气压相等的表面）通常与水准面不一致，也就是說，等压面发生傾斜。

注意到等压面的傾斜，便可用下述方法解决气压計高程測量問題，即首先求通过各高程点的等压面的高差，然后用某种方法計算等压面的傾角。

本章將推导等压面高差的計算公式，推导这些公式时，假定各等压面是平行的，并把它們的傾角看成非常小。

在推导基本公式(以后要根据它来推求其他公式 即所謂气压測高完全公式时，所要考虑到的仅仅是等压面間的气柱的重量。关于对气压的动力影响的估計問題，緩一緩再說。

解决所提出的这一問題的实質，在于估計上述气柱中空气密度的分布狀况。知道了根据測得的气压差而確定的气柱重量和气柱中空气密度的分布狀况以后，便可求出这一气柱的未知高程。

4. 气压測高完全公式

在等压面 p_1 和 p_2 之間取一垂直气柱，使其水平截面 S 的面积为一定，并使这一截面的面积相当小。

在上述气柱中取一段高为 dH 而且限制在兩水平面之間的小气柱（图1）。

高度每改变 dH，气柱中压力的改变量

$$dp=\frac{mg}{S}, \qquad (1)$$

式中：dp——压力变化；

mg——微小气柱的重量（m是質量；g是重力加速度）。

現以空气密度δ表示質量m，即

$$m=\delta V,$$

式中：$V=SdH$，即微小气柱的体积。

因气压随高度的增加而逐渐减小，故写成

$$dp=-\frac{\delta SdHg}{S}=-\delta g dH. \qquad (2)$$

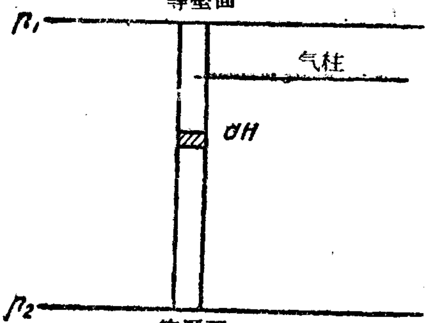

图 1

公式（2）等号右面的重力加速度之値g，可以假定是一常数，等于各待測高程点的平均値。根据馬略特定律，空气的密度与压力成正比，而根据蓋呂薩克定律，空气的密度与溫度的二項式$(1+at)$成反比；其中$a=\frac{1}{273}$。考慮到上述情况，可写出下式：

$$dp=-\frac{cPg}{(1+at)}\cdot dH, \qquad (3)$$

式中：c是比例系数。

严格地說，气溫t是高程的函数，并且在气压計高程測量的实际作业中，这一函数的形式几乎始終是不知道的。但是，如果注意到以下几点，便可使这一問題簡單化。

（1）如果注意使500公尺以上的高差不用气压計高程测量法来测定，則各待测高程点間的温度变化不会太大，平均在每100公尺的高程当中温度的变化为$-0^\circ.65$。

（2）根据实驗資料得知，温度的变化絕大多数都与高度的变化成正比。

拉伯拉斯考虑到上述情况，假定（3）式中的变量t等于常数。

$$t_{平均}=\frac{t_1+t_2}{2},$$

式中：t_1和t_2是在两个待測高程点上測得的温度值。

迄今还沒有更完滿的假定来代替拉伯拉斯的这一假定，所以現在仍旧用它来推求气压测高公式。

考虑到上述情况，將（3）式的两边同除以p，得

$$\frac{dp}{p}=-\frac{cg}{(1+a\,t_{平均})}\cdot dH, \qquad (4)$$

式中：等式右边的分数是一常数。积分（4）式

$$\int_{p_1}^{p_2}\frac{dp}{p}=-\frac{cg}{(1+a\,t_{平均})}\int_{H_1}^{H_2}\cdot dH,$$

式中：p_1和H_1是低测站上的气压和高程；

p_2和H_2是高测站上的气压和高程。

积分后，得

$$\ln p_2-\ln p_1=-\frac{cg}{(1+a\,t_{平均})}(H_2-H_1).$$

換算成常用对数，并对(H_2-H_1)解上列方程，得

$$H_2-H_1=\frac{(1+\alpha t_{平均})}{cg\mu}\lg\frac{p_1}{p_2}, \qquad (5)$$

式中：μ 是常用对数的模。

現在我們来求（5）式等号右边的 c 值和 g 值，同时注意將以公尺为單位的高差 (H_2-H_1) 表示出来。重力加速度 g 是地理緯度和絕对高程的函数，即

$$g=g_0(1-\beta\cos 2\varphi)\frac{R^2}{(R+H)^2},$$

式中：g_0——是在緯度 $\varphi=45°$ 的海水面上的重力加速度；

β——0.00265；

R——地球半徑；

H——点的絕对高程。

將上列等式右边的分数加以改变

$$\frac{R^2}{(R+H)^2}=\frac{R^2}{R^2+2HR+H^2}=\frac{1}{1+\frac{2H}{R}+\left(\frac{H}{R}\right)^2}.$$

略去微小量 $\left(\frac{H}{R}\right)^2$，高程 H 以公里表示，R 取平均数，于是

$$\frac{R^2}{(R+H)^2}=\frac{1}{1+\frac{2H_{公里}}{6370}}.$$

φ 和 H 取各待測高程点的平均值，最后得 g 的式子如下：

$$g=g_0\frac{1-\beta\cos 2\varphi_{平均}}{1+\frac{2H^{公里}_{平均}}{6370}}, \qquad (6)$$

式中的 $\varphi_{平均}$ 和$H_{平均}^{公里}$只要知道其近似值就够了（$\varphi_{平均}$ 近似到1°，$H_{平均}^{公里}$近似到0.5公里）。

現在我們来求比例系数c. 在緯度$\varphi=45°$的海水面上，当气温$t=0°$、气压＝760公厘水銀柱高时的干燥空气的密度，已經用实驗的方法求出。用δ_0表示这一密度，则可以写出等式

$$\delta_0=c\cdot 0.76\Delta_0 g_0\text{❶}, \qquad (6')$$

式中Δ_0表示与确定空气密度δ_0时同一条件下的水銀密度。

由等式（6′）得

$$c=\frac{\delta_0}{0.76\,\Delta_0 g_0}. \qquad (7)$$

現在將(6)式和(7)式的g值和c值代入(5)式，并以$\frac{B_1}{B_2}$代$\frac{p_1}{p_2}$（B是以公厘水銀柱高表示的气压），于是得

$$H_2-H_1=\frac{0.76\Delta_0 g_0(1+\alpha\ t_{平均})\cdot\left(1+\frac{2H_{平均}^{公里}}{6370}\right)}{\mu g_0\delta_0\cdot(1-\beta\cos 2\varphi_{平均})}\lg\frac{B_1}{B_2}.$$

令：

$$\frac{0.76\Delta_0}{\mu\,\delta_0}=K,$$

---

❶ 等式（6′）按下列方式求得：

$$\delta_0=cp_0=c\frac{mg_0}{S}=c\,\frac{V\Delta_0 g_0}{S}=c\,\frac{0.76\,S\Delta_0 g_0}{S}=c\cdot 0.76\Delta_0 g_0$$

式中的S表示某一气柱横截面的面积，这一气柱的压力与同一截面面积的水銀柱的压力均衡。

$$\frac{1}{(1-\beta\cos 2\varphi_{平均})}(1-\beta\cos 2\varphi_{平均})^{-1}\approx(1+\beta\cos 2\varphi_{平均})$$

(因为系数β甚小，故只取至二項式展开式的一次项)，得

$$H_2-H_1=K(1+a\,t_{平均})\cdot\left(1+\frac{2H_{平均}^{公里}}{6370}\right)\cdot$$

$$\cdot(1+\beta\cos 2\varphi_{平均})\lg\frac{B_1}{B_2}\cdot \qquad (8)$$

（8）式沒有計及空气的湿度。現在我們来估計空气湿度的影响。令：

δ_c表示压力为p_c时的干燥空气的密度；

e 表示水蒸汽的压力（水汽脹力），$\delta_{\text{П}}$表示在此压力下的水蒸汽的密度；

p 表示空气和水蒸汽混合气体的压力，D 表示在此压力下的混合气体的密度；

δ表示压力为p时的干燥空气的密度。

那么，根据道尔頓定律：

$$p=p_c+e; \qquad (9)$$

$$D=\delta_c+\delta_{\text{П}}; \qquad (10)$$

$$\frac{D}{\delta_c}=1+\frac{\delta_{\text{П}}}{\delta_c}\cdot \qquad (10')$$

用实驗的方法得知：在同一压力和温度下，水蒸汽密度与空气密度之比

$$\frac{\delta_{\text{П}}^{B}}{\delta_c^{B}}=d=0.623. \qquad (11)$$

根据馬略特定律，气体的密度与气体的压力成正比（当温度为一定时），故可写成下列兩等式：

$$\frac{\delta_c}{\delta}=\frac{p_c}{p} \tag{12}$$

和

$$\frac{\delta_{\text{II}}}{\delta_c}=d\frac{e}{p_c}. \tag{12'}$$

現在等式（10′）可以用以下形式表示：

$$\frac{D}{\delta_c}=1+d\frac{e}{p_c}. \tag{13}$$

（12）、（13）兩式相乘，得

$$\frac{D}{\delta}=\frac{p_c}{p}\left(1+d\frac{e}{p_c}\right).$$

現在我們注意（9）式，得

$$\frac{D}{\delta}=\frac{p-e+de}{p}=1-(1-d)\frac{e}{p}$$

或

$$D=\left[1-(1-d)\frac{e}{p}\right]\delta. \tag{14}$$

由(14)式可以得出結論：如果干燥空气的密度 δ、水蒸汽的压力 e 和混合气体的压力 p 都为已知，那么就可以求出混合气体的密度 D。

將 d 值代入(14)式，于是得

$$D=\left(1-0.377\frac{e}{p}\right)\delta. \tag{15}$$

然后將

$$D_0=\left(1-0.377\frac{e}{p}\right)\delta_0$$

代入（8）式以代替 δ_0，幷合