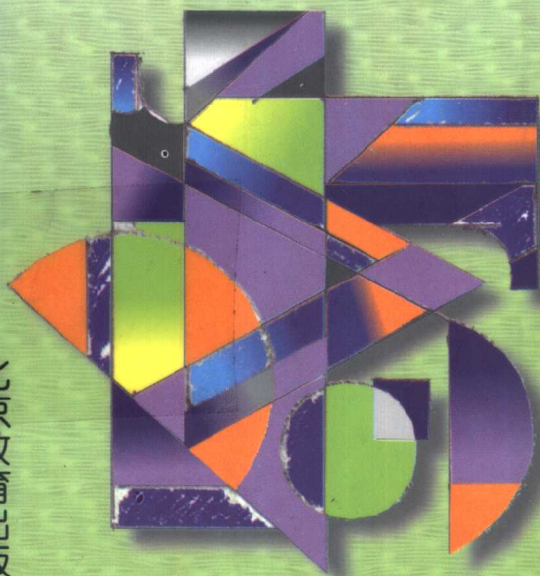


北京教育丛书

Beijing jiaoyu
congshu

张思明

中学数学建模教学的实践与探索



北京教育出版社

北京教育丛书

中学数学建模教学的 实践与探索

张思明 著

北京教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

中学数学建模教学的实践与探索 / 张思明著. -北京:北京教育出版社, 1998.7

(北京教育丛书)

ISBN 7-5303-1508-0

I. 中… II. 张… III. 数学课—中学—教学法 IV. G633.
602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (98) 第 11599 号

中学数学建模教学的实践与探索
ZHONGXUE SHUXUE JIANMO JIAOXUE DE
SHIJIAN YU TANSUO
张思明 著

*

北京教育出版社出版
(北京北三环中路 6 号)

邮政编码: 100011

北京出版社总发行
新华书店经销

北京科技印刷厂印刷

*

850 × 1168 毫米 32 开本 5.875 印张 140 000 字

1998 年 9 月第 1 版 1998 年 9 月第 1 次印刷

印数 1—5000

ISBN 7-5303-1508-0 / G · 1485

定价: 8.70 元

北京教育叢書

雷洁琼題



《北京教育丛书》编辑委员会

顾问 徐惟诚 汪家镠 李 晨 韩作黎

主 编 李志坚

副主编 姚幼钧(第一副主编) 陶春辉 蓝天柱

史文炳 倪益琛 仇 琨 徐安德(常务副主编)

编 委 (以姓氏笔画为序)

马忠兰	于美云	王 有	王广和	王永新
王光裕	王家骏	王碧霖	仇 琨	方道霖
白 耀	史文炳	史根东	卞钟玮	司锡龄
安永兴	安邦勋	卞 江	又士俊	刘永增
刘秀莹	刘尚永	汪丕权	孙学增	毕晓生
吴同瑞	李 斌	李志坚	李观政	肖 沅
佟志衷	沈友实	杨玉民	杨志彬	余世光
冻孝彬	陈镜孔	金德全	林 慈	范小韵
罗玉圃	张广茂	张国忠	张觉民	张振芳
张鸿顺	线长安	邹甫昌	赵 俭	赵志洁
赵 毅	姚幼钧	胡红星	钮辰生	高玉琛
徐安德	郭汝康	倪传荣	倪益琛	耿 申
章家祥	陶春辉	侯维城	崔万顺	阎立钦
曹福海	梁慧霞	董哲潜	傅 庚	温寒江
赖登铎	蓝天柱	端木慧		

序

徐惟诚

教育事业的重要,已经日益被愈来愈多的人认识了。

中国要振兴,归根到底要靠我们中国人自己努力奋斗,要靠我们的全体劳动者创造出数十倍于今日的劳动生产率。这是一个全体国民素质提高的过程。人们自然要寄希望于教育。

要搞好教育,需要做许多事情,其中最根本的还是要靠人,靠教师。尤其是担负着国民基础教育任务的中小学教师。

教师的重担,关系着祖国未来的命运,也关系着每一个教育对象未来的命运。他们所教的学生在未来的社会条件下,究竟怎样做人,怎样立身处世,能不能用自己的双手为社会做出贡献,从而也创造自己的幸福生活,在相当大的程度上取决于在青少年时代所受到的教育。

我们知道,人,是世上已知物质发展的最高形态。关于人的意识、观念、智力的形成和发展的规律,我们离知道得很清楚还有很大的距离。社会主义的教育科学需要有一个大发展,这是毫无疑问的。

在教书育人第一线工作的广大中小学教师,对社会主义教育科学的发展应当有特殊的贡献。他们当中的许多人把一辈子的心血都用来为祖国培育后代,造就人才,积累了丰富的经验。这些经验理当成为整个教育战线的共同财富。可是由于种种原

因，这件总结和传播经验的工作过去做得还很不够。为此，中共北京市委和北京市人民政府决定，拨出专款，指定专人组成编委会，编辑出版一套《北京教育丛书》。这个决定受到广大中小幼教师的欢迎和支持。在短短一年多时间内，已经报来几百部书稿。又有一批热心而有经验的同志担任编审工作，看来任务是可以完成的。

我们相信，《北京教育丛书》的编辑出版，对于鼓励广大教师钻研业务，积累经验，对于传播和交流这些经验，对于推动教育科学研究，对于提高普通教育的水平，都是有积极作用的。同时，这套丛书的出版，也将有助于人们认识教师所做的艰苦的、创造性的劳动。

改革和建设的大潮在祖国大地上汹涌澎湃，每天都有许多新问题提到我们面前来，也把许多新问题提到我们的教育工作者面前。这是一个需要有许多新创造的时代。教育战线上的同志们为祖国的振兴所建立的功绩，是不会被人们忘记的。

前 言

2000 年已被联合国命名为“数学年”，用一门学科来命名一个年代，在历史上还是第一次，它反映了世界对数学和数学教育的空前重视。随着计算机技术的高速发展，极大地扩张了数学研究和应用的领域。数学与其它学科的联系更加密切，数学方法或数学技术高速渗入各行各业，发生在身边的大量实例会使我们强烈地意识到数学的无处不在：

计算机里凝聚着大量以数学技术为基础的信息压缩、信息处理技术。

洗衣机、电饭煲中使用了模糊数学作为控制技术。

在海湾战争中数学起了关键性的作用。

医院中的 CT 诊断、侦破中的指纹判别用到大量的数字识别技术。

灾害天气预报、地震预报、石油和地下资源勘探都用到大量数学计算技术。

不少次“诺贝尔经济奖”的获奖理由是因为获奖者的数学工作。……

原美国数学的现状和未来委员会主席 E. E. David 说得好：“高科技本质上是数学技术”。过去数学常被看成是“思维的体操”，是一种“科学的语言”，是服务于其它学科的基础，仅仅是进一步学习的需要。数学对于社会的作用是间接的，是“配角”，只有通过物理、化学、生物等其它科学技术才有可能展现出它的价值。现在对这个问题的认识，已从观念上发生了根本的变化。我

国著名数学家、科学院院士、北京大学数学科学学院院长姜伯驹教授指出：“数学已经从幕后走到了台前，直接为社会创造价值，在某些方面已经从配角变成了主角。”“在许多事情上，在有竞争的地方，数学往往是最后取胜的法宝。”“在今后的技术社会、信息社会里，数学将成为众多工作岗位的先决条件，就业机会的敲门砖，数学能力将制约一个人的发展潜力。”数学将越来越成为人们生活的需要，数学素质将是人们文化素质的最重要的构件之一。

数学的发展，数学应用的广泛深入，特别是计算器、计算机迅速发展普及，对数学的学习和数学教育必然产生极大的影响。我国的数学教育有着重视基础和重视学科能力培养的优良传统，但近些年出现了忽视培养学生应用意识和应用能力的倾向，数学的“头”（知识的缘起）和“尾”（知识的应用）被弱化，很狭小的“中段”却被过分地加工“煎烤”着。一部分学生在校几乎用最多的时间去学习数学，但却感觉不到它有什么用，对数学产生厌学、恐学的情绪。如果在我们的课堂内外能增加一些有生活背景的实际问题，并通过这些实际问题让学生领悟数学工作者是怎样发现、提出、抽象、简化、解决、处理问题的整个思维过程——即“数学建模”的思想，让学生在学数学中做数学，在做数学中学用数学，将有助于激发学习兴趣。在解决实际问题过程中的合作学习与交流、计算工具的使用、结果的鉴别优化和表述……这一切不仅对学生而且对教师，都提供了施展才能，激发创造的舞台和空间。有助于提高学生广泛的能力和素质，也将给数学的教与学注入了新的活力。

数学建模(Mathematical Modelling)是由对实际问题进行抽象、简化，建立数学模型，求解数学模型，解释验证等步骤组成（必要时循环执行）的过程。可以说有数学应用的地方就有数学建模，作为数学实现其技术化的主要手段，数学建模的作用越来越

越突出,也越来越受到人们的重视。现在在大学的理工科较普遍地开设了数学建模的课程。1996年全国有24个省(市、自治区),337所院校的1683个队,5000多名大学生和一些中学生参加了全国大学生数学建模竞赛。在上海、北京,中学生的数学应用和建模竞赛也已举行多届。但是结合中学数学课堂教学的数学建模活动应怎样开展还在探索之中。本书试图表现的,正是这种探索中的思考和实践。希望通过书中介绍的实例和作法,引起广大中学数学教师对数学应用与数学建模走进课堂的关注、讨论和兴趣。

本书共分五章。其中重点是二、三、四章,主要介绍了在中学开展数学建模活动的三种主要形式、内容和一些可供参考的活动设计。还有三个表现学生参加数学建模活动体会和成果的附录。为了增加实用性、可模仿性和可操作性,本书提供了不少可直接用于课堂的实例、素材和课案分析。重点是想说明:在中学搞数学建模可以做什么,怎么去做。选择的例子希望能接近现行的教材和现行的教学内容,分析力求对教师学生有启发,同时也尽可能为读者留下再创造的空间。希望我的努力能对有兴趣的读者有所帮助。

作为教师,我体会,学好数学的有效途径之一是踏踏实实地做数学;教好数学的有效途径是真真切切地把自己放在学生的角度去想去做。数学建模的教与学也是如此,首先要自己动手做,同时要体会和领悟学生思考的困难和妙趣。特别是教师,善于向自己的学生学习(通过使你发窘的提问、意想不到的出错、令你自愧不如的灵感……)是提高自己的有效途径。

在我从事数学建模学习和实践的几年里,曾得到首都师范大学的杨守廉教授、王尚志教授、北京理工大学叶其孝教授、北京师范大学的赵桢教授、刘来福教授,北京教育学院王长沛教授的帮助指导。学校数学组、区进修学校、《北京教育丛书》编委会

的老师们给了我许多支持和鼓励。是他们给了我提笔把这些幼稚的想法和作法写出来的勇气。我也常为和我一起进行数学建模实践的学生们的智慧和创造所感动。书中还特别展现了我的1994届、1997届学生们的不少成果。在此一并向他们表示我衷心的感谢。

希望本书的出版能为中学数学改革园地献上一朵小花,为更多愿意在中学数学建模领域里耕耘的教师们、学生们展现一丝新绿。同时,由于作者的水平所限,错误之处在所难免,真诚希望得到广大读者的指正。

张思明

于北京大学附属中学

1998年2月

目 录

第一章 数学建模的内容和意义	(1)
1.1 “问题解决”与数学建模.....	(1)
1.2 数学建模与数学知识的应用.....	(7)
1.3 数学建模与素质教育.....	(12)
1.4 国内外中学数学建模的现状简介.....	(17)
第二章 怎样在中学开展数学建模活动	(21)
2.1 关于数学建模教与学活动设计的原则与思考	(21)
2.2 应用和建模同正常数学教学的结合与“切入”	(24)
2.3 课外的数学应用与数学建模活动设计.....	(34)
2.4 数学建模课程的教学设计.....	(45)
2.5 挖掘数学应用和数学建模活动的教育功能.....	(47)
第三章 中学数学建模教学的三个实例	(55)
3.1 “磁带问题”教与学的过程和评述.....	(55)
3.2 “怎样测量自然堆积物的体积和重量”的教学 过程和评述.....	(67)
3.3 “打包问题”的教学过程和评述.....	(71)
第四章 怎样选择、构作适合中学水平的数学应用和建模 素材	(83)
4.1 好的问题是关键.....	(83)
4.2 自己动手寻求、构作应用和建模问题	(85)

4.3	结合初中教材的一组应用素材	(95)
4.4	结合高中教材的一组应用素材	(102)
4.5	怎样储蓄获得的利息多	(108)
4.6	电梯问题	(112)
4.7	下料问题与线性规划初步	(117)
4.8	灌溉问题	(122)
4.9	分工、配套和效率比模型	(128)
4.10	追击问题	(136)
4.11	分油问题	(141)
第五章	关于中学数学应用和建模教与学的思考	(146)
5.1	中学数学教师怎样适应数学建模教学的要求	(146)
5.2	怎样在数学建模的过程中用好计算机工具	(152)
5.3	发展学生解决实际问题能力的建议	(159)
5.4	有待进一步讨论的问题	(161)
附录:		
	变速车的变速、“骗”速与改进(北大附中 蔡翔)	(163)
	中学生也可以建模(北大附中 章薇)	(166)
	洗衣机节水的优化模型(北大附中 章薇、翁景然、童宇飞)	(167)
	参考文献	(175)

第一章 数学建模的内容和意义

1.1 “问题解决”与数学建模

当今的中学数学教育中,问题解决(Problem Solving)已成为一个热点。在国际上,日本已把提高问题解决的能力纳入了1994年实施的《中小学课程改善的方案》。日本当前数学教育研究的两个中心问题,其中一个就是问题解决。在美国的中学课程标准中,问题解决已作为“一切数学活动的组成部分,应当成为数学课程的核心”并把问题解决当做一种教学模式和教学的指导思想。美国全国教师协会(NCTM)1980年4月公布的文件(An Agenda for Action)中明确指出:把“问题解决”作为“学校数学的核心”,“应当在各年级都介绍数学的应用,把学生引到问题解决中去”,“数学课程应当围绕问题解决来组织”。被认为是英国80年代的数学教学的纲领性文件《Cockcroft 报告》中着重指出在各种水平的数学教学中都应有进行以下的六种教学活动的机会:教师讲授、教师与学生及学生之间的讨论、适当的实践活动、基本技能与常规的巩固与学习、问题解决,包括应用数学于日常情景、探究工作。在近几届的国际数学教育大会中,“问题解决、模型化和应用”被列入了几个主要的研究问题之一。其课题报告中明确指出:“问题解决、模型化和应用必须成为从中学到大学所有的数学课程的一部分。”在我国,国家教委基础教育课程教材研究中心在1993年组织过专题讲习班,并出版了用于

问题解决的“问题集”。近年来，一批有关问题解决的文章相继出现在数学教学的专业期刊上。

以上这一切，来源于数学教育工作者们对数学教育走向二十一世纪时，将面临的发展和变化的如下认识：

(1)数学文化素养越来越成为每一个公民，以至于整个民族文化素养的重要内容和标志。因此数学教育要面向大众，面向每一个学生。

(2)数学教学将从传统的“传授知识”的模式更多地转变到“以激励学习为特征的，以学生为中心”的实践模式。

(3)数学教学将更着重于培养、发展学生的广泛的数学能力。它不仅包括理解运用数学概念和方法；组织正确的逻辑推理；进行准确有效的计算和估算，还应包括会检索阅读相应的数学书刊文献；会利用表、图、计算机去组织、解释、选择、分析和处理信息；能从模糊的实际课题中形成相应的数学问题；会选择有效的解决问题的方法、工具和策略；会用数学的符号和语言进行正确的表达和交流。

问题解决作为一个学数学、用数学的过程，恰好是实现上述目标的有效途径之一。

做为问题解决的核心——问题，有着各种各样的分类方法，但大体上可以分成两类：(Ⅰ)为了学习和探索数学知识，复习巩固所学内容而主要由教师构作的数学问题，如教科书、复习参考书中的练习题和复习题等。(Ⅱ)出现于非数学领域，但需要数学工具来解决的问题，如来自日常生活、经济、工程、理、化、生、医等学科中的应用数学问题。(Ⅰ)类中的问题，往往是已完成数学抽象和加工的“成品”问题。(Ⅱ)类中的问题则往往还是“原坯”形的问题，怎样将它抽象、转化成一个相应的数学问题，这本身还是一个问题。当然两类问题是可能有“交集”的，它们彼此的边界也是模糊的。如可列方程(组)求解的文字应用题的一部分就

在这个“交集”中。

数学建模可以看成是问题解决的一部分,它的作用对象更侧重于(Ⅱ)类中的问题。作为问题解决的一种模式,它更突出地表现了对原始问题的分析、假设、抽象的数学加工过程;数学工具、方法、模型的选择和使用过程;模型的求解、验证、再分析、修改假设、再求解的迭代过程。它更完整地表现了学数学和用数学的关系。

一种常常有的认识是把数学模型理解成物理意义下的模型,如飞机和轮船的模型。确实,我们常常可以通过模型来了解“母本”的信息和性质。用模型来研究“母本”是一种非常重要的技术方法。而数学模型往往不是一个实体模型,它是用来近似表达事物或其现象特征的一种数学结构,是用一组数学规则和定理来描述、刻画事物和现象的理论模型。设计数学模型的过程称为数学建模。

按广义理解,一切数学概念、数学理论体系、数学公式、方程式和算法系统都可称为数学模型。人们因计数产生了算术,而算术正是计算盈亏,分享猎物等实际问题的数学模型;实数为度量的数学模型;几何则是物体外形和宇宙空间的数学模型等等。

按狭义理解,只有那些反映特定问题的数学结构才称为数学模型。例如,二元一次方程是鸡兔同笼问题的数学模型,一次函数是匀速直线运动的数学模型。在应用数学中所谓数学模型一般是指狭义的理解。

18 世纪的数学大师欧拉曾解决的“哥尼斯堡七桥问题”,就是一个数学建模的极好的范例。我们把这一个问题 and 欧拉的建模过程简述如下:

在东普鲁士的小城镇哥尼斯堡,有一条小河从市中心穿过,河中有小岛 A 和 D ,河上有连接这两个岛和河的两岸 B 、 C 的桥。如图 1-1-1 所示。问一个人能否将每座桥既无重复也无遗漏

的通过一次？

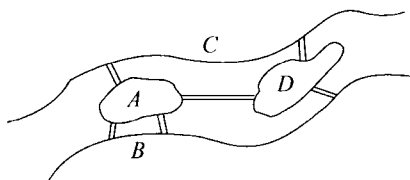


图 1-1-1

为了解决这个问题，欧拉并没有自己去哥尼斯堡，而是把问题作了数学化的处理。他把两岸和小岛都抽象成点，把桥化为边，两个点之间有边相连接，当且仅当这两点所代表的地区有桥相连接。于是这个问题的解就相当于图 1-1-2 能否一笔画成。1736 年，欧拉在文章《哥尼斯堡的七桥问题》中，用他找到的一笔画的数学模型，以否定的方式漂亮地解决了这个问题。他在文章中写到，如果从某一点出发，到某一点终止，全图可

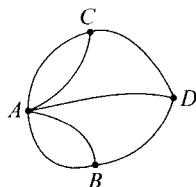


图 1-1-2

以一笔画出，那么中间每经过的一点，总有画进画出的各一条线，所以除了起点和终点外，图形中的每一个点都应该和偶数条线相连。但从图 1-1-2 中可以看到，每一个点都与奇数条线相连，所以这个图形不可能一笔画出，也就不可能一次既无重复也无遗漏地通过每一座桥。

从这个问题的解决的过程里，我们可以体会到，欧拉为解决七桥问题所建立的数学模型——“一笔画的图形判别模型”，不仅可以清楚直观地抓住问题的实质，而且很容易推广应用于解决其它多桥问题或者最短路径问题。事实上，欧拉的这篇文章为