

◎根据教育部最新《考试说明》学科标准编写

◎全国重点中学特高级教师审定

2005

北大

新 考 案

高考总复习

主 编 杨 靖

数 学



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

2005 北大

新 考 案 高 考 总 复 习

主 编 杨 靖

数 学



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目 (CIP) 数据

2005 高考总复习. 数学/杨靖主编. —北京: 北京大学出版社, 2004. 6
(北大新考案)

ISBN 7-301-07242-2

I. 2… II. 杨… III. 数学课—高中—升学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 030487 号

书 名: 2005 高考总复习·数学

著作责任者: 杨 靖 主编

责任编辑: 徐杨杨

标准书号: ISBN 7-301-07242-2/G·1118

出版发行: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区中关村北京大学校内 100871

网 址: <http://www.pkubook.com.cn>

<http://cbs.pku.edu.cn>

邮购电话: (010) 65661010 800-810-2198

发 行 部: (010) 65662147 62750672

编 辑 部: (010) 65661010-8969

电子信箱: editor@pkubook.com.cn

印 刷 厂: 北京市朝阳区印刷厂

经 销 者: 全国新华书店

开本尺寸: 889mm×1194mm 16 开本

印 张: 16.625 印张

字 数: 198 千字

2004 年 6 月第 1 版 2004 年 6 月第 1 次印刷

定 价: 22.00 元

未经许可, 不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有, 翻版必究

盗版举报电话: (010) 65679334 62752017

前 言

读书是易事,思索却是难事,但两者缺一便全无用处。为帮助广大考生掌握科学的复习方法,提高复习效率,北大燕园会同全国重点中学的特高级教师,为备考 2005 年高考的广大考生编写了本套丛书,供考生在备考复习时使用。

本书严格按照最新《考试说明》的要求,以近几年高考试题为导向,以专题形式组织编写,充分体现了全程备考的思想。

为方便考生使用,我们在编写时做了精心的安排和设计:

高考试题评析:从考点突破、题型分析、考点评说、备考指南四个方面对近几年高考试题进行深刻评析,总结出命题的规律和趋势,并结合大量典型的例题解析,拓宽解题思路,优化解题技巧和方法,力求使考生真正做到融会贯通、举一反三。

专题讲解:科学地将各学科内容划分为若干专题,逐一讲析。同时紧紧抓住各科的知识和能力要点,力求突出重点、解决难点,帮助考生梳理和掌握各学科的知识网络。在专题编排上,力求反映学科体系,紧扣《教学大纲》和《考试说明》;在知识归纳上,做到立足专题,放眼整体,注重知识的系统化;在选材上,注重问题的典型性、新颖性、科学性和实用性,最大限度地切入高考考题。

各专题均包括如下板块:

【考点突破】对本专题所涵盖的历年高考反复涉及的“要点”、“重点”、“热点”进行科学的梳理和提炼,讲析力求精练、清晰,视角独到。

【历年考题剖析】对近年来与本专题内容相关的高考试题进行分析、归纳和总结,帮助考生了解高考命题的特点和规律,优化解题的技巧和方法,帮助考生提前进入高考实战状态,学习应考策略,轻松应考。

【高考命题预测】通过研究教育部考试中心最新《考试说明》,分析最近几年高考命题的规律和特点,结合来自考试中心的高考信息,对 2005 年高考命题趋势进行权威预测,使考生明确和把握复习的重点与方向,避免走弯路和回头路。

【强化训练】以大量的新材料、新情景和与社会生产、生活实际紧密结合的新话题及社会热点问题为聚合点,通过各科知识的综合运用,提高考生的学科知识运用能力。强化训练题全部是编者集体智慧的结晶,这些智慧来源有四:一是编者长期教学实践的归纳总结;二是各地教研会、经验交流会的一流成果;三是全国各大名报名刊的优秀作品;四是专家对高考命题不断深入研究的结下的硕果。而这些正是高考命题题目的主要来源!

【参考答案】特强化训练的答案直接给出,以供同学们参考。

总之,本书既注重基础知识的强化和升华,又注重综合能力的培养与提高;既有知识的系统性、条理性,又强调重点、难点的把握和突破;既有基本方法的总结强化,又有综合解题技巧的训练提高。考生在高考复习时使用本书,必定会在有限时间内获得最佳的复习效果。

虽然在编写过程中,处处推敲、点点把关,精益求精,但疏漏之处在所难免,恳请广大读者和专家不吝指正。

编 者

目 录

高考试题评析	(1)
考点突破	(1)
题型分析	(2)
考点评说	(5)
备考指南	(13)
专题一 集合与简易逻辑	(26)
考点突破	(26)
历年考题剖析	(27)
高考命题预测	(29)
强化训练	(31)
参考答案	(34)
专题二 函数的定义域、值域、解析式及反函数	(36)
考点突破	(36)
历年考题剖析	(37)
高考命题预测	(38)
强化训练	(41)
参考答案	(43)
专题三 函数的性质、图象及图象变换	(46)
考点突破	(46)
历年考题剖析	(47)
高考命题预测	(49)
强化训练	(52)
参考答案	(57)
专题四 二次函数与指数函数、对数函数	(60)
考点突破	(60)
历年考题剖析	(62)
高考命题预测	(63)
强化训练	(66)
参考答案	(68)
专题五 函数的综合应用	(70)
考点突破	(70)
历年考题剖析	(70)
高考命题预测	(72)
强化训练	(75)
参考答案	(79)
专题六 等差数列与等比数列	(82)
考点突破	(82)
历年考题剖析	(83)
高考命题预测	(87)
强化训练	(90)



参考答案	(93)
专题七 数列的综合应用	(95)
考点突破	(95)
历年考题剖析	(95)
高考命题预测	(97)
强化训练	(99)
参考答案	(101)
专题八 三角函数	(104)
考点突破	(104)
历年考题剖析	(104)
高考命题预测	(107)
强化训练	(108)
参考答案	(110)
专题九 三角函数的图象和性质	(112)
考点突破	(112)
历年考题剖析	(113)
高考命题预测	(116)
强化训练	(118)
参考答案	(122)
专题十 平面向量	(125)
考点突破	(125)
历年考题剖析	(127)
高考命题预测	(129)
强化训练	(130)
参考答案	(133)
专题十一 不等式的性质证明及解法	(136)
考点突破	(136)
历年考题剖析	(136)
高考命题预测	(137)
强化训练	(139)
参考答案	(141)
专题十二 不等式的综合应用	(143)
考点突破	(143)
历年考题剖析	(143)
高考命题预测	(145)
强化训练	(146)
参考答案	(148)
专题十三 直线和圆的方程	(150)
考点突破	(150)
历年考题剖析	(151)
高考命题预测	(153)
强化训练	(156)
参考答案	(159)
专题十四 圆锥曲线	(161)
考点突破	(161)
历年考题剖析	(162)
高考命题预测	(164)
强化训练	(168)

参考答案	(171)
专题十五 圆锥曲线的综合问题	(175)
考点突破	(175)
历年考题剖析	(176)
高考命题预测	(180)
强化训练	(185)
参考答案	(189)
专题十六 平行与垂直	(199)
考点突破	(199)
历年考题剖析	(199)
高考命题预测	(201)
强化训练	(203)
参考答案	(206)
专题十七 角和距离	(208)
考点突破	(208)
历年考题剖析	(209)
高考命题预测	(212)
强化训练	(215)
参考答案	(220)
专题十八 简单几何体	(225)
考点突破	(225)
历年考题剖析	(225)
高考命题预测	(227)
强化训练	(230)
参考答案	(232)
专题十九 立体几何的创新题型	(234)
考点突破	(234)
历年考题剖析	(234)
高考命题预测	(237)
强化训练	(239)
参考答案	(242)
专题二十 排列组合、二项式定理、概率与统计	(243)
考点突破	(243)
历年考题剖析	(244)
高考命题预测	(246)
强化训练	(250)
参考答案	(254)

高考试题评析

考点突破

2003年高考透视

2003年高考数学试题整体保持了2002年的结构特点,但稳中有变,题目的形式更趋于新颖、科学、合理和生动.从知识分布来看,代数、立体几何和平面解析几何所占分数的百分比与它们在教学中所占课时的百分比大致相同,代数共95分,约占63%;立体几何26分,约占17%;平面解析几何29分,约占20%.

试题呈现出以下特点

一、突出对基础知识和主干知识的重点考查

大多数问题的入口都比较宽,起点较高,选择题和填空题都从中学教学的基础知识、重点内容、基本方法出发设计命题;解答题在考查数学基础知识的同时,注重对学科的内在联系和知识综合的重点考查,并达到了必要的深度,构成数学试题的主体,让不同层次的同学都能展示自身的综合素质和综合能力.

从内容来看,突出对主干知识的重点考查.代数部分重点考查函数(第3、6、19题加三角函数共47分)、不等式(第3、14、19、20题共33分)、数列(第7、17、22题共33分)、三角函数(第1、4、10、20题共27分)等内容;立体几何重点考查直线与直线、直线与平面、平面与平面的关系(第6、12、16、18题共26分);解析几何重点考查直线和圆锥曲线,特别是它们的位置关系(第5、8、21题共24分).同时,试题还注意从学科的整体角度出发,注重各部分知识的综合性、相互联系及在各自发展过程中各部分知识间的纵向联系,在知识网络交汇点设计试题.

二、对数学思想方法的考查更加深入

数学不仅仅是一门工具学科,更重要的是一种思维模式.高考数学试题一直注重对思想方法的考查,数学思想和方法是数学知识在更高层次上的抽象和概括,它蕴涵在数学知识发生、发展和应用的过程中.因此,在高考试题中对数学思想和方法的考查与数学知识的考查结合进行,从学科整体意义和思想含义上立意,注重通性通法,淡化特殊技巧,有效地检测考生对中学数学知识中所蕴涵的数学思想和方法的掌握程度.试题中涉及的基本数学思想方法主要有:

等价转化思想方法,数学建模思想作为中学数学中的一种基本化归思想,在试卷中随处可见.

函数与方程思想方法,如理科第(3)、(7)、(19)、(21)题,文科第(1)、(6)、(7)、(20)题等.

数形结合思想方法,如理科选择题第3题(文科第6题),填空题第14题.另外,如理科第(5)、(6)、(8)、(10)、

(12)、(18)、(20)、(21)题,文科第(5)、(9)、(10)、(11)、(12)、(15)、(17)、(20)、(21)、(22)题,都要用到数形结合或数形结合思想方法.

分类讨论思想方法:如理科第(3)、(19)、(21)题,文科第(6)、(22)题等.

牵涉到的思想方法还有归纳法(理科22题)、整体思想方法(理科7题)、类比法(文科15题)等.

三、注重试题的创新体现了课改的基本理念

负责高考数学命题的人士已明确指出,新课程改到哪里,高考就跟到哪里.当前,新的数学课程改革正朝着“人人学有价值的数学;人人都能获得必需的数学;不同的人在数学上得到不同发展”的方向推进.今年高考数学试题明显地反映了新课改的理念,既重视考查基础知识,又注重体现课程改革的基本理念,考生普遍的问题也正好出在数学与新课改理念的差距上.

近年数学高考试题一直比较注重在继承的同时不断进行创新,每年都会出现一批让人耳目一新的题目,这种题型有较大的自由度和思维空间,体现自主学习和主动探究精神,体现了研究性学习的特点,对培养学生的创新精神和实践能力有重要的意义.如文科第(15)题,让学生从熟悉的平面几何里的勾股定理拓展到空间,研究三棱锥的侧面面积与底面面积之间的关系.本题有一定的开放性,但只告诉了一个背景,又作为一道填空题,给了学生充分发散的空间来探究其关系.理科第(19)题是一个关于函数和分类讨论题,这个题目出得非常好,题目没有超出考试说明和教学大纲,题目形式较新,试题较为灵活,但考生平时对这种题都做得少,大部分同学能求出函数 $y=e^x$ 在 \mathbf{R} 上单调递减则 $0 < c < 1$,但要进一步分析不等式 $x+|x-2c| > 1$ 的解集为 \mathbf{R} 时 c 的取值范围并进行讨论就较为困难了,解这样的题脑筋要转一个弯,而不是平铺直叙地思考.又如理科第(22)题,从结构上采用了去年文科的做法,给了4分的附加分,题目的形式比较新颖,给出数列的前几项,根据已知条件写出第四行、第五行的数并探索它的一般规律,主要考查数列、排列组合等知识及分析问题解决问题的能力.

四、注重综合性、应用性、探索性、开放性等能力型题目的考查

2003年数学考题体现了以能力立意,在考查学生数学基础知识、数学思想和方法的基础上,以逻辑思维能力为核心,考查了学生的学习能力、运算能力、空间想像能力、应用能力、探究能力、分析和解决问题的能力及创新能力,同时加强对思维品质的考查.学生要将知识活学活用,才能解答.如理科的立体几何题,在一道题中同时考查了线面垂直、面面垂直、射影定理、线面所成的角、点到平面的距离、

重心、用等积法求直角三角形的高等知识点。理科第 22 题和文科第 15 题，都要求学生有一定的探究能力。

每年的高考试题都会推出应用性问题且必有一道大题，包括相关学科、生产、生活中的数学问题，它以强烈的时代信息感，浓郁的应用气氛及创新、实践、探究意识，受到了人们的普遍关注和重视。其实问题往往并不复杂，关键是阅读、理解对问题进行陈述的材料，把握好问题所涉及的数学知识和方法的深度和广度，考查的是对信息的接受、交换和处理能力，特别是数学语言的抽象、理解、变形、推断，它要求学生理论联系实际，能综合应用所学数学知识、思想和方法，通过一定的逻辑分析和推理对问题作出符合实际的解释，实际上是考查学生数学建模的能力。

五、运算能力有所提高

数学试题与去年相比明显增加了计算量（特别在几道立体几何题中体现非常明显），对运算能力的考查主要是以含字母的式的运算为主，同时要兼顾对算法和逻辑推理的考查，在选择题和填空题中都有一些运算量很大的题目，如计算正四面体外接球的表面积、质点射到长方形边上后反射问题等。在几个大题中，有几个题的运算量也相当大，如理科的立体几何题，在一道题中同时考查了 8 个知识点，其中牵涉到的计算不言而喻。第 21 题是解析几何题，这一题表面上是直线方程，实际最后要转化为圆锥曲线，而且计算量也特别大，又牵涉到分类讨论，所以考生得分也不容易。不等式、方程、三角的相关计算要求也比较高，导致一些运算能力不高的同学影响了做题速度，给他们造成题目非常难的印象。其实，每年的考试说明中都强调了对运算能力的考查（将它列在能力考查的第二位），而许多的信息却一再宣传淡化运算，所以今年数学题目加强对运算能力的考查也是意料中的事。同时，这也有可能是考试中心为以后将计算器进入考场而进行的过渡性尝试。

题型分析

高考数学试题题型可分为三类：选择题、填空题、解答题。所占比例分别为 40%，11%，49%，北京、上海试题的分数分布与全国卷不同。

选择题是四选一的单选题，选择题主要是在较大的知识范围内考查学生对基础知识、基本技能和基本思想方法掌握；考查学生对概念、原理、性质、法则、定理及公式的理解和掌握程度，并在一定程度上考查学生的逻辑推理能力、运算能力、空间想像能力及综合运用数学知识解决问题的能力。

填空题有四道，与选择题同属客观试题，所以考查目标基本上同于选择题。

解答题以考查学生综合创新能力为主，着重考查学生严格的逻辑推理和抽象思维能力、知识的联系能力、数学思想方法的综合运用能力。

一、选择题类型的分类

2003 年全国高考试卷中的选择题共 12 道，分值 60 分，

占总分比例 40%，北京高考试卷中数学选择题 10 道，总分 50 分，占总分比例 33%，上海高考试卷中选择题 4 道，共 16 分，占总分比例 11%。

在 12 道选择题中函数、不等式 2~3 道，三角 2~3 道，立体几何 2~3 道，解析几何 2~3 道，集合、数列、复数、排列组合等内容 1 道，其中包括信息迁移、阅读理解与应用题 1~2 道。

(一) 题型分类

1. 概念与性质型选择题

例 1 已知 θ 是三角形的一个内角，且 $\sin\theta + \cos\theta = \frac{1}{4}$ ，

则方程 $x^2 \sin\theta - y^2 \cos\theta = 1$ 表示 ()

- A. 焦点在 x 轴上的椭圆
- B. 焦点在 y 轴上的椭圆
- C. 焦点在 x 轴上的双曲线
- D. 焦点在 y 轴上的双曲线

【解析】由 $\sin\theta + \cos\theta = \frac{1}{4}$ 得 $\sin\theta \cdot \cos\theta = -\frac{15}{32}$ ， $\therefore 90^\circ < \theta < 180^\circ$ ， $\therefore \sin\theta > 0$ ， $\cos\theta < 0$ 。

\therefore 由椭圆定义，选择 B。

【答案】B

例 2 在等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 + a_2 + \dots + a_{50} = 200$ ， $a_{51} + a_{52} + \dots + a_{100} = 2700$ ，则 a_1 等于 ()

- A. -1221
- B. -21.5
- C. -20.5
- D. -20

【解析】作为考查数列知识的选择题大多以考查等差、等比数列性质、通项、前 n 项和以及通项与前 n 项和公式之间的关系，题型稳定，但解法多样，方法灵活，但方法选择不当则会伴有较大的运算量。如本题利用通项公式以及解方程的方法求出 a_1 与公差 d ，则计算量较大，但利用公式 $a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1}$ 较简单，选择 C。

【答案】C

例 3 P 为 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 上一动点， F 为右焦点，设点

$A(\frac{4}{3}, 2)$ ，则 $3|PA| + 5|PF|$ 的最小值为 ()

- A. 7
- B. 14
- C. 28
- D. 21

【解析】灵活运用圆锥曲线的定义、性质及 a, b, c, e, p 等几何量之间关系解题是高考命题的热点。本题综合考查了圆锥曲线定义、几何极值等知识及数形结合、等价转换等数学思想。如图 1。

令 $y = 3|PA| + 5|PF|$ ，则 $y = 3(|PA| + \frac{5}{3}|PF|)$ ， $\because e = \frac{3}{5}$ ，令 d 为 P 到右准线的距离， $\frac{|PF|}{d} = \frac{3}{5}$ ，

$\therefore d = \frac{5}{3}|PF|$ ，故 $y = 3(|PA| + d) \geq 3 \cdot |AM|$ ($|AM|$ 为 A 到右准线 l 的距

离)， $|AM| = \frac{a^2}{c} - x_A = \frac{25}{3} - \frac{4}{3} = 7$ ， $\therefore y$ 的最小值为 21，故

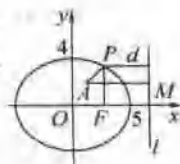


图 1

选 D.

【答案】D

2. 图象型选择题

例 4 已知函数 $y=f(x)$ 的图象如图 2(甲)所示, $y=g(x)$ 的图象如图 2(乙)所示, 则函数 $y=f(x) \cdot g(x)$ 的图象(如图 3)可能是 ()

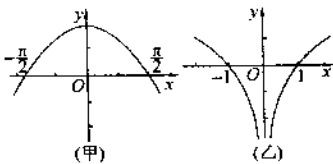


图 2

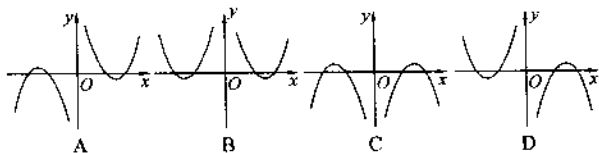


图 3

【解析】抽象函数的图象和性质是近几年的高考热点. 本题涉及函数的定义域、对称性、奇偶性、单调性, 多角度、多层次考查学生的抽象思维能力、阅读理解能力、逻辑推理能力, 选 C.

【答案】C

例 5 方程 $\sin x = \lg x$ 的实数根的个数是 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

【解析】在同一坐标系内作出函数 $y = \sin x$ 与 $y = \lg x$ 的图象(如图 4), 从图象中可以看出, 应选 D.

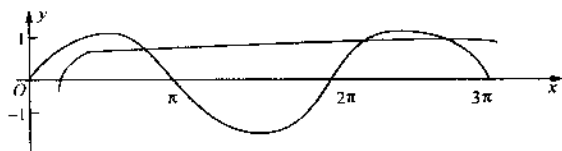


图 4

【答案】D

3. 分类讨论型选择题

对于所给的变量、字母系数结论有多种情况或多种可能性, 较复杂或非常规的数学问题通常采取分类对比的方法来解决.

例 6 已知 $y = \log_a(2-ax)$ 在 $[0, 1]$ 上是 x 的减函数, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $(0, 1)$ B. $(1, 2)$ C. $(0, 2)$ D. $[2, +\infty)$

【解析】由 $2-ax > 0$, 有 $ax < 2$. 又 a 是对数的底, $\therefore a > 0$ 且 $a \neq 1$. 于是题设函数的定义域为 $x < \frac{2}{a}$. 又函数的递减区间 $[0, 1]$ 一定在函数的定义域内, 故有 $\frac{2}{a} > 1, \therefore a < 2$.

当 $1 < a < 2$, 当 x 在 $[0, 1]$ 上增大时, $2-ax$ 减小, 从而 $\log_a(2-ax)$ 减小, 即函数 $y = \log_a(2-ax)$ 在 $[0, 1]$ 上是单调递增的. 选 B.

【答案】B

例 7 函数 $y = \frac{\sin x}{|\sin x|} + \frac{|\cos x|}{\cos x} + \frac{\tan x}{|\tan x|} + \frac{|\cot x|}{\cot x}$ 的

域的集合是 ()

- A. $\{-2, 4\}$ B. $\{-2, 0, 4\}$
C. $\{-2, 0, 2, 4\}$ D. $\{-4, -2, 0, 4\}$

【解析】本题按角的象限分类讨论. 根据每一象限的角来确定正弦、余弦、正切、余切的符号, 从而去掉绝对值符号.

当 $x \in$ 第一象限时, $y = 1 + 1 + 1 + 1 = 4$;
当 $x \in$ 第二象限时, $y = 1 - 1 - 1 - 1 = -2$;
当 $x \in$ 第三象限时, $y = -1 - 1 + 1 + 1 = 0$;
当 $x \in$ 第四象限时, $y = -1 + 1 - 1 - 1 = -2$.

\therefore 函数 y 的值域的集合是 $\{-2, 0, 4\}$. 故选 B.

【答案】B

例 8 甲、乙、丙、丁四人传球, 第一次甲传给乙、丙、丁三人中任一人, 第二次由拿球者再传给其他三人中任一人, 这样共传了 4 次, 则第 4 次仍传回到甲的方法共有 ()

- A. 21 种 B. 12 种 C. 24 种 D. 27 种

【解析】排列组合是每年高考必考的内容之一, 多以选择题或填空题形式出现, 仅有一年出现在解答题中, 估计今后仍以选择或填空题出现, 而且常常是生产实际应用问题中的计数问题, 解有限制条件的排列组合应用题关键是正确的分类与分步. 本题先是分类, 然后再分步, 最后根据计数原理作出解答. 选 A.

【答案】A

4. 计算型选择题

通过直接计算可得到答案

例 9 $x \in (-\frac{\pi}{2}, 0)$, $\cos x = \frac{4}{5}$, 则 $\tan 2x$ 等于 ()

- A. $\frac{7}{24}$ B. $-\frac{7}{24}$ C. $\frac{24}{7}$ D. $-\frac{24}{7}$

【解析】解答见专题八. 答案 B.

【答案】B

例 10 长方体共一顶点的三个面的面积分别是 $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{6}$, 这个长方体的对角线的长是 ()

- A. $2\sqrt{3}$ B. $3\sqrt{2}$ C. $\sqrt{6}$ D. 6

【解析】设长方体一顶点的三棱长分别为 a, b, c , 则

$$\begin{cases} ab = \sqrt{2} \\ bc = \sqrt{3} \\ ca = \sqrt{6} \end{cases} \therefore abc = \sqrt{6},$$

$$\therefore a = \sqrt{2}, b = 1, c = \sqrt{3},$$

$$\therefore \text{长方体的对角线长为 } l = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{6},$$

\therefore 选择 C.

【答案】C

5. 推理型选择题

此类题目根据所给的条件经过推理可得到正确答案, 免去计算的繁琐.

例 11 已知 α, β 为锐角, 且 $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}, \cos \beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$, 则 $\alpha + \beta$ 的值等于 ()

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{3}{4}\pi$ C. $\frac{\pi}{4}$ 或 $\frac{3}{4}\pi$ D. $\frac{2}{3}\pi$ 或 $\frac{\pi}{3}$

【解析】∵ $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10} < \frac{\sqrt{2}}{2}$, 又 α 为锐角, ∴ $\frac{\pi}{4} <$

$\alpha < \frac{\pi}{2}$.

同理 $\frac{\pi}{4} < \beta < \frac{\pi}{2}$, ∴ $\frac{\pi}{2} < \alpha + \beta < \pi$. 选 B.

【答案】B

(二) 题型特点

1. 题型特点

数学选择题通常是由一个问句或一个不完整的句子和若干个供考生选择用的选项组成. 考生只需从选项中提取一项或几项作为答案, 便完成解答, 无须写出选择依据. 这些年来, 高考中所用的数学选择题都是“四选一”的选择题, 即提供考生选用的选项有四个, 作为答案只有一项是正确的.

2. 题型的学科特点

(1) 概念性强: 数学中的每个术语、符号、乃至习惯用语, 往往都有明确具体的含义, 这个特点反映到选择题中, 表现出来的就是试题的概念性强. 试题的陈述和信息的传递, 都是以数学的学科规定与习惯为依据, 绝不标新立异.

(2) 量化突出: 形式上是计算定量型选择题, 其中往往蕴涵了对概念、原理、性质和法则的考查.

(3) 充满思辨性: 这个特点源于数学的高度抽象性、系统性和逻辑性. 作为数学选择题, 尤其是用于选拔性考试的高考数学选择题, 只凭简单套算或直观感知便能正确作答的试题不多, 几乎可以说并不存在. 绝大多数的选择题, 为了正确作答, 或多或少总是要求考生具备一定的观察、分析和逻辑推断能力, 思辨性的要求充满题目的字里行间.

(4) 形数兼备: 数学的研究对象不仅是数, 还有图形, 而且对数和图形的讨论与研究, 不是孤立开来分割进行, 而是有分有合, 将它们辩证统一起来. 这个特色在高中数学中已经得到充分的显露. 因此, 在高考数学选择题中, 便反映出形数兼备这一特点, 其表现是: 几何选择题中常常隐藏着代数问题, 而代数选择题中往往又寓有几何图形的问题. 因此, 数形结合与形数分离的解题方法是高考数学选择题的一种重要的有效解题方法.

(5) 解法多样化: 与其他学科比较, “一题多解”的现象在数学中表现突出. 尤其是数学选择题, 由于它有备选项, 给试题的解答提供了丰富的有用信息, 有相当大的提示性, 为解题活动展现了广阔的天地, 大大地增加了解答的途径, 常常潜藏着极其巧妙的解法, 有利于对考生思维深度的考查.

二、填空题题型的分类

高考填空题只要求直接填写结果不必写出计算或推理过程, 填空题的结果必须是数值准确, 形式规范, 表达式(数)最简.

(一) 填空题题型分类

1. 概念、性质定理公式型填空题

例 1 某公司生产三种型号的轿车, 年产量分别为 1200 辆、6000 辆和 2000 辆, 为检验该公司的产品质量, 现用分层抽样的方法抽取 46 辆进行检验, 这三种型号的轿车依次应抽取 _____ 辆.

【解析】本题主要考查随机抽样方法, 解这类问题只要熟练掌握了随机抽样方法, 也就是要区分各种抽样方法(系统抽样、简单随机抽样、分层抽样)所适用的范围即可.

因总轿车数为 9200 辆, 而抽取 46 辆进行检验, 抽样比例为 $\frac{46}{9200} = \frac{1}{200}$, 而三种型号的轿车有显著区别. 根据分层

抽样分为三层, 按 $\frac{1}{200}$ 比例抽样分别为 6、30、10 辆.

例 2 如图 5, 正方形 ABCD 所在平面与正方形 ABEF 所在平面成 60° 的二面角, 则异面直线 AD 与 BF 所成角的余弦值是 _____.

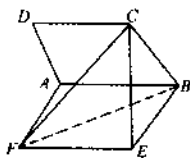


图 5

【解析】∵ 四边形 ABCD 与四边形 ABEF 都是正方形,

∴ $CB \perp AB, EB \perp AB,$

∴ $\angle CBE = 60^\circ$, 连结 CE, 设正方形边长为 1.

∵ $BC = BE, \angle CBE = 60^\circ$, ∴ $\triangle CBE$ 是正三角形, $CE = BC = 1$, 连结 CF, ∵ $BC \parallel AD$,

∴ BC 与 BF 所成的角就是 AD 与 BF 所成的角.

又 ∵ $AB \perp$ 平面 BCE, ∴ $AB \perp CE$, 又 $AB \parallel EF$,

∴ $EF \perp CE$, 在 $Rt\triangle CEF$ 中, $CF = \sqrt{CE^2 + EF^2} = \sqrt{2}$.

∴ 在 $\triangle CBF$ 中, $CB = 1, BF = \sqrt{2}, CF = \sqrt{2}$.

∴ $\cos \angle CBF = \frac{CB^2 + BF^2 - CF^2}{2 \cdot CB \cdot BF} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

2. 计算型填空题

例 3 $(x^2 - \frac{1}{2x})^9$ 展开式中 x^9 的系数是 _____.

【解析】 $(x^2 - \frac{1}{2x})^9$ 的展开式中,

$T_{r+1} = C_9^r \cdot (x^2)^{9-r} \cdot (\frac{-1}{2x})^r$

$= (-\frac{1}{2})^r C_9^r x^{18-2r} \cdot (-\frac{1}{2})^r \cdot C_9^r x^{18-3r}$

由题意 $18 - 3r = 9$, ∴ $r = 3$.

∴ x^9 的系数是 $(-\frac{1}{2})^3 \cdot C_9^3 = -\frac{21}{2}$.

3. 分析型填空题

例 4 某城市在中心广场建造一个花园, 花园分为 6 个部分(如图 6). 现要栽种 4 种不同颜色的花, 每部分栽种一种且相邻部分不能栽种同样颜色的花, 不同的栽种方法有 _____ 种(以数字作答).

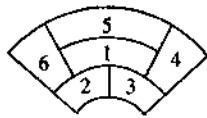


图 6

【解析】先排 1 区, 有 4 种方法, 把其余四个区视为一个圆环(如图 7), 沿着圆环的一个边界剪开并把圆环拉直, 得到如图 8 的五个空格, 在五个空格中放 3 种不同元素, 且 ① 相同

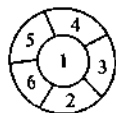


图 7

元素不能相邻. ②两端元素不能相同, 共有 15 种不同方法, 然后再把图 8 粘成圆形即可. 下面解决两端元素相同的情况. 在这种情况下我们在六个空格如图 9, 要求①相同元素不能相邻, ②两端元素必须相同, 共有 15 种不同方法, 然后再把图 9 粘成圆环形, 把两端的两格粘在一起看成一个格即可. 综上, 共有 $4(15+15)=120$ 种方法.



图 8



图 9

4. 推理型填空题

例 5 已知函数 $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$, 那么 $f(1) + f(2) +$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) + f(3) + f\left(\frac{1}{3}\right) + f(4) + f\left(\frac{1}{4}\right) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【解析】 本题主要考查函数求值问题, 侧重于对思维能力的考查, 如果硬算, 不易在短时间内做完, 可在算出 $f(2) + f\left(\frac{1}{2}\right)$ 之后顿悟规律快速得到结果.

$$\text{因为 } f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{x^2}{1+x^2} + \frac{\left(\frac{1}{x}\right)^2}{1+\left(\frac{1}{x}\right)^2} = \frac{x^2}{1+x^2} + \frac{1}{1+x^2} = 1, \text{ 所以 } f(1) + f(2) + f\left(\frac{1}{2}\right) + f(3) + f\left(\frac{1}{3}\right) + f(4) + f\left(\frac{1}{4}\right) = f(1) + 3 = \frac{1}{2} + 3 = \frac{7}{2}, \text{ 故应填 } \frac{7}{2}.$$

(二) 题型特点

填空题和选择题同属客观性试题, 它们有许多共同的特点: 其形态短小精悍, 考查目标集中, 答案简短、明确、具体, 不必填写解答过程, 评分客观、公正、准确等.

不过填空题和选择题也有质的区别. 首先, 表现为填空题没有备选项, 因此, 解答时既没有不受干扰之好处, 又有缺乏提示的帮助之不足, 对考生独立思考和求解, 在能力要求上会高一些. 长期以来, 填空题的答对率一直低于选择题的答对率, 也许这就是一个重要的原因. 其次, 填空题的结构, 往往是在一个正确的命题或断言中, 抽去其中的一些内容(既可以是条件, 也可以是结论), 留下空位, 让考生独立填上, 考查方法比较灵活. 在对题目的阅读理解上, 较之选择题, 有时会显得较为费劲, 当然并非常常如此, 这将取决于命题者对试题的设计意图.

三、解答题题型的分类

解答题在数学高考试题中所占比重最大, 题量 6 个, 总分 74 分, 6 道解答题逐渐形成两大板块, 前 3 道解答题组成基础板块, 难度在 0.55~0.75 之间, 后 3 道解答题组成过关题板块, 难度在 0.3~0.5 之间, 有时也会出现难度 0.2 以下的试题.

高考解答题主要有以下几类题型

1. 三角、复数型解答题

此类型的解答题属基础题板块, 一般出现在 6 道解答题的前 2 道, 这类问题难度较小, 基本上属于送分题, 由于新课程对复数内容的淡化, 主要考查问题集中在三角方面.

2. 平面向量型解答题

这是新课程规定的必考的内容, 但单独作为解答题来命题还未成为趋势, 然而向量作为工具解决解析几何问题(特别是垂直问题)是近几年高考的热点内容之一.

3. 立体几何型解答题

立体几何解答题在高考试题中所处的位置, 难度及考查的重点, 基本保持稳定, 并且每年必考一道解答题.

4. 概率、统计型解答题

概率与统计的解答题是近几年高考的必考内容之一, 这类问题属于基础板块的试题中等难度.

5. 函数、不等式型解答题

此类问题如果单独考查某一知识点, 例如函数单调性, 不等式解法可能出现在基础题板块, 但大多数情况出现在过关题板块进行综合考查, 每年必考.

6. 解析几何型解答题

解析几何解答题是高考必考题型之一, 有时会出现在基础题板块, 但更多时候是与代数、三角、平面几何综合在一起, 成为过关题, 多涉及圆锥曲线性质定义及直线与圆锥曲线的位置关系, 轨迹求法、参数范围及最值等方面.

7. 数列型解答题

同函数不等式、解析几何一样, 有时会现在基础题板块中, 但常与函数、不等式、极限、数学归纳法等知识综合在一起, 出现在压轴题上.

考点评说

一、集合与简易逻辑

考试内容	能力层次	高考要求	考题年份
集合与集合运算	理解	有关集合的概念和意义	'00 天津, '01 上海春, '01 上海, '02 北京春, '02 上海春, '03 北京春, '03 北京, '03 上海
	掌握	有关术语和符号, 能正确地表示出一些简单的集合	
逻辑联结词与四种命题	理解	逻辑联结词“或”、“且”、“非”的含义; 四种命题及其相互关系	'01 全国, '01 上海, '01 天津, '03 北京春, '03 上海, '03 河南
充分条件与必要条件	掌握	充要条件的意义	'00 上海, '01 上海, '02 北京, '02 全国, '02 河南, '02 上海, '03 北京春, '03 北京

二、函数

考试内容	能力层次	高考要求	考题年份
映射与函数	理解	有关概念	'00 两省一市、'00 北京春、'03 北京
函数的定义域· 解析式·值域	掌握	有关概念	'01 北京春、'00 上海、'02 全国、'02 上海春、 '03 北京春
函数的单调性	掌握	判断一些简单函数单调性的方法	'01 全国、'02 河南、'03 北京春、'03 上海
函数的奇偶性	掌握	能利用函数的奇偶性与图象的对称性的关系描述函数图象	'00 北京春、'02 上海春、'03 北京
反函数	理解	反函数的概念与互为反函数图象间的关系	'01 北京春、'01 全国、'02 上海春、'00 上海春、 '00 上海、'01 上海春、'02 全国、'03 河南
	掌握	会求一些简单函数的反函数	
二次函数	掌握	解决有关数学问题	'02 上海(文)、'02 上海(理)、'03 北京春、'03 北京
指数与指数函数	掌握	指数函数的概念、图象、性质	'00 上海春、'01 北京春、'01 北京春、'02、'01 上海、 '02 全国、'03 北京、'03 上海
对数与对数函数	理解	对数的概念	'01 上海、'02 海南、'02 上海、'01 上海春、 '00 上海、'03 全国
	掌握	对数的运算性质,对数函数的概念、 图象、性质	
函数的图象	理解	有关概念	'02 全国、'02 北京、'02 上海、'02 上海、'03 上海
函数的最值	理解	有关概念	'03 北京春
利用函数知识 解应用题	掌握	应用函数知识解决实际问题	'01 上海、'00 全国、'00 北京春、'00 上海春、 '01 北京春、'01 全国、'01 上海、'03 上海
函数的综合问题	掌握	综合运用函数知识解决数学问题	'00 上海、'00 上海、'00 上海春、'01 北京春、 '01 全国、'01 天津、'02 北京春、'02 上海春、 '02 上海春、'河南、'03 上海、'03 北京、 '03 上海

三、数列

考试内容	能力层次	高考要求	考题年份
数列	理解	数列、通项公式的概念	'01 上海春、'00 全国、'02 上海、'02 上海、'03 全国
	掌握	由 S_n 求 a_n 的公式	
等差数列	掌握	等差数列的通项公式,前 n 项和公式	'00 北京春、'01 全国、'01 上海、'00 全国、'01 全国、'02 全国、'03 北京春、'03 天津、'03 全国、'03 北京春、'03 河南、'03 上海、'03 北京
	熟练应用	等差数列的性质解题	
等比数列	掌握	等比数列的通项公式,前 n 项和公式	'02 全国、'01 上海、'00 广东、'01 上海春、'03 北京春、'03 北京、'03 上海、'03 上海
	熟练应用	等比数列的性质解题	
等差数列与等比数列的综合问题	掌握	有关概念	'01 天津、'00 上海、'01 全国、'02 北京、'00 上海春、'01 北京春、'01 上海、'03 北京、'03 全国、'03 上海
利用数列知识解应用题	掌握	实际问题	'01 北京春、'02 全国、'02 全国春、'02 全国(理)、'02 上海春、'03 北京春、'03 北京

四、三角函数

考试内容	能力层次	高考要求	考题年份
三角函数的概念同角三角函数的关系、诱导公式	掌握	任意角的正弦、余弦、正切的定义,用三角函数线表示正弦、余弦和正切;同角三角函数的基本关系式;正弦、余弦的诱导公式	'00 全国、'00 上海、'01 全国、'01 全国、'02 全国
两角和与差、二倍角公式	掌握	通过公式的推导,了解它们的内在联系,从而培养逻辑推理能力	'00 北京春、'01 北京春、'02 上海、'02 河南、'02 北京、'02 全国、'02 上海、'02 全国、'03 北京春、'03 全国
三角函数的图象与性质	掌握	会用三角函数线画正弦函数、正切函数的图象,由诱导公式画余弦函数的图象;理解它们的性质;会用“五点法”	'00 全国、'02 全国、'02 上海、'02 上海、'03 上海、'03 天津、'03 北京
函数 $y=Asin(\omega x+\varphi)$ 的图象与性质	理解	A, ω, φ 的物理意义	'01 天津、'00 北京春、'00 全国、'01 河南、'03 北京春、'03 全国、'03 北京
	掌握	用“五点法”画函数 $y=Asin(\omega x+\varphi)$ 的简图	
三角函数的最值	掌握	利用三角知识求最值	'00 北京春、'00 北京春、'01 北京春、'03 上海、'03 全国
三角函数的应用	掌握	运用所学三角知识解决实际问题	'00 全国、'00 全国、'01 上海

五、平面向量

考试内容	能力层次	高考要求	考题年份
向量 向量的加法与减法 实数与向量的积	了解	共线向量,平面向量基本定理	'01 上海、'01 天津、'99 上海、'01 上海春、 '03 河南
	理解	向量,向量共线的充要条件,平面向量的坐标	
	掌握	向量的几何表示,实数与向量的积,向量加法与减法,平面向量的坐标运算	
向量的数量积与运算律	了解	用平面向量的数量积可以处理有关长度、角度和垂直	'00 两省一市、'02 上海、'01 天津、'00 上海、'02 上海
	掌握	平面向量的数量积及其几何意义;向量垂直的条件	
两点间距离公式 线段的定比分点 与图形的平移	掌握 灵活运用	平面两点间的距离公式,线段的定比分点和中点坐标公式,平移公式	'02 上海
正弦定理、余弦定理、解斜三角形	掌握	正弦定理、余弦定理,并能运用它们解斜三角形	'00 北京春、'01 全国、'01 上海、'03 上海

六、不等式

考试内容	能力层次	高考要求	考题年份
不等式的概念和性质	理解	不等式的性质及其证明	'99 上海(理)
均值不等式、不等式的证明	掌握	两个(不扩展到三个)正数的算术平均数不小于它们的几何平均数的定理,并会简单的应用;分析法、综合法、比较法证明简单的不等式	'00 全国、'99 全国、'01 上海、'00 全国、'01 全国、'02 北京
不等式(组)的解法	掌握	二次不等式、简单的分式不等式的解法	'01 河南、'02 北京、'02 北京、'03 北京春、 '03 上海、'03 天津、'03 全国、'03 全国
绝对值不等式和含参数的不等式	理解	不等式 $ a - b \leq a+b \leq a + b $	'01 天津、'02 全国、'99 全国、'00 全国、'01 天津、'03 北京春
	掌握	简单的绝对值不等式的解法	
不等式的应用	灵活运用	有关概念	'02 上海、'03 全国、'03 全国



七、直线和圆的方程

考试内容	能力层次	高考要求	考题年份
直线的方程	理解	直线的倾斜角和斜率	'01 上海春、'01 天津、'00 上海春、'02 全国、'00 上海、'03 北京春
	掌握	两点斜率公式;一点和斜率求出直线方程的方法;点斜式、两点式和一般式,熟练求出直线方程	
两直线的位置关系	掌握	两条直线平行与垂直的条件,两条直线成的角,点到直线的距离公式,两条直线的位置关系	'00 全国、'02 北京、'03 全国、'03 上海
对称问题	掌握	相关概念	'99 全国
简单的线性规划	了解	简单的线性规划问题,线性规划的意义	
	掌握	二元一次不等式表示平面区域,简单线性规划问题	
圆的方程	了解	参数方程的概念	'99 全国、'01 全国、'02 全国、'03 北京春、'03 全国
	理解	圆的参数方程	
	掌握	圆的标准方程和一般方程	
直线与圆的位置关系	掌握	相关概念	'99 上海、'00 全国、'02 全国

八、圆锥曲线

考试内容	能力层次	高考要求	考题年份
椭圆	熟练掌握	椭圆的标准方程及其几何性质	'00 北京春、'00 上海春、'01 全国、'00 全国、'01 北京春、'02 上海春、'00 上海春、'01 上海、'01 天津、'03 北京春、'03 北京、'03 北京
双曲线	熟练掌握	双曲线的标准方程及其几何性质	'99 上海、'00 北京春、'02 全国、'02 北京、'00 上海、'01 上海春、'01 全国、'00 全国(理)、'01 天津、'02 全国、'02 上海春、'02 上海、'03 天津、'03 全国、'03 全国
抛物线	熟练掌握	抛物线的标准方程及其几何性质	'00 全国、'00 上海春、'01 河南、'02 全国、'01 上海、'02 全国、'02 上海、'03 北京春、'03 全国、'03 北京
直线与圆锥曲线的位置关系	熟练掌握	综合	'99 全国、'02 北京、'01 上海理、'01 上海、'01 广东、'02 河南、'03 北京春、'03 北京
轨迹方程	熟练掌握	综合	'01 北京春、'01 上海理、'99 全国、'00 北京春、'01 上海春、'02 北京、'03 河南、'03 全国
圆锥曲线中的定值与最值问题	熟练掌握	综合	'99 上海(理)、'01 北京春