

高等学校电子信息类教材

数字与逻辑电路

谢芳森 主编

刘刚 袁文 王建模 等编著

Logic

Circuit

Digital

<http://www.phei.com.cn>



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

| 高等学校电子信息类教材 |

数字与逻辑电路

谢芳森 主编

刘刚 袁文 王建模 等编著

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 · BEIJING

内 容 简 介

本教材系统地讨论了数字逻辑系统和数字电路的分析与设计方法。主要内容包括数字与逻辑电路的基本特征、门电路、组合逻辑电路、触发器、时序逻辑电路、脉冲产生与整形电路、大规模集成电路、硬件描述语言与可编程逻辑器件(PLD)的应用。在注重基本理论与技术的同时,以较大的篇幅介绍了硬件描述语言:ABEL语言、VHDL语言和Verilog HDL语言及其设计方法。本书在各章后面附有适量习题,附录中介绍了常用中小规模数字集成电路器件及其管脚分布。

本书可作为高等学校计算机类、电气类、自控类和电子类专业教材,尤其适用于在大学一年级开设“数字与逻辑电路”课程的相关专业,也可供有关工程技术人员参考。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。
版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

数字与逻辑电路/谢芳森主编. —北京:电子工业出版社,2005.1

高等学校电子信息类教材

ISBN 7-121-00496-8

I. 数… II. 谢… III. ①数字电路—高等学校—教材 ②逻辑电路—高等学校—教材 IV. TN79

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第109699号

责任编辑:许 楷 雷洪勤

印 刷:北京李史山印刷厂

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路173信箱 邮编 100036

经 销:各地新华书店

开 本:787×1092 1/16 印张:27 字数:692千字

印 次:2005年1月第1次印刷

印 数:5000册 定价:32.00元

凡购买电子工业出版社的图书,如有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系。联系电话:(010)68279077。质量投诉请发邮件至 zllts@phei.com.cn,盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

前 言

21 世纪是信息数字化的时代，数字化是人类进入信息时代的必要条件。目前，数字电子技术已广泛应用于各个专业技术领域。从事各个行业的工程、科技人员都或多或少地要掌握一些数字电子技术的基本理论和技能，以推动本专业的发展和信息化的进程。各级高等院校信息类的相关专业都迫切希望“数字与逻辑电路”课程能尽可能早地开课，以便更好地满足和适应其他专业课程的要求。

本教材面向的读者对象是大学一年级的学生，由于学生是在没有学完大学物理、电路理论和模拟电子技术等必要的基础知识就接触这门课程的，因此本书以数字逻辑的基础理论、基本电路和基本分析、设计方法为重点，在内容安排上，力求遵循由浅入深、由特殊到一般、从感性上升到理性等循序渐进的原则。对二极管、三极管开关特性和数字逻辑门电路简化了分析，加强了外特性的形象讨论。数字集成电路将贯通全篇，注重概念的条理清晰与内容的实际应用，舍去复杂的理论分析，突出和加强数字电路内容，精简和压缩脉冲电路内容。以小规模集成电路和中规模集成电路为主来组织内容，对目前应用极为广泛的可编程逻辑器件，增加了运用硬件描述语言及其编程应用的方法，并适当介绍了大规模集成电路与可编程逻辑器件的基本原理和典型应用。

全教材共分 9 章，第 1 章数制与码制，介绍数字系统中常用的数制及其转换、码制和编码。第 2 章逻辑函数基础，介绍逻辑代数、逻辑性函数及函数化简。第 3 章逻辑门电路，介绍门电路的外特性、典型门电路的结构和工作特点。第 4 章组合逻辑电路，介绍组合逻辑电路的分析方法、常用的组合逻辑电路和组合逻辑电路的设计方法。第 5 章触发器，介绍触发器的电路结构、逻辑功能和动作特征。第 6 章时序逻辑电路，介绍时序逻辑电路的一般分析方法、常用中规模组件和同步时序电路的设计，讨论脉冲异步时序逻辑电路和电平异步时序逻辑电路的分析和设计。第 7 章脉冲波形的产生与整形，主要介绍由 555 定时器构成的施密特触发器、单稳态触发器和多谐振荡器及其简单应用。第 8 章半导体存储器和可编程逻辑器件，主要介绍半导体存储器 ROM 的结构及其应用，同时介绍 PLD 的几种典型结构及应用开发，简要介绍 ABEL 语言、VHDL 语言和 Verilog HDL 语言等 3 种最常用的硬件描述语言，使用硬件描述语言实施编程应用的方法和例子。第 9 章数字电路课程设计与现代数字系统设计，对数字系统设计的方法和一般的设计步骤进行探讨。

参加本书编写的人员分工如下：第 1 章，由王建模编写；第 2 章，由刘刚、谢芳森编写；第 3 章，由谢芳森、蔡十华编写；第 4 章，由谢芳森、蔡十华编写；第 5 章，由袁文编写；第 6 章，由袁文编写；第 7 章，由谢芳森编写；第 8 章，由刘刚编写；第 9 章，由王建

模编写；附录，由蔡十华编写。

另外，蔡十华老师绘制了全书大部分的插图。谢芳森教授负责全书的统稿工作。在编写过程中得到了兄弟院校同行的热忱关怀，并提出了许多宝贵意见，在这里表示诚挚的感谢。

由于编者水平有限，再加上时间仓促以及数字电子技术的飞速发展，书中难免还存在一些缺点和错误，殷切希望广大读者批评指正。

编 者

2004年8月

目 录

第 1 章 数制与码制	(1)
1.1 进位计数制	(2)
1.1.1 十进制数的表示	(2)
1.1.2 二进制数的表示	(2)
1.1.3 八进制数、十六进制数的表示	(3)
1.1.4 二进制数的算术运算和逻辑运算	(4)
1.2 数制转换	(6)
1.2.1 二进制数和十进制数之间的转换	(6)
1.2.2 八进制数、十六进制数与二进制数的转换	(7)
1.3 带符号数的代码表示	(8)
1.3.1 真值与机器数	(8)
1.3.2 原码	(8)
1.3.3 反码	(9)
1.3.4 补码	(10)
1.3.5 机器数的运算	(10)
1.4 数码和字符的代码表示	(13)
1.4.1 十进制数的二进制编码	(13)
1.4.2 可靠性编码	(15)
1.4.3 字符代码	(16)
习题	(17)
第 2 章 逻辑函数基础	(19)
2.1 逻辑代数	(19)
2.1.1 逻辑变量与逻辑函数	(19)
2.1.2 基本逻辑运算	(20)
2.1.3 复合逻辑运算	(22)
2.1.4 逻辑函数与真值表	(25)
2.1.5 逻辑函数的相等	(27)
2.2 逻辑代数的定律及规则	(27)
2.2.1 逻辑代数的基本定律	(28)
2.2.2 逻辑代数的三个规则	(29)
2.2.3 逻辑代数的常用公式	(30)

2.3 逻辑函数的化简	(31)
2.3.1 逻辑函数的标准形式	(31)
2.3.2 逻辑函数的代数化简法	(38)
2.3.3 卡诺图化简法	(40)
2.3.4 逻辑函数的列表化简法	(47)
习题	(52)
第3章 逻辑门电路	(56)
3.1 概述	(56)
3.2 门电路逻辑符号及其外部特性	(57)
3.2.1 简单逻辑门电路	(57)
3.2.2 复合逻辑门电路	(59)
3.2.3 正负逻辑问题	(61)
3.3 典型逻辑门电路及其主要技术参数	(63)
3.3.1 二极管门电路	(65)
3.3.2 三极管逻辑非门	(70)
3.3.3 TTL 集成逻辑门	(74)
3.3.4 三态输出门 (TS 门)	(86)
3.3.5 MOS 逻辑门	(87)
习题	(103)
第4章 组合逻辑电路	(112)
4.1 概述	(112)
4.1.1 什么是组合逻辑电路	(112)
4.1.2 组合逻辑电路逻辑功能的描述	(112)
4.2 组合逻辑电路的分析方法	(112)
4.2.1 组合逻辑电路的一般分析方法	(113)
4.2.2 组合电路分析举例	(113)
4.3 若干常用组合逻辑电路	(114)
4.3.1 加法器	(115)
4.3.2 编码器	(118)
4.3.3 译码器	(122)
4.3.4 数据选择器	(133)
4.3.5 数值比较器	(136)
4.4 组合逻辑电路的设计	(139)
4.4.1 采用小规模集成器件设计组合逻辑电路	(140)
4.4.2 采用中规模集成器件实现组合逻辑电路	(150)

4.5 组合逻辑电路的竞争-冒险	(154)
4.5.1 竞争-冒险的成因	(154)
4.5.2 判断是否存在险象的方法	(155)
4.5.3 消除竞争冒险的措施	(157)
习题	(158)
第5章 触发器	(163)
5.1 概述	(163)
5.2 RS 触发器	(163)
5.2.1 基本 RS 触发器	(163)
5.2.2 时钟控制 RS 触发器	(167)
5.2.3 主从 RS 触发器	(168)
5.2.4 集成 RS 触发器	(170)
5.2.5 基本 RS 触发器的简单应用	(170)
5.3 JK 触发器	(172)
5.3.1 钟控 JK 触发器电路结构与工作原理	(172)
5.3.2 主从 JK 触发器	(174)
5.3.3 主从 JK 触发器的一次翻转现象	(175)
5.3.4 边沿 JK 触发器动作特点	(176)
5.4 D 触发器	(179)
5.4.1 D 触发器电路结构与工作原理	(179)
5.4.2 边沿 D 触发器	(180)
5.5 T 触发器	(183)
5.6 各类触发器的转换	(184)
5.6.1 JK 触发器转换为其他触发器	(184)
5.6.2 D 触发器转换为其他触发器	(186)
习题	(187)
第6章 时序逻辑电路	(191)
6.1 概述	(191)
6.2 同步时序逻辑电路分析	(192)
6.2.1 同步时序逻辑电路的分析方法	(192)
6.2.2 同步时序逻辑电路的分析举例	(193)
6.3 常用同步时序逻辑电路	(198)
6.3.1 寄存器	(198)
6.3.2 计数器	(203)
6.4 同步时序逻辑电路的设计	(214)

6.4.1	设计方法	(214)
6.4.2	设计举例	(217)
6.5	中规模同步时序逻辑电路的分析和设计	(227)
6.5.1	中规模同步时序逻辑电路的分析	(227)
6.5.2	中规模同步时序逻辑电路的设计	(233)
6.6	异步时序逻辑电路	(236)
6.6.1	脉冲异步时序逻辑电路	(237)
6.6.2	电平异步时序逻辑电路分析	(242)
	习题	(244)
第7章	脉冲波形的产生与整形	(250)
7.1	概述	(250)
7.1.1	脉冲信号的特点	(250)
7.1.2	脉冲产生与整形电路的基本分析方法	(250)
7.2	555 定时电路	(252)
7.2.1	555 定时器内部电路结构	(252)
7.2.2	555 定时器工作原理	(253)
7.3	单稳态触发器	(254)
7.3.1	电路组成	(254)
7.3.2	工作原理	(254)
7.3.3	集成单稳态触发器	(256)
7.3.4	应用举例	(258)
7.4	多谐振荡器	(259)
7.4.1	电路组成	(259)
7.4.2	工作原理	(259)
7.4.3	应用举例	(262)
7.5	施密特触发器	(262)
7.5.1	电路组成	(263)
7.5.2	工作原理	(263)
7.5.3	主要应用	(264)
	习题	(266)
第8章	半导体存储器和可编程逻辑器件	(268)
8.1	概述	(268)
8.1.1	半导体存储器	(268)
8.1.2	可编程逻辑器件	(269)
8.2	半导体存储器	(270)

8.2.1	只读存储器 (ROM)	(270)
8.2.2	ROM 在组合逻辑电路中的应用	(271)
8.2.3	ROM 的编程及分类	(274)
8.2.4	随机存取存储器 RAM	(279)
8.3	可编程逻辑器件	(281)
8.3.1	PLD 电路简介	(282)
8.3.2	通用阵列逻辑 GAL	(284)
8.3.3	复杂可编程逻辑器件 CPLD	(292)
8.3.4	现场可编程门阵列 FPGA	(298)
8.3.5	PLD 的编程/配置	(305)
8.4	硬件描述语言	(327)
8.4.1	ABEL 硬件描述语言	(327)
8.4.2	VHDL 语言	(343)
8.4.3	Verilog HDL 硬件描述语言	(369)
	习题	(388)
第 9 章	数字电路课程设计与现代数字系统设计	(390)
9.1	概述	(390)
9.2	传统数字系统的设计	(390)
9.2.1	数字系统设计概述	(390)
9.2.2	总体设计	(392)
9.2.3	单元电路及参数确定	(392)
9.2.4	数字电路设计中的若干问题	(393)
9.2.5	总体电路图的画法	(395)
9.2.6	安装调试	(395)
9.3	现代数字系统设计简介	(396)
9.3.1	什么是 EDA 技术	(396)
9.3.2	EDA 技术的基本特征	(397)
9.3.3	EDA 的基本方法	(399)
9.4	典型设计举例	(400)
9.4.1	电压表的设计——A/D 转换器的应用	(400)
9.4.2	射频监视切换器	(406)
	习题	(412)
附录	部分常用中小规模数字集成电路器件介绍	(414)

第 1 章 数制与码制

电子技术的发展诞生了数字电路，而数字电路的进步又产生了计算机技术，现代计算技术的发展促进了科学技术和生产的飞跃。现在，计算机广泛地应用于科学计算、数据处理、生产过程控制、军事科技、现代医疗技术和家用电器等领域中。计算机已经成为数字系统中最常见的、最有代表性的一种设备，是现代生活中不可缺少的工具。

数字电路系统是用数字来“处理”信息以实现计算和执行操作的电子网络。数字电路系统中所用的数字来自于一种特定的数制系统，该数制系统只有两个可能的值：0 或 1。这就是目前数字电路系统采用的二进制数制系统。每一位二进制数（0 或 1）称为 1 比特（bit），简称为“二进制数字”。由于 1 位二进制数只有两个状态，而实际工作中可能出现的状态数很多，因此无法只用 1 位二进制数来完成所有的计算和操作，实际上是将若干位二进制数组合起来，如将 4 位二进制数划为 1 组，则这组二进制数将可以表示 16 种状态。现代的数字电路系统（如个人计算机）已有 8 位、16 位、32 位以至 64 系统，位数越多，表示该系统处理的信息量越大。

数字系统是相当复杂的。数字系统必须能完成如下任务：

- 将各种物理信息转换成数字系统可以理解的二进制“语言”。
- 仅用硬件电路来完成所要求的计算和操作。
- 将处理的结果以我们可以理解的物理形式返回给现实世界。

综观自然界中形形色色的物理量，我们不难发现，尽管这些物理量性质各异，但就它们变化规律的特点而言，可以分为两大类。

有一类物理量的变化在时间上或数字上是连续的，我们把这一类物理量称为模拟量。用来表示模拟量的信号称为模拟信号，而处理模拟信号电子电路叫做模拟电路。比如，当使用热电偶测量温度时，其输出的电压信号便是一个连续变化的模拟信号，在测量过程中，任意时刻的电压取值都表示相应的温度。

另一类物理量的变化在数量上和时间上都是离散的。也就是说，它们的变化在时间上是不连续的，并且总是发生在一系列的离散瞬间。并且，总是以某一个最小的数量大小的整数倍的数值关系来增减变化。我们把这一类物理量称为数字量，用来表示数字量的信号叫做数字信号，而处理数字信号电子电路叫做数字电路。通常，数字系统的信号只有两个离散量（0 和 1），称为二进制信号。比如，开关的断开与闭合、晶体管的截止与导通、电路中的低电平与高电平等均为二进制信号。很明显，二进制信号容易被电路识别和处理，处理二进制信号的数字系统往往具有极高的可靠性和稳定性。

信号的离散有的是自然形成的，有的则是将连续过程有意加以量化后而得到的。例如，科学工作者在科学研究工作中常常要观察连续的过程，但由于过程持续时间太长，要做到连续观察和记录是非常困难的，如天气形势的记录是不可能连续记录下来的，否则信息量太大，系统很难处理。于是，气象台按一定时间间隔将数据记录下来，列成表格，这样就将连

续的信息量化了，表格中的每一个数字都成为离散量。

数制是进位计数制度的简称。我们日常生活中有许多不同的数制，例如，最早采用、也是使用最广泛的是十进制，“逢十进一”；而钟表计时采用六十进制，如 60 秒为 1 分钟，60 分钟为 1 小时；12 个月为 1 年，则采用的是十二进制，也有采用二进制的，如 2 只筷子为 1 双等。中国古代的八卦也是采用二进制信息来表示的。

数字系统处理的是离散元素，而这些离散元素通常以二进制数的形式出现。为此，本章将介绍数制和码制的概念、表示方法、性质及其相互转换，以便为进一步学习以后各章打下基础。

1.1 进位计数制

1.1.1 十进制数的表示

自古以来，人们常采用十进制数来计数，它的基数为 10，每位数可用下列十个数码之一来表示，即 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9。

十进制数的计数规律是“逢十进一”。也就是说，每位数累计不能超过 10，计满 10 就应向高位进 1。

当我们面前出现一个十进制数，如 512.32 时，就会立刻联想到：这个数的最左边第一位为百位（5 代表 500），第二位为十位（1 代表 10），第三位为个位（2 代表 2），小数点后面第一位为十分位（3 代表 3/10），第二位为百分位（2 代表 2/100）。这里百、十、个、十分之一和百分之一都是 10 的 n 次幂，它取决于系数所在的位置，称之为“权”。十进制数 512.32 从左至右各位的权分别是 10^2 , 10^1 , 10^0 , 10^{-1} , 10^{-2} 。因此，将 512.32 按权展开的形式如下

$$512.32 = 5 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 2 \times 10^0 + 3 \times 10^{-1} + 2 \times 10^{-2}$$

等式左边的表示方法称之为位置计数法，等式右边则是其按权展开式。

一般说来，对于任意一个十进制数 S ，可用位置计数法表示如下

$$(S)_{10} = (a_{n-1}a_{n-2}\cdots a_1a_0a_{-1}a_{-2}\cdots a_{-m})_{10} \quad (1.1.1)$$

也可用按权展开式表示如下

$$\begin{aligned} (S)_{10} &= a_{n-1} \times 10^{n-1} + a_{n-2} \times 10^{n-2} + \cdots + a_1 \times 10^1 + a_0 \times 10^0 + a_{-1} \times 10^{-1} + a_{-2} \times 10^{-2} + \cdots + a_{-m} \times 10^{-m} \\ &= \sum_{i=-m}^{n-1} a_i \times 10^i \end{aligned} \quad (1.1.2)$$

式中， a_i 为 0~9 这 10 个数码中的任意一个； n 为整数部分的位数； m 为小数部分的位数。

通常，对十进制数的表示，可以在数字的右下角标注 10 或 D (Decimal)。

1.1.2 二进制数的表示

数字系统中最常使用的进位制是二进制。在二进制数中，每一位只有 0 和 1 两个数码，所以计数的基数为 2。二进制数的计数规则是每位计满 2 就向高位进 1，即“逢二进一”。例如，(1001)，就是一个二进制数，不同数位的数码表示的值不同，各位的权值是以 2 为底的

连续整数幂，从右向左递增。

对于任意一个二进制数 S ，用位置计数法表示为

$$(S)_2 = (a_{n-1}a_{n-2}\cdots a_1a_0a_{-1}a_{-2}\cdots a_{-m})_2 \quad (1.1.3)$$

用按权展开式表示为

$$\begin{aligned} (S)_2 &= a_{n-1} \times 2^{n-1} + a_{n-2} \times 2^{n-2} + \cdots + a_1 \times 2^1 + a_0 \times 2^0 + a_{-1} \times 2^{-1} + a_{-2} \times 2^{-2} + \cdots + a_{-m} \times 2^{-m} \\ &= \sum_{i=-m}^{n-1} a_i \times 2^i \end{aligned} \quad (1.1.4)$$

式中， a_i 为数码 0 或 1； n 为整数部分的位数； m 为小数部分的位数。

通常，对二进制数的表示，可以在数字右下角标注 2 或 B (Binary)。

1.1.3 八进制数、十六进制数的表示

由于二进制数简单、容易实现，所以它是数字系统中、特别是计算机中广泛采用的一种数制。但如用二进制表示一个十进制数时，需用四位二进制数才能表示一位十进制数，所用的位数比用十进制数表示的位数多，读写很不方便，因此在实际工作中通常采用八进制或十六进制。

八进制数的基数是 8，采用的数码是 0~7。计数规则是“逢八进一”，相邻两位高位权值是低位权值的 8 倍。例如，数 $(47.6)_8$ 就表示一个八进制数。由于八进制的数码和十进制前 8 个数码相同，所以为了便于区分，通常在数字的右下角标注 8 或 O (Octal)。

十六进制数的基数为 16，分别用 0~9, A (10), B (11), C (12), D (13), E (14), F (15) 表示。十六进制的计数规则是“逢十六进一”，相邻高位的权值是低位权值的 16 倍。例如，数 $(54AF.8B)_{16}$ 就是一个十六进制数。通常，在数字的右下角标注 16 或 H (Hexadecimal)。

与二进制数一样，任意一个八进制数和十六进制数均可用位置计数法的形式和按权展开式的形式表示。

一般说来，对于任意的数 S ，都能表示成以 r 为基数的 r 进制数，数 S 的表示方法也有两种形式，即位置计数法和按权展开式。

位置计数法

$$(S)_r = (a_{n-1}a_{n-2}\cdots a_1a_0a_{-1}a_{-2}\cdots a_{-m})_r \quad (1.1.5)$$

用按权展开式表示为

$$\begin{aligned} (S)_r &= a_{n-1} \times r^{n-1} + a_{n-2} \times r^{n-2} + \cdots + a_1 \times r^1 + a_0 \times r^0 + a_{-1} \times r^{-1} + a_{-2} \times r^{-2} + \cdots + a_{-m} \times r^{-m} \\ &= \sum_{i=-m}^{n-1} a_i \times r^i \end{aligned} \quad (1.1.6)$$

式中， a_i 为数码 0~ $(r-1)$ 数码中的一个； r 为该进位制的基数； n 为整数部分的位数； m 为小数部分的位数。

r 进制数的计数规则是“逢 r 进一”。

不同数制的各种数码见表 1.1.1，该表列出了当 r 为 10, 2, 8, 16 时，各种进位计数制中开始的 16 个自然数。

表 1.1.1 不同进位计数制的各种数码

十进制数 ($r=10$)	二进制数 ($r=2$)	八进制数 ($r=8$)	十六进制数 ($r=16$)
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

1.1.4 二进制的算术运算和逻辑运算

在数字电路中，1 位二进制数码的 1 和 0 不仅可以表示数量的大小，而且也可以表示两种不同的逻辑状态。例如，我们既可以用 1 和 0 来表示电路的通和断、电灯的亮和暗这些直观的物理现象，也可以表示一件事情的是和非、好和坏、真和假、有和无等逻辑问题。我们称这些只有两种对立逻辑状态的逻辑关系为二值逻辑。

当用两个二进制数码表示两个数量大小时，它们之间可以进行数值运算，这种运算就称为算术运算，算术运算的结果是得到一个数量（算术）值。当两个二进制数码表示两个不同的逻辑状态时，它们之间可以按照规定的某种因果关系进行所谓的逻辑运算。逻辑运算的结果将得到一个逻辑值。逻辑运算和算术运算有根本的不同。下面我们先介绍二进制数的算术运算。

在数字电路中为什么选择使用二进制数制呢？这是因为用二进制数来表示数字和进行运算具有如下特点：

(1) 二进制数只有 0 和 1 两个数码，任何具有两种不同稳定状态的元件都可用来表示 1 位二进制数，如晶体管的导通和截止、脉冲信号的有和无、灯光的亮和灭等。

(2) 二进制运算规则与其他数制的运算规则相比最简单，其运算规则包括：

加法规则

$$0+0=0$$

$$0+1=1$$

$$1+0=1$$

$$1+1=0 \quad (\text{同时向相邻高位进 } 1)$$

减法规则

$$0-0=0 \quad 0-1=1 \quad (\text{同时向相邻高位借} 1)$$

$$1-0=1 \quad 1-1=0$$

乘法规则

$$0 \times 0 = 0 \quad 0 \times 1 = 0$$

$$1 \times 0 = 0 \quad 1 \times 1 = 1$$

除法规则

$$0 \div 1 = 0 \quad 1 \div 1 = 1$$

下面举几个二进制数运算的例子。

例 1.1.1 对 $1001+1011$ 进行加法运算。

解:

$$\begin{array}{r} 1001 \\ +) 1011 \\ \hline 10100 \end{array}$$

由此可见，二进制数的加法运算和十进制数的加法运算相似，但采用“逢二进一”的法则，即每位数累计到 2 时，本位就记为 0，且向相邻高位进 1。

例 1.1.2 对 $10100-1110$ 进行减法运算。

解:

$$\begin{array}{r} 10100 \\ -) 1110 \\ \hline 110 \end{array}$$

在二进制数减法中采用了“借一当二”的法则，减法运算从低位起按位进行，在遇到 0 减 1 时，就要向相邻高位借 1，也就是从相邻高位减去 1。

例 1.1.3 对 1011×1001 进行乘法运算。

解:

$$\begin{array}{r} 1011 \\ \times) 1001 \\ \hline 1011 \\ 0000 \\ 0000 \\ +) 1011 \\ \hline 1100011 \end{array}$$

从二进制数的乘法运算过程中可以看出，二进制数的乘法运算和十进制数的乘法运算相似，只不过对乘积部分进行累加时要按“逢二进一”的原则来运算。

例 1.1.4 对 $10100101 \div 1001$ 进行除法运算。

解:

$$\begin{array}{r}
 100010 \quad \text{——— 商} \\
 1001 \overline{) 10100100} \\
 \underline{1001} \\
 1010 \\
 \underline{1001} \\
 10 \quad \text{——— 余数}
 \end{array}$$

从二进制数的除法运算过程中可以看出，二进制数的除法运算同十进制数的除法运算相类似，但采用二进制数的除法运算规则。

二进制数的缺点是书写时位数较长，不便记忆和阅读。因此，通常选用八进制数和十六进制数。这两种数制相对位数较短，便于书写和阅读，容易记忆，且非常容易将它们转换成二进制数。

1.2 数制转换

在计算机和其他数字系统中，最常用的是二进制数。而人们日常习惯于使用十进制数，所以在数据处理过程中首先必须把十进制数转换成计算机能加工和处理的二进制数，经计算机加工处理后，再将二进制数的计算结果转换成人们习惯的十进制数。这样就存在一个不同数制之间的相互转换问题。

1.2.1 二进制数和十进制数之间的转换

二进制数转换成等值的十进制数称之为二/十转换。转换时，只需将二进制数写成按权展开式，并将展开式中各乘积项的积算出来，然后各项相加，即可得到与该二进制数等值的十进制数。例如

$$\begin{aligned}
 (1001.11)_2 &= 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} \\
 &= (9.75)_{10}
 \end{aligned}$$

将十进制数转换成等值的二进制数称之为十/二转换。转换时，需要将待转换的十进制数分成整数部分和小数部分，并分别加以转换成二进制数，然后再将两部分加起来。

第一步先讨论整数部分的转换。假如有十进制数 $(S)_{10}$ ，其等值的二进制数为 $(a_n a_{n-1} \dots a_0 . a_{-1} a_{-2} \dots a_{-m})_2$ ，若将二进制数按权展开，则有

$$\begin{aligned}
 (S)_{10} &= a_n 2^n + a_{n-1} 2^{n-1} + \dots + a_1 2^1 + a_0 2^0 \\
 &= 2 (a_n 2^{n-1} + a_{n-1} 2^{n-2} + \dots + a_1) + a_0 \tag{1.2.1}
 \end{aligned}$$

从上式表明，若将 $(S)_{10}$ 除以 2，则得到的商为 $a_n 2^{n-1} + a_{n-1} 2^{n-2} + \dots + a_1$ ，余数则为 a_0 。若再将得到的商依次除以 2，所得的余数分别是 $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$ 。

所以，当需要将一个十进制整数转换成二进制数时，十进制数的整数部分采用“除 2 取余”法进行转换，即把十进制整数除以 2，取出余数 1 或 0 作为相应二进制数的最低位，把得到的商再除以 2，再取余数 1 或 0 作为二进制数的次低位，依次类推，继续上述过程，直至商为 0，最后所得余数为最高位。

例如，要将十进制整数 157 转换为二进制整数，就要把它写成如下形式

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{)157} \text{ —— } 1 \\
 2 \overline{)78} \text{ —— } 0 \\
 2 \overline{)39} \text{ —— } 1 \\
 2 \overline{)19} \text{ —— } 1 \\
 2 \overline{)9} \text{ —— } 1 \\
 2 \overline{)4} \text{ —— } 0 \\
 2 \overline{)2} \text{ —— } 0 \\
 2 \overline{)1} \text{ —— } 1 \\
 0
 \end{array}
 \quad \uparrow
 \quad (157)_{10} = (10011101)_2$$

第二步讨论小数部分的转换。

若 $(S)_{10}$ 是一个十进制小数，对应的二进制小数为 $(0.a_{-1}a_{-2}\dots a_{-m})_2$ ，则有

$$(S)_{10} = a_{-1}2^{-1} + a_{-2}2^{-2} + \dots + a_{-m}2^{-m} \quad (1.2.2)$$

将上式两边同乘以 2 得到

$$2(S)_{10} = a_{-1} + (a_{-2}2^{-1} + a_{-3}2^{-2} + \dots + a_{-m}2^{-m+1})$$

从结果可以看出，将小数 $(S)_{10}$ 乘以 2 所得乘积的整数部分即 a_{-1} 。

同理，将乘积的小数部分再乘以 2 又可得

$$2(a_{-2}2^{-1} + a_{-3}2^{-2} + \dots + a_{-m}2^{-m+1}) = a_{-2} + (a_{-3}2^{-1} + \dots + a_{-m}2^{-m+2})$$

即可得乘积的整数部分 a_{-2} 。

依次类推，将每次乘 2 后所得的乘积的小数部分再乘以 2 后，便可求出二进制小数的每一位。

例 1.2.1 将 $(0.8125)_{10}$ 转换成二进制小数。

解：

$$\begin{array}{r}
 0.8125 \\
 \times) \quad 2 \\
 \hline
 1.6250 \text{ —— } \text{整数为 } 1(a_{-1}) \\
 \\
 0.6250 \\
 \times) \quad 2 \\
 \hline
 1.2500 \text{ —— } \text{整数为 } 1(a_{-2}) \\
 \\
 0.2500 \\
 \times) \quad 2 \\
 \hline
 0.5000 \text{ —— } \text{整数为 } 0(a_{-3}) \\
 \\
 0.5000 \\
 \times) \quad 2 \\
 \hline
 1.0000 \text{ —— } \text{整数为 } 1(a_{-4})
 \end{array}
 \quad \downarrow$$

所以 $(0.8125)_{10} = (0.1101)_2$

1.2.2 八进制数、十六进制数与二进制数的转换

八进制数的基数是 8 ($8=2^3$)，十六进制数的基数为 16 ($16=2^4$)。由于二进制数、八进制数和十六进制数之间具有 2 的整指数倍的关系，因而可十分方便地直接进行转换。

将二进制整数转换成八进制或十六进制整数的方法是：从右边第一位起，分别向左按 3