双色印刷

高等数学（工专）

全国高等教育自学考试同步训练·同步过关

组编／全国高等教育自学考试命题研究组
主审／中央财经大学 吴秉坚副教授

全国高等教育自学考试指定教材辅导用书

公共课程

北大燕园

（最新版）

高等数学（工专）

全国高等教育自学考试指定教材辅导用书

全国高等教育自学考试同步训练·同步过关

高等数学（工专）

组　编　全国高等教育自学考试命题研究组

主　审　中央财经大学　吴秉坚副教授

图书在版编目（CIP）数据

全国高等教育自学考试同步训练·同步过关:公共课类/吴秉坚主审.—北京:人民日报出版社，2004.7
ISBN 7-80153-955-9

Ⅰ.全…　Ⅱ.吴…　Ⅲ.基础课—高等教育—自学考试—自学参考资料　Ⅳ.G726.9

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2004）第 069165 号

书　　名: 全国高等教育自学考试同步训练·同步过关·公共课类
高等数学(工专)
主　　审: 吴秉坚
责任编辑: 紫　玉
装帧设计: 赵鹏丽
文稿统筹: 谭伟红　林天六
项目统筹: 杨铁军

出版发行: 人民日报出版社(北京金台西路2号　邮编:100733，电话:010-65369529,65369527)
经　　销: 新华书店
印　　刷: 北京市朝阳印刷厂

开　　本: 880mm×1230mm　1/32 开本
字　　数: 4320 千字
印　　张: 180 印张
印　　数: 0001—5000 册
印　　次: 2004 年 8 月第 1 版　第 1 次印刷

书　　号: ISBN 7-80153-955-9/G·524
定　　价: 285.00 元

前言

本书是与全国高等教育自学考试《高等数学(工专)上、下册》自学考试大纲、教材相配相配套的辅导用书。

编写依据：

1. 全国高等教育自学考试指导委员会颁布的《高等数学(工专)上、下册》(高等教育出版社，陆庆乐、马知恩主编)。

本书的特点：

1. 以考试大纲规定的考核知识及能力层次为线索，按最近体例分章节进行编写。每章均列有考点透视，并将每一章节可能出现的所有考核知识按考试题型编写同步跟踪强化训练题，以便考生扎实、准确掌握本章内容。

2. 对每一章的重点、难点部分进行解答并例点评，又将本章近年出现过的考题进行分析，这对于考生全面把握教材内容，掌握重点、难点，正确解答各种题型，富有切实的指导意义。

3. 附录部分包括两套模拟试题、一套最新全真试题及参考答案，以便考生及时了解最新考试动态及方向。

编　者

于中央财经大学

目录

附录：

第一章 函 数

考点透视

本章总的考核要求是：深刻理解一元函数的定义；掌握函数的表示法和函数的简单性态；理解函数增量的概念；理解反函数概念和复合函数概念；熟练掌握基本初等函数和了解什么是初等函数. 本章的知识点中，重点是：函数的定义，基本初等函数. 难点是：复合函数.

同步跟踪强化训练

一、单项选择题

1. 下列函数为一个函数的是 ( )

A. $f(x)=\sqrt{x^2}$ 与 $g(x)=(\sqrt{x})^2$

B. $f(x)=x$ 与 $g(x)=x(\sin^2 x+\cos^2 x)$

C. $f(x)=\lg x^2$ 与 $g(x)=2\lg x$

D. $f(x)=x$ 与 $g(x)=e^{\ln x}$

2. $y=\sqrt{\ln(\ln x)}$的定义域为 ( )

A. $(0,+\infty)$　　B. $(1,+\infty)$

C. $(e,+\infty)$　　D. $[e,+\infty)$

3. 下列函数表示同一个函数的是 ( )

A. $\frac{(x-1)(x+3)}{x-1}$与 $x+3$

B. $\sqrt{(x-1)(x+1)}$与$\sqrt{x+1}\cdot\sqrt{x-1}$

C. $\sqrt{(x-1)^2}$与$|x-1|$

D. $\lg(x+2)^2$ 与 $2\lg(x+2)$

4. 函数 $y=\frac{1}{\sqrt{x-1}}+\arcsin\frac{x-1}{2}$的定义域为 (　　)

A. $(1,+\infty)$　　B. $[-1,3]$

C. $[1,3]$　　D. $(1,3]$

5. 设函数 $f(x)$的定义域为$[0,1]$,则函数 $f(x+\frac{1}{3})+(x-\frac{1}{3})$的定义域为 (　　)

A. $[\frac{1}{3},\frac{2}{3}]$　　B. $[-\frac{1}{3},\frac{2}{3}]$

C. $[\frac{1}{3},\frac{4}{3}]$　　D. $[\frac{1}{3},\frac{2}{3}]$

6. 设 $f(x)=\begin{cases}-x, x<0,\\ x, \quad x>0,\end{cases}$则 $f(0)=$ (　　)

A. 0　　B. 1

C. -1　　D. 无定义

7. 设 $f(x-1)=x(x-1)$,则 $f(x)=$ (　　)

A. $(x+1)(x+2)$　　B. $x(x+1)$

C. $x(x-1)$　　D. $(x-1)(x-2)$

8. 设 $f(x)=\frac{1}{x}$,$g(x)=1-x$,则 $f[g(x)]=$ (　　)

A. $1-\frac{1}{x}$　　B. $1+\frac{1}{x}$

C. $\frac{1}{1-x}$　　D. x

9. 设 $g(x)=1+x(x\neq 0)$，$f[g(x)]=\dfrac{1-x}{x}$，则 $f(\dfrac{1}{2})=$ （　　）

A. 0　　B. 1

C. 3　　D. -3

10. 设 $f(x)=\begin{cases}1, x>0,\\ 0, x\leqslant 0,\end{cases}$ $g(x)=\begin{cases}x-1, x\geqslant 1,\\ 1-x, x<1,\end{cases}$ 则 $g[f(x)]=$ （　　）

A. $1+f(x)$　　B. $1-f(x)$

C. $f(x)-1$　　D. $f(x)$

14. 设 $f(x)=\ln x+1$，$g(x)=\sqrt{x}+1$，则 $f[g(x)]=$ （　　）

A. $\ln\sqrt{x}+1$　　B. $\ln\sqrt{x}+2$

C. $\ln(\sqrt{x}+1)+1$　　D. $\sqrt{\ln(x+1)}+C$

12. 设 $f(\sin x)=3-\cos 2x$，则 $f(\cos x)=$ （　　）

A. $3-\sin 2x$　　B. $3+\sin 2x$

C. $3-\cos 2x$　　D. $3+\cos 2x$

13. 函数 $f(x)=2^{x-1}$ 的反函数 $f^{-1}(x)=$ （　　）

A. $\log_2(x+1)$　　B. $1+\log_2 x$

C. $\dfrac{1}{2}\log_2 x$　　D. $2\log_2 x$

14. 函数 $y=a^x$ 与 $y=\log_a x(a>0, a\neq 1)$ 的图形关于什么对称？ （　　）

A. 原点　　B. 直线 $y=x$

C. x 轴　　D. y 轴

15. 函数 $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ 的反函数是 （　　）

A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$　　B. $y=\dfrac{1-x}{1+x}$

C. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$　　D. $y=\dfrac{1+x}{1-x}$

16. 函数 $y=\pi+\operatorname{arctg}\frac{x}{2}$ 的反函数 $y=$ ( )

A. $2\operatorname{tg}(x-\pi), x\in\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right)$　　B. $\operatorname{tg}\frac{x}{2}, x\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$

C. $2\operatorname{tg}\frac{\pi}{2}, x\in\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right)$　　D. $\frac{1}{2}\operatorname{tg}x, x\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$

17. 函数 $y=3+2\cos x$ 的值域是 ( )

A. $[2,4]$　　B. $[1,5]$

C. $[-1,1]$　　D. $[-2,2]$

18. 函数 $f(x)=\sqrt{x-x^2}$ 的值域是 ( )

A. $[0,1]$　　B. $[0,+\infty]$

C. $[0,2]$　　D. $[0,\frac{1}{2}]$

19. 下列函数中是奇函数的为 ( )

A. $y=x^4-x^2$　　B. $y=x-x^2$

C. $y=\frac{a^x+a^{-x}}{2}$　　D. $y=\frac{a^x-a^{-x}}{2}$

20. 设 $f(x)$ 是奇函数，且 $F(x)=f(x)\cdot\left(\frac{1}{a^x+1}-\frac{1}{2}\right)$

其中 a 为不等于 1 的正常数，则函数 $F(x)$ 是 ( )

A. 偶函数　　B. 奇函数

C. 非奇非偶函数　　D. 奇偶性与 a 有关

21. 设 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$，则下列函数必为偶函数的是

( )

A. $|f(x)|$　　B. $-|f(x)|$

C. $-f(-x)$　　D. $f(x^2)$

22. 函数 $f(x)=x(1+\cos^3x)$ 的图形关于什么对称？ ( )

A. x 轴　　B. 直线 $y=x$

C. 坐标原点　　D. y 轴

23. 下列函数中哪个在$(0,+\infty)$内无界?　　(　　)

A. $y=e^{-x^2}$　　B. $y=\dfrac{1}{1+x^2}$

C. $y=\sin x$　　D. $y=x\sin x$

24. 下列使函数 $f(x)=\lg(x-1)$有界的区间是　　(　　)

A. $(1,2)$　　B. $(2,3)$

C. $(1,+\infty)$　　D. $(2,+\infty)$

25. 函数 $y=\sin\dfrac{1}{x}$是定义域内的　　(　　)

A. 周期函数　　B. 单调函数

C. 有界函数　　D. 无界函数

26. 下列函数中是基本初等函数的是　　(　　)

A. $f(x)=x+1$　　B. $f(x)=2x^2$

C. $f(x)=x^{\sqrt{2}}$　　D. $f(x)=\begin{cases}1, & x\geqslant 0,\\ -1, & x<0.\end{cases}$

27. 下列函数中不是初等函数的是　　(　　)

A. $f(x)=\begin{cases}x+1, & x\geqslant 0,\\ e^x, & x<0.\end{cases}$　　B. $f(x)=\arcsin\sqrt{x+1}$

C. $f(x)=\sqrt{1-x^2}+a^{\operatorname{arctg}x}$　　D. $f(x)=\dfrac{\cos^2(x+e^x)}{1-x+x^2}$

28. 在$(-\infty,+\infty)$内,是周期函数的是　　(　　)

A. $\sin x^2$　　B. $\sin 2x$

C. $x\cos x$　　D. $\arcsin x$

二、计算题

1. 设 $f\left(\dfrac{1}{x}-1\right)=\dfrac{x}{2x-1}$,求 $f(x)$,$f(x+1)$.

2. 求函数 $y=\dfrac{2^x}{2^x+1}$ 的反函数.

3. 确定函数 $f(x)=\begin{cases}\sqrt{1-x^2}, & |x|\leqslant 1,\\ x^2-1, & 1<|x|<3,\end{cases}$ 的定义域并求 $f(1)$、$f(2)$.

4. 函数 $y=\arccos\sqrt{\ln(x^2+1)}$ 是由哪些简单函数复合而成?

三、应用题与证明题

设 $f(x)=\lg(x+\sqrt{1+x^2})$,证明 $f(x)$ 是奇函数.

参考答案

一、单项选择题

1. B　2. D　3. C　4. D　5. A　6. D　7. B　8. C　9. D
10. B　11. C　12. D　13. B　14. B　15. D　16. A　17. B
18. D　19. D　20. A　21. D　22. C　23. D　25. C　26. C
27. A　28. B

二、计算题

1. **解:** $f\left(\dfrac{1}{x}-1\right)=\dfrac{x}{2x-1}=\dfrac{1}{2-\dfrac{1}{x}}=\dfrac{1}{1+1-\dfrac{1}{x}}=\dfrac{1}{1-\left(\dfrac{1}{x}-1\right)}$

令 $\dfrac{1}{x}-1=t$,则 $f(t)=\dfrac{1}{1-t}$,所以

$f(x)=\dfrac{1}{1-x}$,$f(x+1)=\dfrac{1}{1-(x+1)}=-\dfrac{1}{x}$

2. **解:** 因为 $(2^x+1)y=2^x$,所以 $2^x(1-y)=y$. 于是

$2^x=\dfrac{y}{1-y}$,即 $x=\log_2\dfrac{y}{1-y}$

所以反函数为 $y=\log_2 \dfrac{x}{1-x}$

3. **解**:定义域为$(-3,3)$.

$$f(1)=\sqrt{1-x^2}\Big|_{x=1}=\sqrt{1-1^2}=0$$

$$f(2)=(x^2-1)\Big|_{x=2}=2^2-1=3$$

4. **解**:设 $u=\sqrt{\ln(x^2+1)}$,则 $y=\arccos u$;

设 $V=\ln(x^2+1)$,则 $u=V^{\frac{1}{2}}$;

设 $W=x^2+1$,则 $V=\ln W$,

所以 $y=\arccos u, u=V^{\frac{1}{2}}, V=\ln W, W=x^2+1$ 复合而成的复合函数为 $y=\arccos\sqrt{\ln(x^2+1)}$.

三、应用题与证明题

证明:$f(-x)=\lg(-x+\sqrt{1+(-x)^2})$

$$=\lg\frac{(\sqrt{1+x^2}-x)(\sqrt{1+x^2}+x)}{x+\sqrt{1+x^2}}$$

$$=\lg\frac{(1+x^2)-x^2}{x+\sqrt{1+x^2}}=\lg\frac{1}{x+\sqrt{1+x^2}}$$

$$=-\lg(x+\sqrt{1+x^2})=-f(x)$$

所以 $f(x)$为奇函数.

重点难点举例点评

一、关于函数概念的几个要点

(1)对于函数 $y=f(x)$,当 x 取定义域内某一确定值时,通过

函数关系 f 唯一确定一个函数值 y，则称 $y=f(x)$ 为单值函数，在本课程中如无特别说明，讨论的均为单值函数；另一方面，通过函数关系 f 可确定多个函数值 y，则称 $y=f(x)$ 为多值函数.

(2)函数定义的“两要素”是：定义域与函数关系.“两要素”的含义是指：当定义域相同且函数关系也相同时，即使表示变量的字母不同，也是相同的函数.

(3)对于给定的函数表达式 $y=f(x)$，函数的定义域就是使函数表达式有意义的自变量 x 的范围.

(4)分段函数：如果函数 $y=f(x)$ 的定义域可以分成若干部分，在不同部分上由自变量 x 确定函数值 y 的对应法则也不同，则称 $y=f(x)$ 为分段函数.

(5)复合函数：设 $y=f(u)$ 和 $u=g(x)$ 是两个函数，如果 $u=g(x)$ 的值域被包含在 $y=f(u)$ 的定义域之中，则在 $u=g(x)$ 的定义域中任取自变量 x，由函数关系 g 可以唯一确定一个值 u，再由函数关系 f 可以唯一确定一个值 y，因此由 x 可以唯一确定变量 y 的一个值，称 y 为 x 的复合函数，记作 $y=f[g(x)]$；其中 u 为中间变量.复合函数的概念可以由两个函数作复合推广到有限多个函数作复合.

典型例题分析

1. 设 $y=f(x)$ 的定义域是 $[0,1]$，求(1) $y=f(x^2)$；(2) $y=f(x+\frac{1}{4})+f(x-\frac{1}{4})$ 的定义域.

答案 (1) $[-1,1]$；(2) $[\frac{1}{4},\frac{3}{4}]$.

分析 (1) $0\leqslant x^2\leqslant 1$，因此 $-1\leqslant x\leqslant 1$，所以 $y=f(x^2)$ 的定义域为 $[-1,1]$.(2) $0\leqslant x+\frac{1}{4}\leqslant 1$ 且 $0\leqslant x-\frac{1}{4}\leqslant 1$，因此 $-\frac{1}{4}\leqslant x\leqslant \frac{3}{4}$

且$\frac{1}{4}\leqslant x\leqslant\frac{5}{4}$，所以$y=f(x+\frac{1}{4})+f(x-\frac{1}{4})$的定义域为$[\frac{1}{4},\frac{3}{4}]$.

2. 下列$f(x)$与$g(x)$是相同函数的为 (　　)

A. $f(x)=x,g(x)=(\sqrt{x})^2$

B. $f(x)=\sqrt{x^2},g(x)=|x|$

C. $f(x)=\lg x^2,g(x)=2\lg x$

D. $f(x)=\lg\sqrt{x},g(x)=\frac{1}{2}\lg|x|$

答案 B

分析 A中$f(x)$的定义域为$(-\infty,+\infty)$，$g(x)$的定义域为$[0,+\infty)$，是不同函数.

C中$f(x)$的定义域为$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，$g(x)$的定义域为$(0,+\infty)$，是不同函数.

D中$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$，$g(x)$的定义域为$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，是不同函数.

B中$f(x)$与$g(x)$的定义域和函数关系均相同，是同一个函数.

3. 设$f(x)=\begin{cases}1, & |x|\leqslant 1,\\ 0, & |x|>1,\end{cases}$求函数$f[f(x)]$.

答案 1.

分析 该题重点考查分段函数的复合.

当$|x|\leqslant 1$时，$f(x)=1$，因此$f[f(x)]=f(1)=1$；当$|x|>1$时，$f(x)=0$，因此$f[f(x)]=f(0)=1$；所以$f[f(x)]=1$.

4. 设$f(x)=\ln x+1,g(x)=\sqrt{x}+1$，则$f[g(x)]=$ (　　)

A. $\ln\sqrt{x}+1$　　B. $\ln\sqrt{x}+2$

C. $\ln(\sqrt{x}+1)+1$　　D. $\sqrt{\ln(x+1)}+1$

答案 C

分析 因为$y=f(u)=\ln u+1,u=g(x)=\sqrt{x}+1$，