

全国中小学教师继续教育教材

数学教材



小学**数学**教学 与 思维能力培养

教育部师范教育司组织评审

林崇德 申继亮 主编

华艺出版社

前 言

全面推进素质教育，是当前我国现代化建设的一项紧迫任务，是我国教育事业的一场深刻变革，是教育思想和人才培养模式的重大进步。实施“中小学教师继续教育工程”，提高教师素质，是全面推进素质教育的根本保证。

开展中小学教师继续教育，课程教材建设是关键。当务之急是设计一系列适合中小学各学科教师继续教育急需的示范性课程，编写一批继续教育教材。在教材编写方面，我司采取了以下几种做法：

(1) 组织专家对全国各省（区、市）推荐的中小学教师继续教育教材进行评审，筛选出了 200 余种可供教师学习使用的优秀教材和学习参考书；

(2) 组织专门的编写队伍，编写了 61 种教材，包括中小学思想政治、教育法规、教育理论、教育技术等公共必修课教材；中小学语文、数学，中学英语、物理、化学、生物，小学社会、自然等学科专业课教材。上述教材，已经在 1999 年底以《全国中小学教师继续教育 1999 年推荐用书目录》（教师司〔1999〕60 号）的形式向全国推荐。

(3) 向全国 40 余家出版社进行招标，组织有关专家对出版社投标的教材编写大纲进行认真的评审和筛选，初步确定了 200 余种中小学教师继续教育教材。这批教材，目前正在编写过程中，将于 2001 年上半年陆续出版。我们将陆续向全国教

师进修院校、教师培训基地和中小学教师推荐，供开设中小学教师继续教育相关课程时选用。

在选择、设计和编写中小学教师继续教育教材过程中，我们遵循了以下原则：

1. 从教师可持续发展和终身学习的战略高度，在课程体系中，加强了反映现代教育思想、现代科学技术发展和应用的课程。

2. 将教育理论和教师教育实践经验密切结合，用现代教育理论和方法、优秀的课堂教学范例，从理论和实践两个方面，总结教学经验，帮助教师提高实施素质教育的能力和水平。

3. 强调教材内容的科学性、先进性、针对性和实效性，并兼顾几方面的高度统一。从教师的实际需要出发，提高培训质量。

4. 注意反映基础教育课程改革的新思想和新要求，以使教师尽快适应改革的需要。

中小学教师继续教育教材建设是一项系统工程，尚处在起步阶段，缺乏足够的经验，肯定存在许多问题。各地在使用教材的过程中，有什么问题和意见，请及时告诉我们，以便改进工作，不断加强和完善中小学教师继续教育教材体系建设。

教育部师范教育司

2000年11月1日

序

林崇德 申继亮

国运兴衰，系于教育，教育大计，教师为本。我国有近1500万各级各类教师，其中基础教育师资队伍为1000万，他们直接肩负着为国家培养21世纪新型人才的重任。尤其是在当前全面推进素质教育的进程中，教师队伍建设问题显得尤为突出。“建设高质量的教师队伍是全面推进素质教育的根本保证”（《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》），“高质量的教师队伍，是高质量教育的一个基本条件”（江泽民，在第三次全国教育工作会议上的讲话）。为此，以全面提高中小学教师素质为目标的“园丁工程”作为国务院批转教育部的《教育振兴行动计划》的重要组成部分，正在全国范围内启动、实施。作为教育理论研究者，积极参与到这项教育大厦的奠基工程中去，贡献自己的才智是义不容辞的责任。

作为中小学生心理发展与教育专业研究人员，多年来，我们一直牢记先师朱智贤教授的教导，坚持理论联系实际，坚持在中小学教育、教学一线开展心理与教育科学研究。主要围绕“学习与发展”、“教育与发展”两个主题承担了一系列研究课题，在理论构建和实践操作上都积累了一定的成果，这构成了我们策划、编写这套丛书的重要基础。

“学高人之师，身正人之范”，长期以来这是人们对教师素

质的最基本的认识。然而时代对教师素质提出了新的挑战，教师还需做到：“君子既知教之所由兴，又知教之所由废”。掌握教育教学规律是现代教师必备的素质之一。根据我国基础教育师资队伍的现状与教师教育中存在的问题，我们本着完善教师知识结构、丰富教师教育理论、提高教师实施素质教育的能力的目标和“有所言，有所不言”的原则，组织编写了这套新世纪教师教育教程。该教程包括：《教师素质论纲》，《教师教学技能导读》，《小学语文教学与思维能力培养》，《小学数学教学与思维能力培养》，《小学生心理与教育》。

我们在编写这套书的过程中，着力体现以下特点：首先，理论性。很长时间以来，中国教育学与心理学研究的一大弊端是，我们的研究缺乏属于自己的理论建构。翻开教育学与心理学的书籍，满篇尽是西方或者前苏联的观点，这成为中国研究者心中的隐痛（朱智贤，1991）。在这套丛书中，我们根据自己多年来的研究，突出地体现了我们对教师素质提高与学生能力发展的理论思考。整套丛书以两个理论观点为支撑：其一是我们的教师素质的五成份观点，即教师职业理想是其献身于教育工作的根本动力；教师的知识水平是其从事教育工作的前提；教师的教育观念是其从事教育工作的心理背景；教师的监控能力是其从事教育教学活动的核心要素；教师的教学行为与策略是其素质化外的表现形式。其二是我们的“学习与发展观”，即儿童青少年心理发展的基本规律是教育改革的出发点；培养思维品质是发展智力与培养能力的突破口；语文能力与数学能力是中小學生智力与能力的基础；从非智力因素入手来培养学生的智力与能力；融教师队伍建设、教材建设、教法改进为一体，从能力培养实验走向整体改革实验，同时我们一贯主张，教师参与教科研是提高教师素质的重要途径。这两个理论

观点是贯穿于全套丛书的两条基本主线；其次，可操作性。从1978年开始，我们坚持在中小学教学一线进行学生能力发展与培养的试验研究，致力于探索教师素质提高与学生能力发展的关系问题。在理论探讨的同时，更注重把理论应用到中小学教师教育的实践中去，并对此做了大量的研究。基于这些应用性成果，我们在书中提出了一套操作性很强的培养方案，旨在帮助中小学教师提高自己的教学能力与水平。此外，在编写之初，我们还充分考虑到中小教师的可接受性。为此，我们从参与我们课题试验研究的数千名试验教师中选择深通我们的理论想法，同时具有很高教学能力和水平的优秀试验教师参加本套丛书的撰写。正是他们的努力，使这套新世纪教师教育教程丛书增色不少！我们相信，广大中小学教师会从中受益的。

第三，适用性。本套丛书是针对中小学教师写就的，它的使用对象首先是中小学教师；同时它也可以作为将要从事基础教育的师范生，包括中师、大专和大学的教育学与心理学课程的教材。另外，本套丛书所提供的理论观点，对于教育理论研究者也是一种借鉴与争鸣。需要说明的是，本套丛书中包含了许多研究者个人化的观点，因此难免会有不周全的地方。希望各位能提出宝贵意见，以便于我们不断完善自己的理论观点，也不断完善这套丛书。

于北京师范大学发展心理研究所
1999年12月

内 容 简 介

本书以独特的理论即思维品质理论和数学学科能力理论为支撑，紧密结合小学数学教学实际，重点阐述在小学数学教学中如何培养学生的思维能力。

本书按照小学低、中、高三个学段的顺序，结合数概念、数的运算、几何初步知识、应用题的教学，同时兼顾学生心理发展的年龄特征，分别提出培养思维品质的具体措施与方法，具有较强的操作性，又体现了发展性原则。

本书寓理论于教学实践中，内容深入浅出，语言通俗易懂，可为广大一线教师提供很好的教学范例。

限于编者的水平，本套教材难免有不当之处，欢迎批评和指正，相关信息交流与服务的网址为 www.ourschool.net.cn。

目 录

第一章 小学数学教学目的	(1)
第一节 小学数学教学目的制订的依据	(1)
第二节 小学数学教学目的	(10)
第三节 我国与发达国家小学数学教学目的 的比较研究	(29)
第二章 小学生数学能力的结构与发展	(39)
第一节 关于小学生数学能力的几种观点	(39)
第二节 对小学生数学能力结构的基本认识	(45)
第三节 小学生数学能力的发展与培养	(55)
第三章 小学低年级数学教学与思维能力的培养	(63)
第一节 小学低年级数学概念教学与思维 能力的培养	(64)
第二节 小学低年级计算教学与思维能力的 培养	(84)
第三节 小学低年级应用题教学与思维能力的 培养	(95)
第四章 小学中年级数学教学与思维能力的培养	(122)
第一节 数与计算教学与思维能力的培养	(123)
第二节 几何初步知识教学与思维能力的培养	(141)
第三节 小学中年级应用题教学与思维能力的 培养	(153)

第五章 小学高年级数学教学与思维能力的培养 ·····	(169)
第一节 数概念教学与思维能力的培养 ·····	(170)
第二节 计算教学与思维能力的培养 ·····	(185)
第三节 几何初步知识教学与思维能力的培养 ·····	(196)
第四节 应用题教学与思维能力的培养 ·····	(210)
主要参考文献 ·····	(223)
后记 ·····	(225)

第五章 小学高年级数学教学与思维能力的培养 ·····	(169)
第一节 数概念教学与思维能力的培养 ·····	(170)
第二节 计算教学与思维能力的培养 ·····	(185)
第三节 几何初步知识教学与思维能力的培养 ·····	(196)
第四节 应用题教学与思维能力的培养 ·····	(210)
主要参考文献 ·····	(223)
后记 ·····	(225)

第一章 小学数学教学目的

在小学数学教育学理论中，教学目的起决定作用。数学教学目的是一切数学教育活动的起点和归宿，它制约教学内容的选择、教学过程的安排、教学方法的运用以及以何种教学组织形式开展教学活动等，可以说，教学目的是评价教学活动的准绳，是衡量教学质量的标尺。作为一名合格的小学数学教师或理论研究工作者，要认识并处理小学数学教育的实践和理论问题，有必要对小学数学教学目的进行认真研究，了解制定教学目的的主要依据，明确当前我国小学数学教学目的的具体要求及其发展变化，同时也应了解其他国家小学数学教学的要求及与我国的差异。

第一节 小学数学教学目的制订的依据

数学作为一门基础学科，历来是中小学的主要课程，也是学生必须掌握的重要基础知识和工具。它在日常生活、生产建设和科学研究中，有着广泛的应用。因此，掌握一定的数学基础知识和基本技能是我国公民应当具备的基本文化素养之一。从小给学生打好数学的初步基础，发展其思维能力，培养其创新意识、实践能力，增强其学习数学的兴趣，养成良好的学习习惯，为其将来参加生产建设和学习科学技术创造一定的必要

条件，具有十分重要的意义。

小学数学教学目的是小学数学教学大纲的核心，它是根据义务教育小学阶段的培养目标并结合数学学科特点和学生年龄特征而确定的。它受教学大纲的指导思想所制约，同时又为大纲其他部分的制订提供了依据，它体现了国家对小学数学教学的知识范围和技能、能力的水平，以及思想品德等教育因素所做的具体规定，体现了国家对小学生在接受小学教育后在数学方面的基本要求，也是小学数学教学改革的目标和方向。

小学数学教学目的，既要使学生理解、掌握系统的数学知识，又要使学生的能力和智力得到充分的发展和提高，这二者的关系是相辅相成的，辩证统一的。《九年义务教育全日制小学数学教学大纲》（试用修订版）第一次明确地把培养学生的非智力品质与知识、能力培养放在同等重要的地位，突出了数学教学的教育性。在数学教学中，教师不仅仅是传授知识，培养能力和发展智力，还必须把培养学生的非智力品质尤其是创新精神贯穿于教学的始终。该大纲中教学目的的制定，主要有以下几方面的依据：

一、义务教育小学阶段的培养目标

小学是义务教育的第一阶段，也是塑造人格的重要阶段，是促进人的身心全面发展的奠基阶段。因此，必须全面贯彻国家的教育方针，对小学生实施全面的基础教育，使学生在德、智、体诸多方面生动活泼地、主动地得到发展，为提高全民族素质，培养有理想、有道德、有文化、有纪律的社会主义现代化建设的各级各类人才奠定最初步的基础。

实施素质教育是世界教育改革的发展趋势，素质教育以全

面提高全体学生的基本素质为根本目的，注重学生的智慧与潜能的开发，注重人的健全的个性发展，培养学生的主动精神和创新意识。素质教育的精神与义务教育的宗旨是一致的，从素质教育的观点来看，小学阶段的培养目标要体现上述观点，使学生具有良好的思想素质、文化素质、身心素质和劳动素质，使个性得到健康发展。

在原国家教委制订的《九年义务教育全日制小学、初级中学课程计划》中，提出小学阶段的培养目标是：

初步具有爱祖国、爱人民、爱劳动、爱科学、爱社会主义的思想感情，初步养成关心他人、关心集体、认真负责、诚实、勤俭、勇敢、正直、合群、活泼向上等良好品德和个性品质。养成讲文明、讲礼貌、守纪律的行为习惯，初步具有自我管理以及分辨是非的能力。

具有阅读、书写、表达、计算的基本知识和基本技能，了解一些生活、自然和社会常识，初步具有基本的观察、思维、动手操作和自学的能力，养成良好的学习习惯。

初步养成锻炼身体和讲究卫生的习惯，具有健康的身体，具有较广泛的兴趣和健康爱美的情趣。

初步学会自理，会使用简单的劳动工具，养成爱劳动的习惯。

这个培养目标是根据国家对义务教育小学阶段的要求而制订的。它体现了国家对小学生在接受小学教育后应该达到的基本要求，小学各个学科都必须贯彻执行。小学数学作为九年义务教育的一门重要学科，其教学目的和要求必须完全符合小学教育的培养目标，要把小学教育培养目标具体化。

《九年义务教育全日制小学数学大纲》（试用修订版）从掌握最基础的数学知识和技能到培养数学能力和进行非智力品质

培养三方面阐述了小学数学的教学目的。小学数学教学要在德、智、体诸方面使学生获得和谐、全面的发展，不仅使小学生掌握数学的最基础的知识和技能，还要发展他们的观察力、思考力、想象力，使学生思维活跃，勇于探究，勤于思考。除培养学生具有一定的笔算能力外，还要培养学生具有根据问题情境进行估算和口算的能力；除培养学生具有初步的逻辑思维能力和空间观念外，尤其要使学生学会用数学的眼光观察和处理周围的某些事物，培养学生运用所学知识探索和解决简单实际问题的意识和能力。同时要注意有目的、有计划地结合数学知识对学生进行思想品德教育，以培养学生的非智力品质，激发学生对数学学习的兴趣，树立学好数学的信心，养成严肃认真、一丝不苟的学习习惯，具备克服困难、勇于创新意识。《九年义务教育全日制小学数学大纲》（试用修订版）把知识目标、能力目标与思想品德目标，提到了同等重要的地位，这就指明了知识教学、能力培养和思想品德教育的统一性，使小学数学的教学目的更为完整、全面，从而更好地体现小学教育的培养目标。

二、数学学科的特点

恩格斯在《反杜林论》中曾指出：“纯数学是以现实世界的空间形式和数量关系为对象的。”尽管目前数学研究的领域与范围已有很大扩展，但是始终围绕着数与形这两个基本范畴而不断发展。数学的研究对象决定着数学教学的内容应围绕着数与形展开。小学数学属于初等数学的研究领域，它应该揭示关于数与形方面最基础的知识，并通过这些基础知识的教学，培养学生对于数的计算能力（包括口算、笔算、和估算）和关于形的空间观念。同时，发展学生的初步逻辑思维能力和解决

实际问题的能力。小学数学作为数学的一个最重要、最基础的组成部分，虽然小学数学不可能像纯数学那样讲究结构严谨、推理严密，但它在一定程度上应反映纯数学本身所具有的基本特点：高度抽象性、严密的逻辑性和应用的广泛性，只是在层次和水平上大大降低要求。

(一) 高度的抽象性

抽象性并不是数学学科所独有的属性，各门学科乃至全部人类思维都具有这个特性。数学的抽象性与自然科学以及社会科学的抽象性区别在于：数学的抽象是撇开客观事物的具体内容和属性，仅仅保留空间形式和数量关系，这些形式和关系已是一种形式化的思维材料。而物理、化学等自然科学的抽象总是保留物质的某一种质的属性，把一些抽象的公式同自己某一特定领域的研究对象对应起来进行研究。

例如，我们理解公式 $A = B \times C$ ，世界上并没有这个实物，它是人类从现实世界中得出来的思维材料。在物理学中，它表示做匀速直线运动的物体：路程 = 速度 \times 时间，这是该公式的实际意义。而在数学中，它可以撇开具体的内容，成为一种形式化的材料，它既可以表示路程 = 速度 \times 时间，又可以表示长方形的面积 = 长 \times 宽，还可以表示购物总价 = 购物单价 \times 购物数量，也可以表示合格产品数 = 产品总数 \times 合格率等等。

数学从它开始产生起就具有抽象性的特点。例如，自然数 4，它可以是一匹马的腿数，也可以是一个盆里的苹果数，还可以是 4 个小学生的人数，更可以是一年四个季节的数，它可以表示天地万物间的任何包含“4”的数量关系的实物。这些关系是经过人们长期的实践把它提取出来的，在数学研究中只保留了数量关系方面的性质而摒弃其它性质（物理、化学属性）。同理，几何学中“直线”的概念也是如此，它不是教师

给学生的一根拉紧的直线，而是舍弃了它的其他性质，唯独保留直线是可以向两边无限延伸的这一特性。数学抽象的这种纯粹化，是其他学科所没有的，是比其他学科更高层次的抽象。

(二) 严密的逻辑性

前苏联数学家亚历山大洛夫曾指出：“数学具有三个特征，第一是它的抽象性，第二是精确性，或者更好地说是逻辑的严格性以及它的结论的确定性，最后是它的应用极端广泛。”数学的严密逻辑性可以解释为逻辑严密，结论精确。也就是说，作为科学的数学，它的知识结论具有严密的逻辑与演绎体系，需要经过一系列的逻辑推理而得到。

例如，物理学家要证明自己的正确结论要靠实验，而数学家得到一个数学公式或证明定理需要的是严密的逻辑推理和计算。如欧几里德的《几何原本》可以称为逻辑严密体系的典范。欧几里德用公理化（虽然不太严密）方法从少数不加定义的原始概念、公理出发，利用逻辑推理的方法，推导出整个欧氏几何体系，把丰富而零散的几何材料整理成系统严密的整体，成为人类历史上的科学杰作之一。所以说，每一个数学定理只有经过逻辑推理等严格证明才能在数学上成立。

例如，著名的哥德巴赫猜想是数学家哥德巴赫于 1742 年在与欧拉的通信中提出的：“每一个大于或等于 6 的偶数，都可以表示为两个素数的和。”二百多年来，无数的数学家付出了艰辛的劳动，经过严密的逻辑推理，先后证明了“ $2+3$ ”成立、“ $1+2$ ”成立。尤其是我国数学家陈景润于 1973 年证明了“ $1+2$ ”，在世界上引起轰动，是迄今为止最好的研究结果。

当然，由于小学生的接受能力，小学数学的教学内容不可能进行严密的证明和推理，而是通过实验或举例使学生确信结论成立。但是，其内容的编排，仍然明显地保留着前后连贯、

逻辑严密的特点。例如，由倍数的概念引出公倍数、最小公倍数的概念。

数学的抽象性、逻辑性的特点，使得小学生在学习数学时需要一定的抽象逻辑思维能力，并在学习中不断培养与发展抽象逻辑思维能力，使数学学习成为促进学生思维能力发展的动力。所以，发挥数学本身的智力价值，培养小学生初步的逻辑思维能力，自然成为小学数学的教学目的。

(三) 应用的广泛性

近现代世界史证实：国家的繁荣昌盛，关键在于高新科技的发达和经济管理的高效率，高、新科技的基础是应用科学，而应用科学的基础是数学。这一历史性结论充分说明了数学对一个国家科技发展、繁荣富强的重要作用。

1959年5月，华罗庚教授在《人民日报》发表了《大哉数学之为用》，精彩地叙述了数学的广泛应用：“宇宙之大、粒子之微，火箭之速、化工之巧，地球之变、生物之谜、日用之繁，无处不用数学。”目前，随着计算机的广泛应用，今日数学已不仅是一门科学，而且还是一种普遍性的技术，从航天到家庭，从宇宙到原子，从大型工程到工商管理，无一不受惠于数学技术。因而，今日数学兼有科学与技术的两种品质，“各门学科数学化”已成为科学研究发展的主要特点之一，它已成为人们认识世界、改造世界必不可少的重要工具。数学科学不仅帮助人们在经营中获利，而且给予人们以能力，包括创造性思维、逻辑推理、精确计算以及结论的明确无误。数学科学对提高一个民族的科学和文化素质起着非常重要的作用。

小学数学的内容是数学知识中最基础的部分，也是社会日常活动中用得最多的数学知识。因此，在小学数学教学中应当培养学生解决生活中实际问题的能力，要培养学生具有应用数