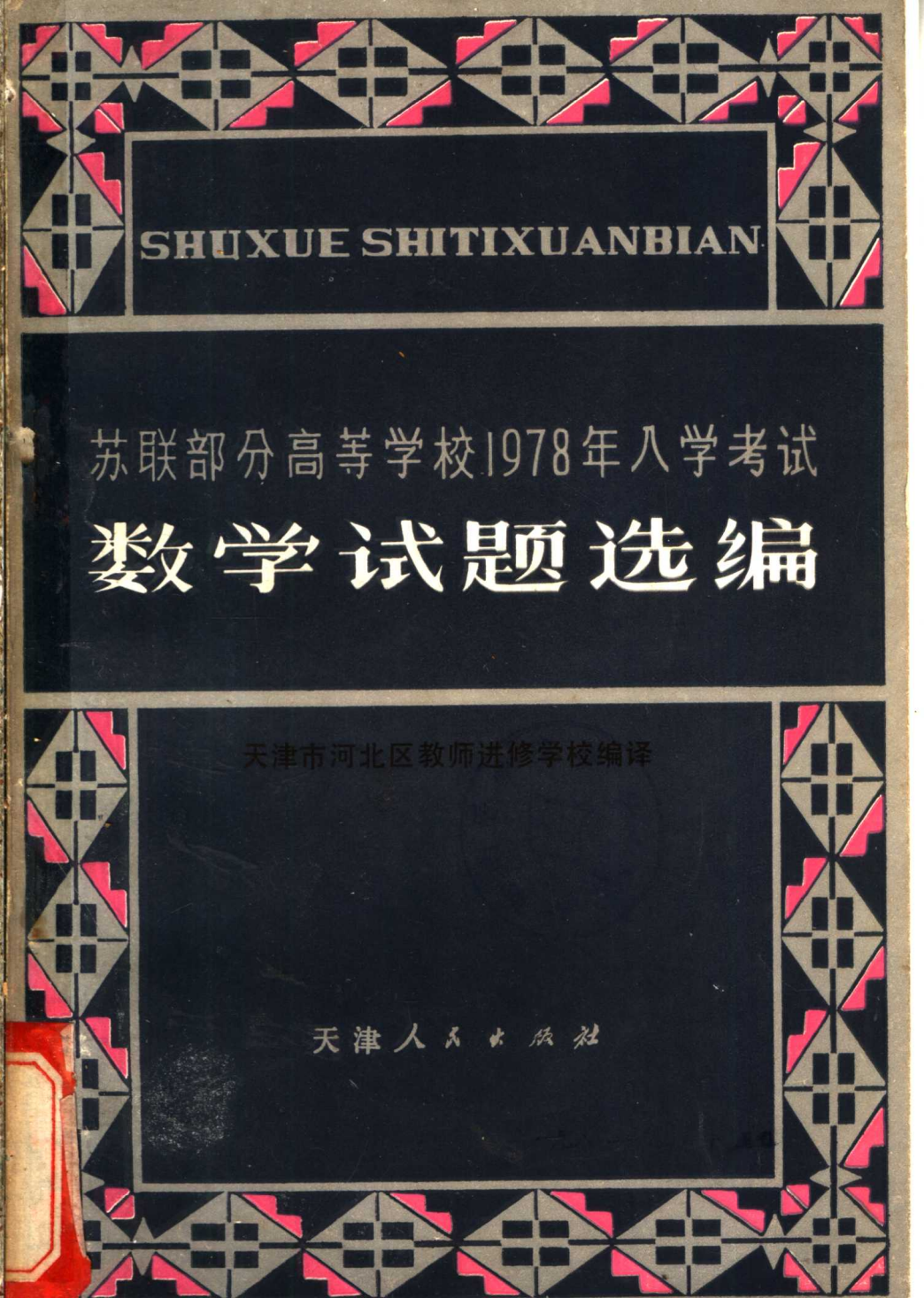




SHUXUE SHITIXUANBIAN

苏联部分高等学校1978年入学考试

数学试题选编

天津市河北区教师进修学校编译

天津人民出版社

苏联部分高等学校1978年 入学考试数学试题选编

(附提示和答案)

天津市河北区教师进修学校 编译

天津人民出版社

**苏联部分高等学校1978年
入学考试数学试题选编**

(附提示和答案)

天津市河北区教师进修学校 编译

*

天津人民出版社出版

(天津市赤峰道124号)

天津新华印刷一厂印刷 天津市新华书店发行

*

开本787×1092毫米1/32 印张3 字数58,000

一九八〇年九月第一版

一九八〇年九月第一次印刷

印数：1—55,000

统一书号：13072·9

定 价：0.23元

目 录

序 号	学 校	试 题	答案或提示
一	国立莫斯科大学	1	45
二	国立列宁格勒大学	4	53
三	国立喀山大学	7	57
四	国立新西伯利亚大学	9	58
五	国立远东大学	11	62
六	莫斯科物理工程学院	13	63
七	莫斯科物理技术学院	15	68
八	莫斯科钢铁合金学院	18	75
九	莫斯科电子技术学院	22	81
十	莫斯科航空学院	24	81
十一	喀山航空学院	26	83
十二	莫斯科航空工学院	28	84
十三	莫斯科动力学院	30	85
十四	莫斯科地质勘探学院	32	86
十五	托姆自动控制系统与无 线电电子技术学院	34	87
十六	莫斯科建筑学院	36	88
十七	莫斯科大地测量、空中 摄影和制图工程学院	37	89
十八	国立莫斯科师范学院	39	90
十九	国立列宁格勒师范学院	41	91
二十	州立莫斯科师范学院	43	92

一 国立莫斯科大学

数 学 力 学 系

1. 已知 $\sqrt{|40\sqrt{2}-57|} + \sqrt{40\sqrt{2}+57}$ 的差是整数, 求这个整数.

2. 求方程

$$\int_0^a \cos(x-a^2) dx = \sin a$$

所有属于区间 $[2, 3]$ 的解.

3. 在锐角三角形 ABC 中, 从顶点 A 和 C 向 BC 和 AB 边作高 AP 和 CQ , 已知 $\triangle ABC$ 的面积等于18, $\triangle BPQ$ 的面积等于2, 线段 PQ 的长等于 $2\sqrt{2}$, 求 $\triangle ABC$ 外接圆的半径.

4. 求使不等式组

$$\begin{cases} x^2 + 2xy - 7y^2 \geq \frac{1-a}{a+1} \\ 3x^2 + 10xy - 5y^2 \leq -2 \end{cases}$$

有解的参数 a 的所有数值.

5. 四面体 $ABCD$ 的体积等于5, 通过棱 AD 和 BC 的中点作平面, 交 CD 棱于 M 点, 这时线段 DM 的长与线段 MC 的长之比等于 $\frac{2}{3}$, 设从顶点 A 到所给的平面的距离等于1, 求用所给平面截四面体所得的截面面积.

计算数学与控制论系

1. 解不等式

$$(x-1)\sqrt{x^2-x-2} \geq 0$$

2. 求函数

$$\sqrt{3} \cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2} - \frac{x-3}{2}$$

的诸极小值点.

3. 求以下直线的方程, 这条直线通过坐标为 $(\frac{1}{2}, 2)$ 的

点与函数 $y = -\frac{x^2}{2} + 2$ 的图象相切, 并且与 $y = \sqrt{4-x^2}$ 的

函数图象交于两个不同的点.

4. 集合 A 由几个不同的自然数组成, 集合 A 中的数的个数大于 7, A 中所有数的最小公倍数等于 210, 对于 A 的任何两个数, 它的最大公约数大于 1, A 的所有数的乘积能被 1920 整除, 但又不是任何整数的平方, 求组成 A 的各个数.

5. 凸四边形 $ABCE$ 是棱锥 $ABCEH$ 的底面, 对角线 BE 把凸四边形 $ABCE$ 分成两个等积的三角形, 棱 AB 的长等于 1, 棱 BC 和 CE 的长相等, 棱 AH 和 EH 的长的和等于 $\sqrt{2}$, 棱锥的体积等于 $\frac{1}{6}$, 求被包含在棱锥 $ABCEH$ 中的所有球中

间的具有最大体积的那个球的半径.

□ 试

1. 求函数 $f(x) = a\sin x - b\cos x$ 的最小值和最大值.

2. 在自然数范围内解方程

$$A_{x-3}^2 = C_{x+2}^3 + 20$$

3. 如果所有的角平分线的长都小于 1, 证明三角形的面积小于 1.

4. 证明不等式

$$3 < \pi < 4$$

5. 作函数

$$y = \log_{|\sin x|} \frac{1}{2}$$

的图象.

6. 计算 $\log_9 40$, 已知 $\log 15 = a$, $\log_{20} 50 = b$

二 国立列宁格勒大学

数学力学系, 应用数学管理系

1. 对于哪些 a 和 b 的值 ($a, b \in \mathbb{R}^{①}$), 函数

$$f(x) = 2x^4 - a^2x^2 + b - 1$$

和 $g(x) = 2ax^3 - 1$

的图象仅有两个公共点?

2. 有多少个六位数, 它们恰恰包含四个不同的数字?

3. 解方程 ($a \in \mathbb{R}$)

$$1 + 2(\sin^2 2x - 2a \cos 2x + a) \operatorname{tg}^2 x - \cos 4x = 0$$

4. 正四棱锥相邻侧面之间的角等于 α , 底边长为 a , 求与棱锥各侧面相切又与棱锥的外接球相切的球的半径.

5. 求矢量 $\vec{a} = (x, y, z)$, 它和矢量 $\vec{b} = (y, -2z, 3x)$, $\vec{c} = (2z, 3x, -y)$ 构成相等的角, 并且 $\vec{a}$ 垂直于矢量 $\vec{d} = (1, -1, 2)$, $|\vec{a}| = 2\sqrt{3}$, 矢量 $\vec{a}$ 和轴 O_y 之间的角是钝角.

经济系经济控制专业和国民经济

计划专业, 化学系, 心理学系

1. 求以下平面图形的面积, 它由函数 $y = 4x - x^2 + 1$ 的图象及此图象在横坐标 $x = 0$ 和 $x = 3$ 的点的两条切线所围

① $\mathbb{R}$ 表示全体实数的集合, 下同.

成.

2. $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^{100}$ 的展开式的前三项系数的和等于97, 求展开式中含有 x^4 的项.

3. 求方程

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{3}{2}x\right) = 2\sin\left(\frac{3}{4}\pi + \frac{x}{2}\right)$$

属于区间 $[-\pi, \pi]$ 的解.

4. 三棱锥侧棱的长等于 a, b, c , 这些棱构成的面角是直角, 求棱锥垂直于底面的高的长度.

5. 当 a 和 b ($a, b \in \mathbb{R}$) 是什么数值时, 方程及不等式组

$$\begin{cases} 3^{2(x-y)} - 6 \cdot 3^{-2x} - 3^{-y} > 0 \\ ax + by = 5 \end{cases}$$

有解?

地理系, 地质系, 经济系政治经济专业

1. 求函数 $f(x) = (x-1)^2 \sqrt{x^2 - 2x + 3}$ 在区间 $[0, 3]$ 上的极值以及最大值和最小值.

2. 解不等式

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{x^2 + 6x + 9}{2(x+1)} + \log_2(x+1) < 0$$

3. 求如下三个数, 如果它们组成等比数列, 并且它们的和等于35, 它们的平方和等于525.

4. 解方程

$$5. \quad \frac{\sin x + \sin 3x - \sin 4x}{2(1 - \cos x)(1 - \cos 3x)} = \left(\frac{1}{4}\right) \operatorname{tg} x \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 x)^{-1}$$

5. 求边长为 a 的正六边形围绕其一边旋转所获得的旋转体的体积.

三 国立喀山大学

数 学 力 学 系

1. 解方程

$$2\sin 6x = \operatorname{tg} 2x - 2\sin 2x$$

2. 求矢量 $\vec{p}$ 的坐标, 已知它与矢量 $\vec{q} = (3, -4)$ 共线, 并且矢量 $\vec{p}$ 和轴 O_x 成钝角, $|\vec{p}| = 10$.

3. 棱锥的底面是一个等腰三角形, 三角形的腰等于 a , 顶角等于 α , 所有的侧面对底平面的倾角为 β , 求棱锥的体积.

4. 在坐标平面上作出以下点集, 这些点的坐标满足不等式

$$\log_{1+y}(1 + \sin x) > 1$$

计算数学与控制论系

1. 解方程

$$2\sin^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 2\sin^2 x - \operatorname{tg} x$$

2. 解不等式

$$|3^x - 3| + 9^x - 3 > 0$$

3. 一个直平行六面体内接于一个高为 H 和底边为 a 的正四棱锥中, 平行六面体的底面是边长为 b 的正方形, 它的下

底面在棱锥的底面上，而上底面的各顶点在棱锥的侧棱上，当 b 是什么值时，内接平行六面体的体积为最大？求 b 取此值时它的体积。

4. 路上放着一些相互距离为10米的杆子，一个工人从一棵最边缘的杆子开始，一棵棵地把所有的杆子搬到另一棵最边缘的杆子那边去，为此这个工人总共得走完1.44公里的路程，问在路上放着多少棵杆子？

物 理 系

1. 解方程

$$\sin x - \frac{|2\cos x - 1|}{2\cos x - 1} \sin^2 x = \sin^2 x$$

2. 解方程组

$$\begin{cases} x^2 + \frac{y^2}{x} = 28 \\ \log_9 x - \log_{\frac{1}{9}} y = \frac{3}{2} \end{cases}$$

3. 在曲线 $y = x^3 - 3x^2 + 2$ 上求出这样的一些点，这些点上的切线与直线 $y = 3x$ 平行。

4. 正四棱锥的侧面之间的二面角等于 α ，而底面的边等于 a ，求棱锥的体积。

四 国立新西伯利亚大学

数学力学系, 物理系, 经济系

1. 一汽车匀速行驶, 然后以 2 米/秒^2 的匀减速度开始刹车并停了下来, 已知在停车前的最后 5 秒钟汽车驶过前面 10 秒内所走过距离的 $\frac{1}{7}$, 求汽车的初速度.

2. 解方程

$$\frac{\sin x + \sin 3x}{\sqrt{2} |\cos x|} = \sin 2x + \cos 2x$$

3. 已知半径为 3 和 1 的两个圆在一平面上, 两个圆的圆心距离为 $2\sqrt{2}$, 直线 l 是这两个圆的公切线, 一个三角形, 它的三个顶点分别是两个切点及两圆交点中距 l 最近的一个, 求这个三角形的面积.

4. 求对于参变数 a 的哪些实数值, 使得不等式 $\log_x(5x^2 - 8x + 3) > 2$ 的所有解同时是不等式 $x^2 - 2x - a^4 + 1 \geq 0$ 的解.

5. 正四棱台 $ABCD A' B' C' D'$ 中, 下底面 $ABCD$ 是边长为 3 的正方形, 上底面 $A' B' C' D'$ 是边长为 1 的正方形, 侧棱 AA' , BB' , CC' , DD' 的长为 3, 点 M 是棱 $C' D'$ 的中点, 过点 M 引直线, 与直线 AA' 和 BC 在点 P 和 Q 相交, 求线段 PQ 的长.

自然科学系，地球物理地质系

1. 解方程组

$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 + 3xy = 12 \\ (x+y)^2 - \frac{1}{2}y^2 = 7 \end{cases}$$

2. 解方程

$$1 - \cos 3x \operatorname{ctg} x = \sin 3x$$

3. 在 $\triangle ABC$ 中，在 AB 边上以如下的方式取点 D ，使线段 BD 的长是线段 AD 长的4倍，点 O_1 和 O_2 是 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCD$ 外接圆的圆心，已知直线 O_1O_2 平行于直线 BC ，问直线 O_1O_2 按什么比例把 $\triangle ABC$ 的面积分成两部分？

4. 解不等式

$$\log_2 \left(1 + \frac{1}{x} \right) + \log_{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{x}{4} \right) \geq 1$$

5. 已知底为 $ABCD$ 和侧棱为 AA' ， BB' ， CC' ， DD' 的立方体，点 N 是棱 AB 的中点，点 M 是棱 BB' 的中点， O 是面 $BCC'B'$ 的对角线的交点，过点 O 作直线，此直线分别与直线 AM 和 CN 交于 P 和 Q ，如果已知立方体的棱长为1，求线段 PQ 的长。

五 国立远东大学

物理系 口试

1. 解方程

$$(\sqrt[3]{x})^{(\log_x 11) - 2} = 11$$

2. 解不等式

$$\log_{x-3}(x-1) < 2$$

3. 由数字 0, 1, 3, 4, 5 可以组成多少个没有重复数目字的不同的五位奇数?

4. 如果电话号码由五个数目字组成, 问有多少个含有组合 12 的电话号码?

5. 求函数

$$y = \cos^2 x + \cos x + 3$$

的最大值和最小值.

6. 求底面为正方形容量为 32 米³ 的露天水库的大小, 使得用来砌水库底部和墙的镶面材料花费最少.

7. 计算图形面积, 此图形由 $y = -3x^2 - |x| + 3$, $y = 0$ 所围成.

8. 两个工人共同工作, 可以在 4 小时内完成任务. 若二人都单独工作, 甲可以比乙早 6 个小时作完, 问若单独工作, 甲, 乙各需多少时间可以完成任务?

9. 求三棱锥的高 h , 设棱锥侧棱的长等于 a, b, c ,

而顶角的所有面角都是直角。

10. 正三棱锥有一外接球，此正三棱锥顶点上的面角为 α ，求此球体积与棱锥体积之比。

六 莫斯科物理工程学院

(一)

1. 海水按质量计算含盐 5%，问需把多少淡水加入 30 公斤的海水中，才能使盐的浓度（按质量计算）到达 $P\%$ ？

2. 棱锥 $SABCD$ 的底面是一个矩形 $ABCD$, $AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$, $|AB| = 3$, $|BC| = 4$, 棱锥所有的侧棱与底面构成相等的角，设棱锥外接球半径为 6.5, 求直线 BS 与 CS 之间夹角的大小。

3. 求以下图形的面积，它由直线 $y = -8x - 46$, 及抛物线 $y = 4x^2 + ax + 2$ 所围成，已知抛物线在点 $x = -5$ 处的切线与 O_x 轴的夹角为 $\pi - \arctg 20$ 。

4. 解方程

$$\cos 5x \operatorname{tg} 6|x| + \sin 5x = 0$$

(二)

1. 求所有除以 3 余 2 的三位自然数之和。

2. 棱锥 $SABC$ 底面为一等腰 $\triangle ABC$, $|AB| = |AC| = a$, $\angle ABC = \varphi$, 直线 AS 与棱锥底平面构成的角的角度为 α , 侧面 BSC 与棱锥底面构成的角度为 β , $\angle SAC = \angle SAB$, 求棱锥 $KSLC$ 的体积, 已知 K 点与 L 点分别在棱 AS 及 BS 上, $\triangle KSL$ 与 $\triangle ABS$ 的面积比为 4:25。