

测绘科技专著出版基金资助

小波变换理论及在遥感 影像压缩中的应用

XIAOBO BIANHUAN LILUN JI ZAI YAOGAN
YINGXIANG YASUO ZHONG DE YINGYONG

耿则勋 著

测绘出版社

测绘科技专著出版基金资助

小波理论及在 遥感影像压缩中的应用

耿则勋 著

测 绘 出 版 社

· 北京 ·

内 容 提 要

本书从工程应用的角度出发,介绍了小波变换的基本理论、小波变换与子带分解以及小波变换在影像压缩方面的应用。书中首先系统介绍了小波变换的定义、多分辨率分析、第二代小波变换、小波变换与子带分解等理论,给出了实际工程应用中小波变换的具体实现框图、边界的处理方法以及快速算法,然后介绍了基于小波变换的遥感影像压缩的有关理论,提出了评价图像压缩几何畸变的度量方法,最后介绍了几种基于小波变换的影像压缩产品的特点、性能,可供理论研究和产品开发人员参考。本书的特点是面向工程技术应用,通俗易懂,便于自学,可作为摄影测量与遥感、数字图像处理等专业的教材以及工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

小波理论及在遥感影像压缩中的应用/耿则勋著.

北京:测绘出版社,2001.8

ISBN 7-5030-0980-2

I. 小... II. 耿... III. ①小波分析-数学理论

②小波分析-应用-遥感成像 IV. 0177

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 10206 号

测绘出版社出版发行

(100054 北京市宣武区白纸坊西街 3 号 (010) 63510007)

三河市艺苑印刷厂印刷·新华书店经销

2002 年 6 月第一版·2002 年 6 月第一次印刷

成品尺寸:297×210·印张:7.5

字数:237千字·印数:0001~2000 册

定价:20.00 元

目 录

第一章 概论	(1)
§ 1.1 图像压缩的历史和现状	(1)
§ 1.2 静止图像压缩方法分类和几种压缩技术分析	(2)
§ 1.3 基于小波变换的图像压缩现状分析	(5)
§ 1.4 图像有损压缩的质量评价	(6)
§ 1.5 本书主要内容及安排	(7)
第二章 小波变换的基本理论	(9)
§ 2.1 小波变换的定义	(9)
§ 2.2 小波变换的特征	(10)
§ 2.3 离散小波变换	(14)
§ 2.4 多分辨率分析	(15)
§ 2.5 一维离散数字信号的正交小波分解	(17)
§ 2.6 二维离散数字信号的正交小波分解	(20)
§ 2.7 双正交小波及小波包介绍	(23)
§ 2.8 第二代小波变换	(24)
§ 2.9 本章小结.....	(27)
第三章 小波变换的边界处理与快速算法	(28)
§ 3.1 小波变换的边界处理	(28)
§ 3.2 小波变换的快速算法	(37)
§ 3.3 双正交小波变换的边界处理与快速算法	(40)
§ 3.4 实验结果	(44)
§ 3.5 本章小结	(45)
第四章 小波变换与子带分解	(47)
§ 4.1 多速率信号处理	(47)
§ 4.2 半带、镜像和功率互补滤波器	(53)
§ 4.3 两频道滤波器组	(55)
§ 4.4 M 带滤波器组	(57)
§ 4.5 紧支集正交小波与 2-子带、准酉交、PR-QMF FIR	(66)
第五章 遥感影像小波变换的统计特性	(67)
§ 5.1 引言	(67)
§ 5.2 二维图像信号正交小波分解的直观解释	(67)
§ 5.3 广义高斯分布与 K-S 检验	(68)
§ 5.4 遥感影像小波变换后的统计特性	(72)
§ 5.5 实验结果	(74)
§ 5.6 本章小结	(76)
第六章 图像有损压缩几何畸变的度量方法	(77)
§ 6.1 引言	(77)
§ 6.2 主观评价准则介绍	(77)

§ 6.3	辐射畸变的客观评价准则介绍	(79)
§ 6.4	一种评价图像压缩对图像量测性能影响的方法	(79)
§ 6.5	实验结果及结论	(81)
§ 6.6	本章小结	(82)
第七章	基于小波变换的遥感影像保持量测精度有损压缩	(84)
§ 7.1	引言	(84)
§ 7.2	小波基的选取	(84)
§ 7.3	正交小波分解中低频系数与高频系数之间的关系	(85)
§ 7.4	Bit 分配	(87)
§ 7.5	标量量化	(88)
§ 7.6	遥感影像保持量测精度的有损压缩	(90)
§ 7.7	实验结果	(91)
§ 7.8	本章小结	(92)
第八章	基于小波变换的图像压缩产品介绍	(93)
§ 8.1	国际标准组织 ISO/IEC 图像压缩标准对小波的考虑	(93)
§ 8.2	ADV601 多模式视频编/解码芯片	(94)
§ 8.3	小波变换应用于指纹图像压缩的软件产品介绍	(100)
§ 8.4	利用小波系数零树结构的嵌入图像编码	(109)
参考文献		(114)

第一章 概 论

§ 1.1 图像压缩的历史和现状

1. 图像压缩的必要性和可能性

在各种信息媒体中图像信号所包含的信息是最为丰富的。如果用文字来描述一幅图像的内容,也许用千言万语也不能尽善尽美地描述它。随着信息处理、计算机和通信技术的发展,人们在利用、交换和存储信息的过程中不再满足于单一媒体信息,而致力于集声、文、图等多种媒体携带的信息。多媒体技术、高分辨率影像技术和宽带业务数字网是当今信息科学研究领域的三大热点课题,有着极其广阔的应用前景和经济效益。然而所有这些都与图像通信即图像的传输与存储有关,所以图像通信在现代信息交换中占有越来越重要的地位。

但在图像的传输与存储中所面临的一个非常关键的问题就是数字图像巨大的数据量对一定容量的传输通道和存储介质造成巨大的压力和困难。如一幅 640×480 中等分辨率的彩色图像(24bit/pixel),其数据量约为 7.37MB/帧。如果是活动图像(如电视电话、会议电视),以 30 帧/s 的速度播放,则视频信号的传输率为 220MB/s。如果存放在 600MB 的光盘中,只能播放 20 秒钟。在数字摄影测量与遥感领域,数字图像数据量的巨大更令人吃惊。一幅标准 $23\text{cm} \times 23\text{cm}$ 的航空影像,若按 $50\mu\text{m}$ 间隔,每像素 8bit 扫描,其数据量高达 20MB,而一颗卫星每半小时即可发回一次全波段(5 个波段)数据,而一个波段的红外云图即为 $(2291 \times 2190 \times 8)$ bit,占 4.90MB,每天的数据量高达 1.2GB^[5]。由此可见,信息时代带来信息爆炸。图像压缩的必要性及其社会效益、经济效益将越来越明显。反之,如果不进行压缩,则无论传输或存储都很难实用化。

有幸的是,现实中的图像数据是可以压缩的。实际测算表明,数字图像的数据之间存在较强的相关性或冗余度。这种冗余度有三种表示方法。一、空间冗余度。它是由相邻像素值之间的相关性造成的。二、频谱冗余度。它是由不同的彩色平面(例如在 R、G、B 彩色图像中)或频谱带的相关性造成的。三、帧间冗余度。它是由图像序列不同的帧之间的相关性造成的。正是由于这种冗余度形成生理视觉上的冗余度。若去掉这些冗余度,并不影响视觉上的图像质量。正因为如此,可以在允许保真度的条件下压缩图像数据,以大大减少存储容量和传输时的信道容量。

2. 图像压缩的历史

图像数据压缩的研究已有 40 余年的历史。早在 1948 年,Oliver 就提出了电视信号的 PCM(Pulse Code Modulation,简写 PCM)的编码理论^[30]。1952 年,Oliver^[31]、Kretzmer^[33]、Harrison^[32]将线性预测用于预测编码。

1958 年,Graham 首次用计算机模拟实验的方法,研究静止图像前值预测 DPCM(Differential Pulse Code Modulation,简称 DPCM)编码法,获得了 3~4 bit/pixel 时图像质量优良的结果^[34]。1966 年,O'Neal 对三种典型静止图像作了系统研究^[35],为 DPCM 预测编码法奠定了理论基础。

60 年代末至 70 年代初,出现了图像的变换编码^[36]。最初的概念是建立在 Fourier 变换^[37~38]、Hadamard 变换^[39~40]、Karhunen-Loeve(K-L 变换)^[42]以及余弦变换^[43]的基础之上。此后其它图像变换编码方法才发展起来。80 年代,特别是 1980 年 LBG 算法^[43]的提出,使矢量量化(Vector Quantization,简称 VQ)的研究从理论走向实用,矢量量化在图像编码中的应用从此得到迅速发展。Gersho^[44]、Baker^[45]、Muralkami^[46]等许多学者对 VQ 进行了研究,出现了一系列矢量量化方案^[47,48],使 VQ 在当时成为新的研究热点。

值得一提的是 80 年代末至 90 年代初,自适应离散余弦变换(Adaptive Discrete Cosine Transform,简称 ADCT)编码技术已趋成熟,先后建立了三个国际标准,即电视电话/会议电视的 H. 261 建议、静止图像的 JPEG(Joint Photographic Experts Group)建议标准和活动图像的 MPEG(Moving Pictures Expert Group,简称 MPEG)建议的国际标准。其中 ADCT 技术以其综合的优越性成为首选技术标准。此外,自 80 年代末期以来也开始出现了新一代图像编码方法的研究。文献[23]将 1988 以前主要研究图像编码的方法称为“经典法”,而将此后的有发展方向的方法,如模型法、分形几何法、小波变换法、神经网络法等称为“现代法”。

3. 图像压缩的压缩比

图像数据压缩的目的就是通过去除或减少图像数据间的冗余度来减少表示一幅图像所需的比特(bit)数。一般用压缩比 CR(Compression Ratio,简称 CR)来度量某种压缩编码的压缩效率,其定义为:

$CR = \text{压缩前图像每像素的 bit 数} / \text{压缩后图像每像素的平均 bit 数}$ 。

§ 1.2 静止图像压缩方法的分类和几种现代图像压缩技术分析

1. 静止图像压缩方法的分类

作为处理对象为静止图像的数据压缩有着非常广泛的应用前景。例如遥感图像的传输与存储、图像文献资料的传输与存储、医疗图像的传输与存储等。因而研究此问题有着重要的意义。静止图像的压缩已有几十年的历史,其方法也是多种多样,但基本上可分为两大类:有损编码(Lossy Coding)和无损编码(Lossless Coding)。图 1.2.1 列出了不同的压缩方法^[4]。

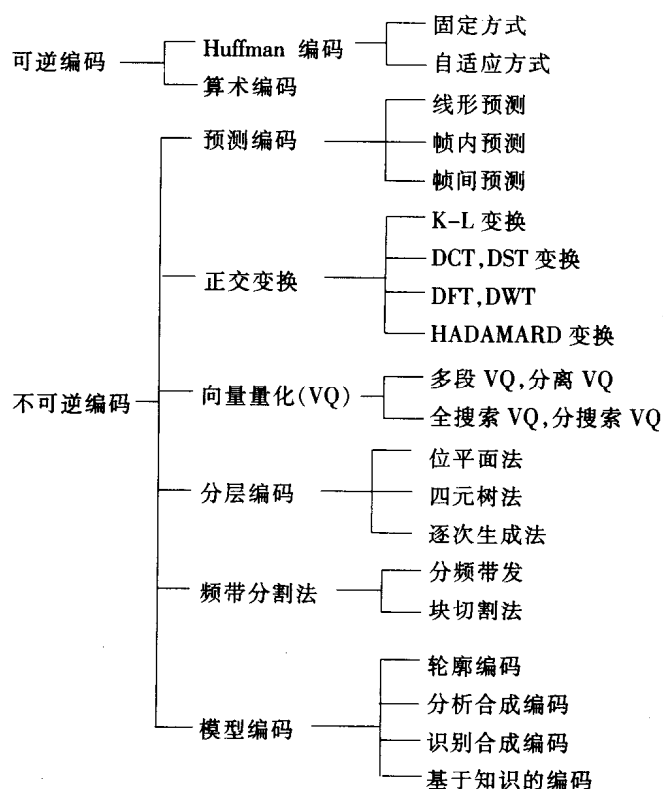


图 1.2.1 静止图像压缩方法分类

无损编码也称为信息保持编码或可逆编码(Reversible Coding),其解压图像数据与原始图像数据完全相同。由于无损压缩中没有量化误差(或量化噪声),故对中等复杂度的图像,无损压缩可达到 2:1 左右的压缩比。有损压缩亦称不可逆编码(Irreversible Coding)。相对于原始图像来说,有损压缩的重建图像有一定程度的损伤。这种损伤主要产生于量化过程之中。有损压缩的方法较多,下面对几种现代有损

压缩方法作一简单分析。

2. 几种现代图像压缩方法分析

(1) 变换编码^[37~42]

变换编码就是利用变换(一般是正交变换)的方法尽可能去掉原始图像像素值之间的统计相关性并实现能量集中(图像块中像素的能量集中到少量的变换系数),然后结合对变换系数的量化措施达到压缩的目的。在变换编码中,首先将待压缩的图像分成一定大小的图像子块,然后对各图像子块进行正交变换,接着对得到的变换系数进行量化编码。在变换编码的早期,人们研究了各种正交变换,如 FFT(Fast Fourier Transform)^[37~38],K-L(Karhunen-Loeve)变换^[41],HADAMAD 变换,DCT(Discrete Cosine Transform),DST(Discrete Sine Transform)。特别是 DCT,由于其性能非常接近 K-L 变换^[4]而得到广泛的应用。在 JPEG 的方案初选(1987 年 7 月)和终选(1987 年 12 月)中战胜众多竞争方案而入选^[23],块的最佳尺寸也定为 8×8 像素^[55]。变换编码的特点在于,相对于 DPCM 法而言,压缩比高时图像质量较好。在变换编码中,区域取样时可将误码的影响限制在一个方块内,且影响也小于 PCM 或 DPCM。再者,对高质量的图像,一般的 DPCM 编码要求信道的误码率不大于 10^{-6} ,而变换编码只要求信道的误码率不大于 10^{-4} ^[14],此外,变换编码对图像统计特性的变化不那么敏感。由于在变换编码中采用分块的策略,故在低比特率时,解压图像会出现“方块效应”。

(2) 子带编码(Sub-Band Coding,简称为 SBC)

子带编码技术首先用于语音编码^[11]。在图像编码方面,自[51]进行图像的子带编码后,大量文献^[52~54]对图像的子带编码进行了深入的研究。图像子带编码时,先用带通滤波器将信号分解成不同的子带。为使这种分解能够精确重建(在没有量化噪声时)以及对消频带分解中的混叠效应,一般采用正交镜像滤波器组 QMFB(Quadrature Mirror Filter Bank,简称 QMFB),如图 1.2.2。

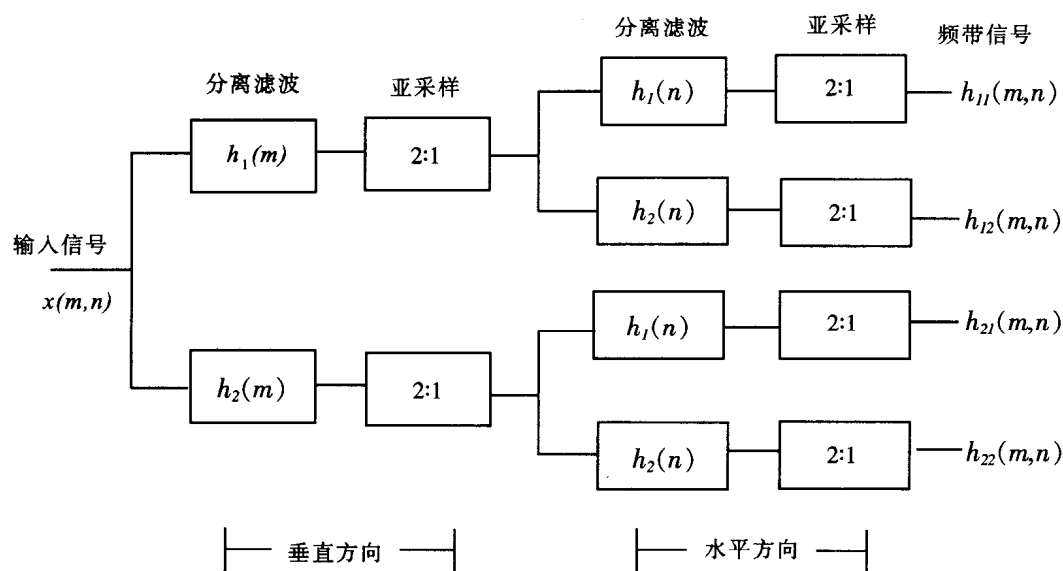


图 1.2.2 利用 QMF 的二维频带分离

分解后不同频带的信号具有不同的统计特性,因而可采用各自合适的量化方案进行编码。图像子带编码的优点在于,由于人类视觉系统对不同频带上的编码噪声具有不同的敏感度,可利用这点实现更高的压缩比,具体表现为^[5]:

①解压图像的客观质量好。如对于 8bit/pixel 的灰度图像,在码率 0.67~2bit/pixel 的压缩范围内,自适应的 SBC 解压图像的峰值信噪比 PSNR(Peak Signal-to-Noise Ratio,简称 PSNR)要比 ADCT,VQ 等恢复图像的 PSNR 高^[51]。

②主观效果好。当编码率较低时,SBC 在图像的边缘处的量化噪声看起来不那么讨厌,而且没有变

换编码的方块效应^[51~55]。由于在 SBC 中对每个子带可以进行独立的量化,允许有更灵活的 bit 分配、编码方案设计,故一般情况下都能得到比全带信号编码更好的主观质量。

③SBC 与变换编码的复杂度差不多^[51]但采用子带编码也有不尽如人意之处^[5],主要有:

- 采用 QMF 所得到的完美混叠对消性能,完全建立在量化噪声为零的假设前提下。这虽然使理论分析大为简化,但却明显地不符合数据压缩的实际情况。如何设计一个能使量化与混叠的联合误差效应最小的滤波器组,目前这一问题还没有完全解决。
- 高效率(计算简便与混叠对消)的可分离 QMFB 分解与能在一定程度上匹配 HVS(Human Visual System,简称 HVS)生理机制的方向滤波分解,尚未能较好地统一(或兼顾)。
- 欲进一步提高编码效率,必须更好地利用图像信号的非平稳性质与视觉误差的感知准则,这就要求有更灵活的时支(time-support)一带宽组合表示方法,作为强有力的时频分析工具。

需要指出的是,对上述后两点来说,小波滤波器正好能克服这两方面的不足,所以小波分解用于图像编码将比一般的子带编码更有前途。小波分解实际上亦是子带分解,只不过小波滤波器比一般的 QMF 更特殊而已。这方面将在后面章节详细介绍。

(3) 分形编码^[5,23]

分形是 Mandelbrot 于 1986 年提出的新概念^[58]。分形最显著的特点是自相似性(Self-Similarity),也就是几何尺度不论如何变化,景物任何一小部分的形状都与较大部分的形状极为相似。这种尺度不变性(Scale-Invariance)在自然现象中广泛存在。分形用于图像编码比较有效的方法是 1988 年 Barnsley 提出的迭代函数系统 IFS(Iterated Function System,简称为 IFS)^[57]。他把一幅图像分解为若干类景物的子图像,对每一类子图像寻找出一个分形算法,称为 IFS 码,使这组 IFS 码所综合的分形图像在主观质量与原始图像相似,而其数据量则比起原始图像要少得多,因而可以获得极高的压缩比。据报道,典型的卫星遥感图像可以划分为 200 多种子图像,压缩比可达 1000:1。分形编码起步较晚,由于高压压缩比的潜在能力而引人注目。我国在这方面研究取得较大成就^[27,28]。分形编码的高压缩比只能针对一些特殊的图像和人造景物,难以期望在较低的失真度条件下,对一切图像分形编码都可得到极高的压缩比。此外,就目前的分形压缩技术而言,人机交互方式占有重要的地位,分形压缩的高压缩比以其编码过程的费时费力为代价(在以双 68020—CPU,并带有 Auraro 图形终端的 Masscomp 5600 工作站上,编码一幅复杂的彩色图像约需 100 小时,解码则需 30 分钟),难以实现实时自动压缩。因此,在有关自动压缩原理与算法(特别是 IFS 代码的自动或半自动生成)、失真度或相似性准则、提高压缩比与降低失真度的细节、实用化编码方法与硬件实现等方面,都有待继续深入的研究与探索^[5]。

(4) 神经网络用于图像编码^[9,23]

神经网络在图像压缩编码中的应用,可以说是从几年前才开始引起人们注意的,主要包括以下三方面的应用:

①神经网络在图像变换编码中的应用。这里的变换既包括传统的正交变换,也包括用神经网络进行的变换。L. O. Chua 和 T. Lin 1988 年用神经网络实现传统的图像变换编码^[6],他们证明,传统变换编码中的“三步”处理(空域数据的正交变换、变换域数据的量化、量化数据的编码)可以归结为“一步”完成的最优化问题,这个最优化问题可以通过构造一个合适的 Hopfield 神经网络来解决^[59~64]。

②神经网络在矢量量化中的应用。N. M. Narabadi 和 Y. Feng 1988 年利用 Kohonen 自组织特征映射的神经网络设计图像矢量量化的码书^[65],恢复图像的质量较好,不劣于用传统的 LBG 算法设计的码书。用神经网络设计 VQ 的码书的研究可见文献^[9],^[66~67]。

③神经网络在图像预测编码中的应用。该方面的研究见文献^[68]。作者用此网络以及有师学习,设计了一维 DPCM 预测器。对静止图像的计算机模拟表明,该 DPCM 编码优于标准线性 DPCM 系统。

总之,神经网络用于图像编码已取得一些进展,然而还有许多值得研究的问题,如开发实用的学习算法,克服 BP 算法的不足;研究神经网络用于图像压缩时训练集的选择问题;探索新的基于神经网络的图像压缩途径等^[9]。

§ 1.3 基于小波变换的图像压缩现状分析

1. 小波理论的简单历史回顾

小波分析(Wavelet Analysis)被认为是傅里叶分析(Fourier Analysis)发展史上新的里程碑。小波(Wavelet)以及小波变换(Wavelet Transform)的最初概念是法国地球物理学家 Morlet 在进行地震信号分析时于 1984 年提出^[92]。此文一发表立刻引起强烈反响,经三年短暂发展,于 1987 年 12 月在法国马赛(Marseille)召开了第一次小波会议。Grossmann 和 Morlet 认为,任何一个可度量的、二次可积的一维函数 $f(x)$ (其所属的矢量空间表示为 $L^2(R)$) 能从小波簇 $\{|a|^{-1/2}\psi(a^{-1}(x-b)), a \neq 0, b \in R\}$ 的分解上得到特征化,其中 $\psi(x)$ 是基本小波。之后,法国数学家 Meyer 在理论上对小波做了系统研究,并指出小波理论和积分算子理论之间存在有深刻的联系,他的研究极大地丰富了现代调和分析的内容。并且 Meyer 和 Stromberg 对离散小波变换的贡献使小波变换成为重要的实用工具。继 Meyer 的离散小波之后, Lemarie 和 Battle 又分别独立地给出具有指数衰减的小波函数。至 1990 年,日本京都的国际数学大会,小波理论得到了深入和长足的发展。同时法国的信号处理专家 Mallat 提出了多分辨率分析的概念,统一了在此之前 Stromberg, Meyer 等人提出的具体小波的构造^[118],他给出了对推广小波的应用具有重大意义的著名算法——Mallat 算法,为此他荣获了 1990 年度 IEEE Signal Processing Society 的论文奖。同期,在美国的小波研究带头人之一的 Daubechies^[78] 构造了具有有限支集的正交小波基。基于样条函数的斜交小波基也由崔锦泰(Texas, A&M 大学)和王建忠提出,并讨论具有最好局部化性质的尺度函数和小波函数^[98]。小波包(Wavelet Packets)和小波包库(Library of Wavelet Packets)概念^[100,101] 的出现对特殊信号的处理、选择最好正交小波基开辟了一条有效途径。

2. 图像的小波分解

所谓小波就是某个满足一定条件的函数 ψ 经过膨胀和平移形成的一簇函数:

$$\psi_{ab}(x) = |a|^{-1/2} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \quad (1.3.1)$$

其中, $a \neq 0$ 为尺度参数, b 为位置参数。小波变换或小波分解的基本思想就是将任一平方可积函数或能量有限信号表示成小波分量的叠加。

对信号进行小波分解的有效途径是利用多分辨率分析 MA(Multiresolution Analysis, 简称 MA)^[118]。在 MA 的框架下,利用可分离滤波器,二维图像信号的小波分解可以表示如图 1.3.1 所示。其中的 D_i^j ($-2 \leq i \leq -1, j = LH, HL, HH$), A_i^L 有如下解释:

如果将原始数字图像 X 看作是在最高分辨率下(比如说分辨率为 1)的二维信号,则 A_i^L 表示在 $1/2^i$ 分辨率下 X 的近似图像(或模糊图像), D_i^L 则表示 $1/2^i$ 分辨率下 X 的水平方向高频、垂直方向低频的细节图像(垂直边缘), D_i^{HL} 则表示水平方向低频、垂直方向高频的细节图像(水平边缘),而 D_i^{HH} 则表示水平与垂直同时为高频(角点)的细节图像,其余依此类推。随着分解层数的增多,分辨率以 2 的幂数降低。这样,图像的小波分解就形成了一种分辨率由粗到精的多级信息表示形式。

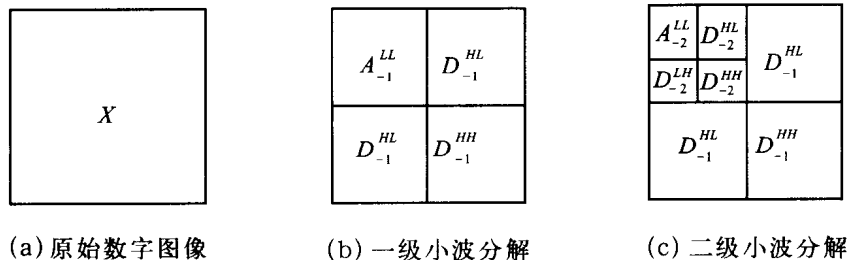


图 1.3.1 图像的小波分解

3. 基于小波变换的图像压缩现状

图像的上述小波分解的数据结构,非常适宜于图像压缩编码。主要是由于:

①小波分解可以看作是信号在一组独立的不同空间频率通道上的分解^[69]。从这个意义上看,有可能

将小波分解与 HVS 的空间方向分解特性更好地结合起来,从而达到在同样的码率下获得主观质量更好的图像,或者在相同的主观质量下得到更高的压缩比。

②小波变换采用塔形分解的数据结构,分辨率由粗到精,与人眼由粗到精、由全貌到细节处理视频信息的模式相一致,这是小波变换与 HVS 相结合改善图像质量与压缩性能的又一有利条件。

③小波变换本质上是全局变换,其重建图像中可免除采用分块正交变换所固有的“方块效应”。

④小波变换具有时间—频率定位能力,并初步实现了图像中平稳成分和非平稳成分的分离^[8]。低频成分精确定位于频率域,且基本上是平稳的,高频成分精确定位于空间域,且为非平稳的。处理非平稳信号是统计信号处理的一个难点,但对于图像,其非平稳成分通常表现为边缘、纹理等。这些非平稳成分被小波变换精确定位以后有可能实现图像的高效编码。

正是由于小波变换的这种有利条件,在基于小波变换的视频图像压缩方面取得了一系列优良的结果。主要有小波变换结合标量量化^[8,21,22,70],其中文献[70]对测试图像 Lena 得到 0.088bpp(Bit Per Pixel,简称为 bpp)时(相当于 100:1 的压缩比)其图像仍可辨识的结果(没有给出客观评价准则的 PSNR 指标,其中解压图像质量评价的客观准则在下一节介绍)。还有双正交小波变换结合矢量量化^[71~76];利用树结构表示小波分解系数并在此基础上采取不同的量化策略及编码方案^{[77][71~83]}等。基于小波变换的图像编码在硬件实现上甚至可以作到比 DCT, VQ 或其它 SBC 更简便,故国际上许多学者和研究人员都对基于小波变换的图像压缩进行了大量深入的研究,取得了许多优秀的成果。一些公司也开发出商业化的基于小波变换的图像压缩软硬件产品,如 LizardTech 公司的 MrSID(Multiresolution Seamless Image Database),ANALOG DEVICES 公司的 ADV601-Low Cost Multiformat Codec; Aware 公司的 AccuPress 等,国际标准化组织也准备将小波变换作为压缩标准中的推荐算法。

4. 有待进一步研究的问题

到目前为止,在图像有损压缩编码方面,几乎所有的研究都是关于视频图像的压缩编码。这主要有以下两方面的含意:一、对最终的解压图像,人们主要关心的是其视觉质量,也就是说,在要求最后的解压图像满足人们的视觉要求(即看起来不令人讨厌,或看起来与原始图像相比没有明显的损伤)的条件下,尽可能降低比特率。二、压缩的对象,多为电视图像、人物肩头像。而对遥感影像(如 SPOT 影像、航空影像)则多采用无损压缩方案。由于遥感影像的内容比通常的电视画面、人物肩头像复杂得多,故无损压缩的压缩比一般都达不到 2 倍的压缩比,因而难以有太大的应用价值。对遥感影像不进行有损压缩的主要原因可能有:一、遥感影像的数据来之不易,因而不想使其信息有所损失;二、对遥感影像的处理与应用要求精度较高,一般要用计算机代替人眼进行仔细的搜索、量测。若采用有损压缩可能影响最终应用结果。但从我们的实验结果^[117]以及文献[86]、[87]的实验结果可以看出,对遥感影像进行一定的压缩对成果应用并不产生严重的影响。再者,随着电子技术、信息获取与处理技术的发展,现代遥感已能实现全天候、全天时、高空间分辨率、高光谱分辨率对地观测,因此所形成的数据量是十分巨大的,在存储与传输中不利用有损压缩已不可能。但对遥感影像来说,其应用不仅要求解压图像有较好的视觉效果,而且更重要的是要求解压影像上像素的几何位置不能有太大的位移,因为太大的位移将影响最终目标的精度。因此对遥感影像研究保持量测精度的压缩技术是目前一个有待研究的内容,具有广阔的应用前景。正是在这种应用特性与上述实验结果的基础上,本书在小波变换的基础上提出一种遥感影像保持量测精度的压缩算法。

§ 1.4 图像有损压缩的质量评价

用任一种有损压缩方案对图像进行压缩,其重建图像(恢复图像、解压图像)的质量相对原始图像都有一定的畸变或误差。正是由于图像质量的损伤才换来了大的压缩比。重建图像和原始图像之间的这种误差可以模型化为两大类:辐射畸变和几何畸变。对不同的应用目的,人们对这两种畸变的注重程度也不一样。

1. 辐射畸变的度量

在一些应用领域,像电视、可视电话和会议电视等,其最终的解压图像是供人观看、欣赏的。此时人们

主要关心的是图像的视觉质量,即看起来使人觉察不到图像的损伤,或解压图像不令人看起来感到讨厌。在这些领域的压缩一般称为视频图像的压缩。对视频图像压缩方法的评价有主观评价准则和客观评价准则。其主观评价准则就是选一些专业人员和非专业人员,让其观察解压图像,然后对一些指标打分,最后得到综合结果。对此 CCIR(Consultative Committee International Radiocommunication,简称 CCIR)有详细的规定,详细内容见[5,14]。而在实际中使用最多的还是客观评价准则,也就是看其辐射畸变的大小。辐射畸变一般通过在原始图像和重建图像之间逐像素比较其强度值来度量。在视频图像的压缩中,常用的辐射畸变度量指标就是峰值信噪比 PSNR,其定义为:

$$\text{PSNR} = 10 \times \log_{10} \frac{255 \times 255}{\text{MSE}}$$

其中 $\text{MSE} = \frac{1}{H \times W} \sum_{i,j} (X_{i,j} - \hat{x}_{i,j})^2$, 而 H, W 分别为图像的高和宽, $X_{i,j}, \hat{x}_{i,j}$ 分别表示原始图像和解压图像上 (i, j) 处之像素值。对辐射畸变的度量,除 PSNR 以外,还有其它的度量指标,如 SSNR(Sigma Signal to Noise Ratio 简称 SSNR)、SER(Signal to Error Ratio,简称 SER)、HS(Histogram Similarity,简称 HS),详细定义见文献[87]。

2. 几何畸变的度量

所谓几何畸变就是指解压图像上像素的几何位置以及一些几何结构相对于原始图像发生的改变。几何畸变对摄影测量与遥感、计算机视觉等应用领域来说是非常重要的。因为它改变了像素的几何位置,进而影响到通过摄影测量过程所确定的目标的空间位置的精度。但如何度量解压图像的几何畸变,目前还没有科学可行的方法。为此,本文提出一种度量几何畸变程度(或评价压缩方法保持量测精度的程度)的方法。实验证明该方法是可行的,其详细内容及实验结果见第六章。

§ 1.5 本书主要内容及安排

小波分析作为一门应用数学理论,在众多理论与应用学科获得了成功的应用,特别是在图像压缩编码方面更是如此。本书从工程应用的角度出发,力争用通俗易懂的语言,向工程技术人员阐述小波变换的基本理论以及将该理论应用于实际时的具体实现过程。并在理论分析的基础上,给出一种遥感影像保持量测性能的压缩方案。其主要研究内容和具体安排为:

第一章,简要介绍了图像压缩的可能性、必要性,图像压缩的历史和现状,图像压缩的分类,图像压缩的辐射畸变、几何畸变以及这两种畸变的评价方法,基于小波变换的图像压缩的现状分析及有待进一步研究的问题。

第二章,用通俗的语言介绍了小波变换的基本理论。首先从工程技术人员最熟悉的傅里叶变换入手,分析了傅里叶变换的本质及不足,在此基础上引入小波变换的概念。然后,通过一个具体的例子引入多分辨率分析的概念,并用多分辨率分析这一工具进一步分析了小波变换的实质,给出了在实际应用中对信号进行小波分解的实现过程。此外,还简要介绍了双正交小波变换、小波包的概念。最后对第二代小波变换及其实现算法做了介绍。

第三章,对将正交、双正交小波变换应用于实际问题时出现的边界误差进行了深入的分析,并给出了两种一般的解决方法。在对正交小波滤波器系数进行深入分析的基础上,给出计算正交及双正交小波变换的快速算法。

第四章,较深入地介绍了信号子带分解的有关理论。用 Z-变换的工具分析了滤波及亚采样(包括抽取和插值)的频域及时域表示。用混叠分量矩阵和多相分解两种方法给出了信号 2-子带分解的精确重建条件,最后将小波变换同 2-子带、准酉交、精确重建的正交镜像滤波器组统一起来。

第五章,对遥感影像小波变换后的各频带数据的统计特性进行了分析,用 K-S 检验的方法得出了各频带的分布规律及形状参数,为基于小波变换的图像压缩中量化器的设计提供了依据。

第六章,在最小二乘图像匹配的基础上给出了一种度量遥感影像压缩几何畸变的度量方法。

第七章,通过正交小波滤波器系数的分析,提出一种保持遥感影像压缩量测性能的压缩算法。

第八章,对目前市场上的基于小波变换的图像压缩软硬件产品的性能、基本原理进行了说明与分析。

第二章 小波变换的基本理论

§ 2.1 小波变换的定义

1. 问题的提出

由傅里叶级数的结论我们知道,对任何函数 $f(x) \in L^2(0, 2\pi)$, 都可以表示为:

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{inx} \quad (2.1.1)$$

其中 $L^2(0, 2\pi)$ 表示以 2π 为周期的平方可积函数空间, 常数 c_n 的定义为:

$$c_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) e^{-inx} dx \quad (2.1.2)$$

称为函数 $f(x)$ 的傅里叶系数。用信号的观点来解释即为:任一能量有限并以 2π 为周期的模拟信号 $f(t)$ 均可以表示成 $(2.1.1)'$ 的形式(对信号来说,我们一般用 t 表示时间变量):

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{int} \quad (2.1.1)'$$

若令 $\omega_n(t) = e^{int}$, $\omega(t) = e^{it}$, 则 $\omega_n(t) = \omega(nt)$, 即 $\omega_n(t)$ 为 $\omega(t)$ 的整数 n 膨胀的结果。 $(2.1.1)'$ 说明了,任一能量有限的以 2π 为周期的信号 $f(t)$ 均可以用信号 $\omega(t)$ 的整数膨胀的叠加来生成。

对基信号 $\omega(t)$, 有 $\omega(t) = \cos t + i \sin t$, 是一个正弦波信号。由正弦信号的性质可知,对于较大绝对值的 n 值,正弦波 $\omega_n(t) = \omega(nt)$, 有较大的频率,而对于具有小绝对值的 n 值,波 $\omega_n(t) = \omega(nt)$, 具有较低的频率。所以 $(2.1.1)'$ 说明了任一能量有限的周期信号均可由具有各种不同频率的波的叠加组成。这对信号的分析与处理是很方便的,因为正弦波具有许多良好的分析性质,如连续、可微等。由此人们想对一般能量有限的信号 $f(t) \in L^2(R)$ (数学上表示为平方可积函数, $L^2(R)$ 表示实直线上实平方可积函数的集合)也找到一些不同频率的波,使信号 $f(t)$ 也能表示成这些波的组合或叠加,且像 $\omega_n(t)$ 一样,此时不同频率的波也是由某一基波经膨胀得到。要想使某一基波信号 $\psi(t)$ 具有上述性质,并注意到 $\psi(t)$ 能量也必须有限,即 $\int_R |\psi(t)|^2 dt < \infty$, 那么 $\psi(t)$ 必须在 $\pm\infty$ 处衰减到零,并且对所有实际应用这种衰减应该很快,因此这种基波应该是一种小的波,称为小波(Wavelet)。

对这种衰减很快的小波 $\psi(t)$, 怎样才能使其覆盖整个实直线呢? 也就是说小波信号如何能生成分布在实数轴 R 上的任意信号呢? 很自然的想法就是用小波 $\psi(t)$ 的所有整平移 $\psi(t-k)$, 通过不同的 k 值使其覆盖 R 。像在正弦波的情形那样,不希望考虑单频率的波,而考虑具有多种不同频率的波,且希望将频率轴化分为连续的频带(倍频程)的波。为了计算的有效性,对频率轴的化分使用 2 的整数幂,也就是说考虑小波

$$\psi(2^{-j}t - k), j, k \in Z \quad (2.1.3)$$

其中 Z 为整数集合。可以看出 $\psi(2^{-j}t - k)$ 可由一个单一的小的波 $\psi(t)$ (或基波信号)通过一个二进膨胀(即 2^{-j} 的膨胀)和一个 $2^j k$ 的二进平移得到。如果记 $\psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}t - k)$, (常数因子 $2^{-j/2}$ 只是为了归一化的考虑),人们希望像 $(2.1.1)'$ 式那样,对任意的能量有限信号 $f(t)$, 可表示成具有不同频率的小波 $\psi_{j,k}(t)$ 的组合,即

$$f(t) = \sum_{j,k=-\infty}^{j,k=+\infty} c_{j,k} \psi_{j,k}(t) \quad (2.1.4)$$

后面 § 2.3 的讨论说明了,连续小波变换的 2 进离散化能满足这一要求。因此,下面我们首先介绍连

续小波变换的严格定义,然后再介绍正交二进离散小波变换。

2. 连续小波变换的定义

定义 2.1.1 如果 $\psi(t) \in L^2(R)$ 满足“容许性”条件

$$c_\psi = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < +\infty \quad (2.1.5)$$

那么称 ψ 为一个基小波(或容许性小波)。对每一个基小波,在 $L^2(R)$ 上的连续小波变换(Continuous Wavelet Transform, 简称 CWT) 定义为

$$W_\psi f(a, b) = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \bar{\psi}\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (2.1.6)$$

对任意 $f \in L^2(R)$, 其中 $a \neq 0$ 为膨胀参数, b 为位置参数。 $\hat{\psi}(\omega)$ 表示 $\psi(t)$ 的傅里叶变换

$$\hat{\psi}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} \psi(t) dt \quad (2.1.7)$$

而 $\bar{\psi}(\omega)$ 表示 $\psi(\omega)$ 的复共轭。因为本文总考虑实函数(以后不再声明), 故(2.1.6)式可写为

$$W_\psi f(a, b) = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (2.1.6)'$$

对于(2.1.6)定义的连续小波变换,有如下的恢复公式:

定理 2.1.1^[16] 令 $\psi(t)$ 为一基小波,对该基小波定义的形如(2.1.6)'式的连续小波变换有:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [W_\psi f(a, b) \cdot W_\psi g(a, b)] \frac{da}{a^2} db = c_\psi \cdot \langle f, g \rangle \quad (2.1.8)$$

对所有 $f, g \in L^2(R)$ 成立。进而对任何 $f \in L^2(R)$, 在 f 的连续点有

$$f(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_\psi(a, b) \cdot \psi_{a,b}(t) \frac{da}{a^2} db \quad (2.1.9)$$

其中 $\psi_{a,b}(t) = |a|^{-1/2} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$, 内积 $\langle f, g \rangle$ 定义为

$$\langle f, g \rangle \triangleq \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) g(t) dt \quad (2.1.10)$$

由于在信号分析中只考虑正的频率,因此如果频率变量 ω 是膨胀参数 a 的倒数的一个常数倍,即如果 $\omega = \omega^*/a$,那么就只考虑正值的 a 。所以,由 f 的连续小波变换重构 f ,只允许使用 $W_\psi f(a, b)$, $a > 0$ 。对于只考虑正的 a 值的情形,相应的(2.1.5)式变成:

$$\int_0^{+\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|}{\omega} d\omega = \int_0^{+\infty} \frac{|\hat{\psi}(-\omega)|}{\omega} d\omega = \frac{1}{2} C_\psi < \infty \quad (2.1.5)'$$

而定理 2.1.1 则变为定理 2.1.1':

设 ψ 是一个满足(2.1.5)'的基小波,则

$$\int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [W_\psi f(a, b) \cdot W_\psi g(a, b)] \frac{da}{a^2} db = \frac{1}{2} C_\psi \cdot \langle f, g \rangle \quad (2.1.11)$$

对所有的 $f, g \in L^2(R)$ 成立,而且对任何 $f \in L^2(R)$ 和在 f 的连续点处有

$$f(t) = \frac{2}{C_\psi} \int_0^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} W_\psi f(a, b) \cdot \psi_{a,b}(t) da \right] \frac{da}{a^2} \quad (2.1.12)$$

§ 2.2 小波变换的特征

1. Fourier 变换的不足

对一能量有限的时间信号 $f(t)$, 其 Fourier 变换定义为

$$\tilde{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} f(t) dt \quad (2.2.1)$$

由(2.2.1)式可以看出,为了用 Fourier 变换研究一个模拟信号的谱特性,必须获得时域中的全部信息(这

从(2.2.1)式中的积分区间是整个实数轴即可看出)。此外,如果信号 $f(t)$ 在某个时刻的一个小邻域中发生变化,那么整个谱就将受到影响。一个很明显的例子是所谓的 δ 分布(或 δ 函数),它的定义为

$$\begin{cases} \delta(t-t_0) = 0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t-t_0) dt = 1 \end{cases} \quad (2.2.2)$$

对该 δ 函数,在时域中它只是一个点 t_0 的支撑,但它的傅里叶变换却是 $e^{-j\omega t_0}$,这无疑覆盖整个频域。所以对傅里叶变换来说,一方面信号的瞬时变化影响到信号的整个频谱,另一方面,从信号的频谱上反映不出信号在时域中的变化。因此,在非平稳信号的分析与处理中只有傅里叶变换是不够的。

2. Gabor 变换

为了克服傅里叶变换的这种不足,D. Gabor 于 1946 年提出了一种变换,该变换引入了一个所谓的局部化窗函数(窗函数的定义见定义 2.2.1) $g(t-b)$,其中参数 b 用来移动窗口以使其覆盖整个时域。实际上 Gabor 用的窗函数为 Gaussian 函数。

任一能量有限的模拟信号 $f(t) \in L^2(R)$, Gabor 变换的定义为

$$(G f_b^a)(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{jat} f(t) g_a(t-b) dt \quad (2.2.3)$$

其中 $g_a(t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi a}} e^{-\frac{t^2}{4a}}$ 。 $(G_b^a f)(\omega)$ 在 $t=b$ 的附近使 f 的傅里叶变换局部化。因为对(2.2.3)式两边关于 b 积分,得

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (G_b^a f)(\omega) db = \hat{f}(\omega), \quad \omega \in R \quad (2.2.4)$$

(2.2.4)式说明了 $\hat{f}(\omega)$ 就是 $(G_b^a f)$ 通过对 b 无限变化求和,而对每一个具体的 b , $(G_b^a f)(\omega)$ 则是时刻 b 附近信号 $f(t)$ 的频谱信息,无穷多个 $(G_b^a f)(\omega)$ 的和就是整个信号 $f(t)$ 的频谱信息。对一般的窗函数 $\omega(t)$,其时域和频域中的窗口中心和窗口半径分别定义为:

定义 2.2.1 非平凡函数 $\omega(t) \in L^2(R)$ 称为一个窗函数,如果 $t \cdot \omega(t) \in L^2(R)$ 。一个窗函数 $\omega(t)$ 的中心 t^* 与半径 Δ_ω 分别为

$$t^* = \frac{1}{\|\omega\|_2^2} \int_{-\infty}^{+\infty} t |\omega(t)|^2 dt \quad (2.2.5)$$

$$\Delta_\omega^2 = \frac{1}{\|\omega\|_2^2} \int_{-\infty}^{+\infty} (t-t^*)^2 |\omega(t)|^2 dt \quad (2.2.6)$$

而窗函数的窗宽则为 $2\Delta_\omega$ 。窗函数的傅里叶变换 $\hat{\omega}$ 在频域中形成的窗口函数的中心及窗宽分别为

$$\omega^* = \frac{1}{\|\omega\|_2^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega |\hat{\omega}(\omega)| d\omega \quad (2.2.7)$$

$$\Delta_\omega^2 = \frac{1}{\|\omega\|_2^2} \int_{-\infty}^{+\infty} (\omega-\omega^*)^2 |\hat{\omega}(\omega)|^2 d\omega \quad (2.2.8)$$

其中 $\|f\|_2^2$ 的定义为(下同):

$$\|f\|_2^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt \quad (2.2.9)$$

可以证明, Gaussian 函数及其傅里叶变换分别为时域及频域中的窗函数。

下面我们来看 t^* , Δ_ω , ω^* , Δ_ω 的物理意义。如果记 $\tilde{\omega}(t) = |\omega(t)|^2 / \|\omega(t)\|_2^2$, 则显然 $\int_R \tilde{\omega}(t) dt = 1$ 。故 $\tilde{\omega}(t)$ 可认为是一概率密度函数,从而 t^* 则为该随机变量的期望(取值中心),而 Δ_ω 则说明了该随机变量的取值主要集中在 $[t^* - \Delta_\omega, t^* + \Delta_\omega]$ 内。从信号的观点来考虑可解释为: t^* 为该信号的主要能量集中的中心,而 Δ_ω 则刻划了该信号主要能量在时间域内的支撑,即主要能量集中在 $[t^*, -\Delta_\omega, t^* + \Delta_\omega]$ 时间间隔内。因此,只有当两个脉冲的时间间隔大于 Δ_ω 时才能被窗函数 $\omega(t)$ 所分辨,故又称 Δ_ω 为窗函数的时间分辨率。对 $\hat{\omega}$ 来说, Δ_ω 则刻划了 $\hat{\omega}(\omega)$ 在频率域内的支撑(频带),它说明, $\hat{\omega}(\omega)$ 的主要能量集中在以 ω^* 为中心的频带 $[\omega^* - \Delta_\omega, \omega^* + \Delta_\omega]$ 内, Δ_ω 为其带宽。 Δ_ω 的物理意义是:仅当两个正弦波的频率之差大于 Δ_ω

时才能被窗函数 $\tilde{\omega}(\omega)$ 分辨出来,故 Δ_ω 又称为频率分辨率,而称 $[t^*, -\omega, t^* + \omega] \times [\omega^* - \Delta_\omega, \omega^* + \Delta_\omega]$ 为时间-频率域内的分辨率单元(Resolution Cell)。时间分辨率 Δ_t 和频率分辨率 Δ_ω 满足所谓的测不准原理(Uncertainty Principle)

$$\Delta_t \cdot \Delta_\omega \geq 1/2$$

也就是说,二者是相互制约的,或者选取时间分辨率大的窗口函数以使 Δ_t 小,或者选取频率分辨率大的窗口函数以使 Δ_ω 小。若将 $\xi_{b,\omega}^a(t) = e^{-i\omega t} g_a(t-b)$, $\xi_{b,\omega}^a(t)$ 的傅里叶变换记为 $\hat{\xi}_{b,\omega}^a(\eta)$,则可以证明^[15]

$$(G_b^a f)(\omega) = \langle f, \xi_{b,\omega}^a \rangle = \langle \hat{f}, \hat{\xi}_{b,\omega}^a \rangle \quad (2.2.10)$$

由于 $\xi_{b,\omega}^a(\eta)$, $\hat{\xi}_{b,\omega}^a(\eta)$ 均为窗口函数,注意到(2.2.3)与(2.2.10)可知:Gabor 变换 $\langle f, \xi_{b,\omega}^a \rangle$ 或 $\langle \hat{f}, \frac{1}{2\pi} \hat{\xi}_{b,\omega}^a \rangle$ 分别表示在时域及频域对信号 $f(t)$ 及其傅里叶变换 $\hat{f}$ 开窗,或者说, $\langle f, \xi_{b,\omega}^a \rangle$ 与 $\langle \hat{f}, \frac{1}{2\pi} \hat{\xi}_{b,\omega}^a \rangle$ 分别刻划模拟信号 $f(t)$ 本身在 $t=b$ 附近及 $f(t)$ 的频谱 $\hat{f}$ 在 $\eta=\omega$ 附近的局部信息。这样,(2.2.10)的意义为:在 $t=b$ 附近研究模拟信号 $f(t)$ 的局部情况所得到的局部信息也能够由频率 $\eta=\omega$ 附近由观察该信号的谱 $\hat{f}(\omega)$ 得到。

$\xi_{b,\omega}^a$ 在时域中的窗 $[b-\sqrt{a}, b+\sqrt{a}]$ 与 $\hat{\xi}_{b,\omega}^a$ 在频域中的窗 $[\omega - \frac{1}{2\sqrt{a}}, \omega + \frac{1}{2\sqrt{a}}]$ 的笛卡儿积为

$$[b-\sqrt{a}, b+\sqrt{a}] \times [\omega - \frac{1}{2\sqrt{a}}, \omega + \frac{1}{2\sqrt{a}}] \quad (2.2.11)$$

称为矩形时间-频率窗(或分辨率单元)。它通常在时间-频率平面上代表一个信号的时频局部化程度。这种时间-频率平面在工程或理论物理上称为相平面(或相空间),它在非平稳信号、突变信号的分析与处理中有着非常重要的作用^[91]。

对 Gabor 变换来说,给定窗函数 $g_a(t-b)$ 后,其相平面上的分辨率单元的形状如图 2.2.1 所示。由(2.2.11)式及图 2.2.1 可以看出,对于给定的窗函数 $g_a(t)$,Gabor 窗或分辨率单元在相空间的大小是不变的。对任意时刻 b 和频率 ω ,Gabor 变换的分辨率单元均以 (b, ω) 为中心,窗宽为 $2\sqrt{a}$,高为 $1/\sqrt{a}$ 。

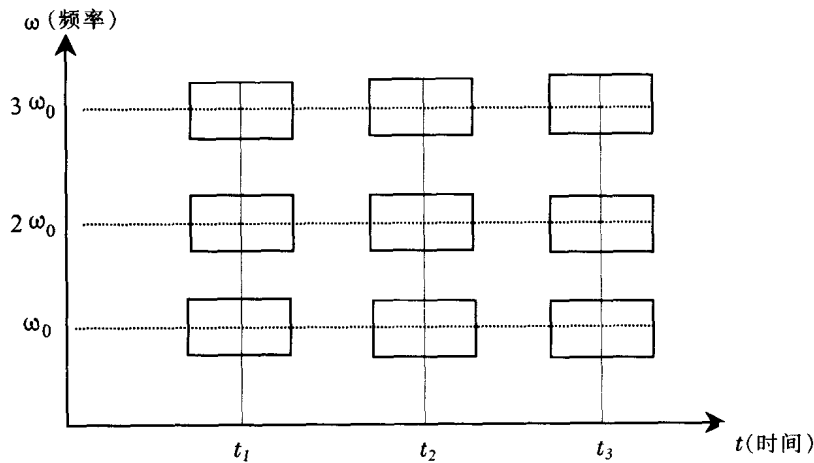


图 2.2.1 Gabor 变换的分辨率单元

但在实际问题中,由于信号的频率与周期(或持续的时间)成反比,因此对高频信号,其持续时间相对较短,故对高频信号的检测要求有较窄的时间窗,以保持一定的精度。而对低频信息,其持续时间相对较长,因而要求有较宽的时间窗,以便能获得充分的信息。换句话说,要求一个灵活可变的分辨率单元,使得对高频成分(以较高的频率值为分辨率单元的中心)时,自动变窄,局部化程度高,具有“显微”的功能,而对于低频成分(以较小的频率值为分辨率单元的中心)时自动变宽,空间局部化程度相对减弱,具有“变焦”的功能。易见,Gabor 变换不能满足这种实际问题的要求,它的分辨率单元固定不变这一缺陷限制了其在实际中的应用。不仅 Gabor 变换如此,其广义 Gabor 变换,称为短时傅里叶变换 STFT(Short Time Fourier