



物理

实验

许锦培
主编

● 中南工业大学出版社 ●

前 言

本书是根据“高等工业学校物理实验课程教学基本要求”，结合我校专业特点、实验室仪器设备情况和多年来的教学实践，在不断探索实验教学的过程中编写的。

为了加强学生科学实验能力的培养和训练，本教材力求实验原理叙述清晰，使学生在完成实验过程中有理论依据；实验步骤明确，使得绝大部分学生都能按时完成实验任务，此外，每个实验均列有思考题，以帮助学生在加深实验内容的掌握。

绪论中的测量误差和数据处理是基础实验课的重要内容之一，书中安排了相当大的分量。为了保持这部分内容的系统性，我们把它集中写在前面，然而，应按教学进度分散使用。大体上，实验刚开始时可先介绍误差的基本概念、随机误差的计算和有效数字运算。以后在力学实验和几何光学实验中主要是巩固随机误差和有效数字的应用，学习作图和列表；在电磁学实验中介绍系统误差的消除方法。为此，每个实验都提出了数据处理要求。

实验教学是一项集体的事业，无论是装置的制作，实验的安排，教材的编写都是实验室全体工作人员的活动和多年来任课教师、实验技术人员不断改进的产物。在这个基础之上编写的教材，理所当然地反映了中南工业大学实验物理教研室许多同志多年积累的劳动成果。

本书由许锦培主编，其中绪论、实验一至实验四、实验十四、实验十五由许锦培编写，实验六至实验十三和实验二十五由郭长寿编写，实验五和实验二十一至实验二十四由张德源编写，实验十六至实验二十由谭宗多编写。最后由许锦培统稿。

本书编写过程中，参考了许多兄弟院校的教材，并到部分院校参观学习，在此表示衷心的感谢。

由于我们的水平有限，实践经验不足，时间仓促，书中难免有缺点和错误，希望读者批评指正。

编 者

1993年12月

目 录

第一章 绪 论	(1)
第一节 物理实验课的任务和要求	(1)
第二节 测量误差	(2)
一 误差的基本概念与分类	(2)
二 消除系统误差的基本方法	(8)
三 随机误差	(11)
第三节 间接测量结果及其误差的计算、误差传递和合成	(17)
第四节 测量结果的有效数字及数据处理	(22)
第二章 力 学 实 验	(35)
实验一 气轨上运动定律的研究	(35)
实验二 杨氏弹性模量的测定	(44)
实验三 用三线摆法测定物体的转动惯量	(50)
实验四 简谐振动的研究	(55)
实验五 声速的测定	(60)
附录:(一) 游标尺	(66)
(二) 螺旋测微计	(68)
第三章 电 磁 学 实 验	(70)
电磁学实验常用仪器简介	(70)
实验六 伏安法测量电阻研究	(78)
实验七 用模拟法测绘静电场	(83)
实验八 简易万用电表的制作	(88)
实验九 用惠斯登电桥测电阻	(91)
实验十 电位差计	(96)
实验十一 示波器的使用	(104)
实验十二 磁场描绘	(112)
实验十三 用霍尔元件测量磁场	(119)
实验十四 测定铁磁材料的基本磁化曲线	(126)
实验十五 测定铁磁材料的磁滞回线	(135)
第四章 光 学 实 验	(140)
实验十六 透镜焦距的测定	(140)
实验十七 光波波长的测定	(146)
实验十八 用分光计测析射率	(154)
实验十九 光的干涉	(158)
实验二十 偏振光的研究	(164)

第五章 近代物理实验.....	(170)
实验二十一 迈克尔逊干涉仪.....	(170)
实验二十二 全息照相.....	(177)
实验二十三 氢原子光谱.....	(184)
实验二十四 夫兰克-赫兹实验	(188)
实验二十五 气体导热系统的测定.....	(193)

第一章 绪 论

第一节 物理实验课的任务和要求

一、物理实验课的任务

物理学是一门实验科学。物理概念的确立、物理规律的发现,都必须以严格的科学实验为基础,并且为今后的科学实验所验证。

为了实现四个现代化,需要培养大量有创造性的工程技术人才。为此要求工科大学毕业生,不仅要具有较深广的基础理论知识,而且还要具有能从事现代科学实验的较强能力。物理实验是学生入学后,接受系统实验技能训练的开端,是一系列实验训练的重要基础。

物理实验课的教学目的和任务是:

1. 在一定的物理知识和中学物理实验的基础上,对学生进行实验方法和实验技能的基本训练。

要求学生弄懂实验原理,了解一些物理量的测量方法。要求学生熟悉常用仪器的基本原理和性能,并掌握其使用方法。

要求学生能够正确记录、处理实验数据,分析判断实验结果,并能写出比较完整的实验报告。

2. 培养和提高学生观察、分析实验现象的本领和独立工作能力。并通过实验中的观察、测量和分析,加深对物理中某些概念、规律和理论的理解。

培养学生严肃认真的工作作风,实事求是的科学态度和爱护国家财产、遵守纪律的优良品德。

为了做好物理实验,同学们应该认真预习,遵守操作规程,仔细观察现象,正确记录数据。在做实验时应注意以下几个方面:

(1) 实验目的要明确。首先要了解所做实验的目的和要求,弄清楚实验原理,以及测算的物理量,用哪些仪器,怎样进行测量等。

(2) 要有严肃认真的态度。每次实验都须严肃认真,不能满足于一知半解。要真正掌握基本仪器的使用和基本测量方法,要仔细观察物理现象,严肃对待原始数据。

(3) 知难而进,随时总结。实验中可能遇到各种困难,这正是探索、学习的机会,要主动、耐心地寻找产生问题的根源,分析实验结果与真实情况产生偏离的原因,这样才能通过做实验来提高实际工作能力。

二、有关实验及实验报告的一些规定

物理实验是同学们在教师指导下独立进行的,因此要求同学们在实验过程中,有意识地培养独立工作的能力,练出过硬的本领和思想。

每一个实验都有三个环节:预习实验讲义、进行实验和写出实验报告。

1. 实验课前必须预习。弄清楚本次实验内容及有关原理,并对测量仪器、测量方法基本了解,在此基础上绘出实验数据的记录表格。凡课前没有预习者,一律不得做实验。

2. 实验时首先要仔细阅读有关仪器使用注意事项及仪器说明书。应正确使用仪器,要爱护仪器设备,稳拿、妥放、以防损坏。做完实验,须将数据记录送请指导教师审核,经教师签字后,把一切仪器用具整理好,保持实验室的整齐清洁,培养良好的科学作风。对于电学实验必须经过教师检查线路后,方可通电进行实验。

3. 做实验时,要心中有数。根据误差分析,对结果影响大的关键量要努力把它测准;有的量虽然测量不太准但对结果影响很小,就不必花大力气作徒劳的工作。要在现有条件下使实验得出好的结果。要合理安排,精心测量。

4. 在实验进行中,应及时、正确地将实验数据记入数据表格内,必须用钢笔写,以免擦掉及涂改数据,如果确有理由要把已经记入的数据删去,那么就用笔划掉,并说明理由,养成认真观察、细心记录的科学态度。

5. 实验报告在规定时间内连同原始数据记录一起交上,报告如有严重错误或项目不全,字迹不清,则须重作或部分改作。

6. 上实验课时,必须遵守实验室的一切规章制度。

下面讲一下有关实验报告的主要项目和要求。

(1) 实验名称。同时要记下实验日期。

(2) 原理简述。扼要叙述实验原理,写出主要公式,电学实验原理线路图,光路图。

(3) 仪器用具。要注明实验时的主要仪器编号,名称和规格,以便以后需要时重复测量,以及使别人了解你所用仪器的精度。

(4) 数据记录表格。

(5) 数据处理。根据公式算出实验结果,以及绘出指定要画的图表(图要画在毫米坐标纸上)。数据处理时所用公式及运算过程都要列出来,以便教师批阅。

(6) 讨论及建议。分析实验结果产生误差的原因,以及对本实验的改进意见。

第二节 测量误差

一、误差的基本概念与分类

(一)测量的概念

在科学实验和生产中,常常要对各个物理量进行测量,以便定量地研究它们之间的关系。所谓测量,就是将被测量的物理量同作标准的同类物理量进行比较的过程,看被测量的物理量是标准的单位量的多少倍。例如,用米尺测量某一钢轨的长度,“米”是测量的单位(用作标准的),拿钢轨与米尺比较,钢轨为米尺的10倍,则我们称钢轨长为10米,测定各种物理量的具体方法虽然很多,但都可以归并在下列两类之中。

1. 直接测量

例如,用米尺量长度、天平称质量、停表记时间、温度计测温度、电流表测电流强度、电压表量电压等,都是从仪器上直接读出该量的大小,这种测量方法称为直接测量。

2. 间接测量

在测定某一物理量时,不能从所使用的测量仪器上直接读出该量的大小,而需要测定一些其他的物理量,然后通过一定的关系式来计算得到,这种测量方法称为间接测量。例如:测量空心圆柱体的体积 V ,就是由直接测量圆柱体的高 H 、内径 d 和外径 D ,通过关系式 $V = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2) \cdot H$ 计算而得到的。

(二)误差的概念

测量误差是一门专门的科学,深入地讨论它,需要丰富的实验经验和较多的数学知识。下面介绍有关测量误差的基本知识,希望同学们着重了解它的物理内容,学会简单的计算,领会误差分析的思想及其它对于做好实验的意义。

当我们对某一物理量进行测量时,由于受到仪器、测量方法、人的感觉器官及其周围环境的限制,测量是不能无限精确的,测量值与客观存在的真值之间总有一定的差异,测量值只能是真值的近似值,所以任何测量都存在误差。我们把真值与测量值的差叫做测量误差。

误差存在于一切测量之中,而且贯穿测量过程的始终。测量误差的大小反映我们的认识接近于客观真实的程度。

为了定量地反映测量误差的大小,可采用三种表达方式,即绝对误差、相对误差和引用误差。

1. 绝对误差

绝对误差是指对被测量经过测量所得到的结果与其真值之差,即

$$\delta = x - a \quad (1-1)$$

式中, x 是指被测量的测得值, a 是被测量的真值, δ 则表示测量过程中的绝对误差。

所谓真值是指在规定的时间和空间条件下,被测物理量的真实大小。但是,在现实的一切测量过程中,始终存在测量误差,因而测量不到任何物理量的真值。为了实际工作的需要,人们采用相对真值来近似地代表真值。所谓相对真值是指在我们所研究的领域内,用标准设备对被测量所测得的量值。一般常称之为实际值 x_0 。所以,今后提到的绝对误差概念,都是把真值作为实际值来理解的。

根据上述定义,有时为了使用方便,又提出一个新的概念,称为修正值(或称更正值),用符号 e 表示。并有如下关系。

$$e = -\delta = x_0 - x \quad (1-2)$$

如将式(1-2)改写一下,可得

$$x_0 = x + e \quad (1-3)$$

此式的物理意义是:当用某种仪器去测量一个物理量时,得到一个测得值 x , 如果已知该仪器在该示值 x 处的修正值为 e , 则这一被测物理量的实际值 x_0 便可根据式(1-3)进行计算。

例一 用直流电位差计装置检定一只电流表,在其示值为 5.00A 的工作点测得的读数为 5.01A, 已知标准装置在这一工作点的修正值为 0.01A, 于是可得电流表在该示值的实际值为

$$x_0 = 5.01 + 0.01 = 5.02 \text{ A}$$

而可得该电流表在该示值的绝对误差为

$$\delta = 5.00 - 5.02 = -0.02 \text{ A}$$

例二 一只标准电阻的名义值为 1000 Ω , 经用电阻比较装置检定后,得到其实际值为 999.9 Ω 。则此标准电阻的绝对误差为

$$\delta = 1000 - 999.9 = 0.1 \text{ } \Omega$$

而其修正值为

$$e = -\delta = -0.1 \text{ } \Omega$$

由上可见,当用绝对误差来表示某一物理量的误差时,只能表示其示值(或名义值)偏离其实际值的绝对大小,而不能表示其偏离的相对程度。例如,有两根铁棒,其中一根铁棒的长度为 100cm,另一根铁棒的长度为 10cm,经过检定后得知两根铁棒的绝对误差都是 0.01cm,即 $\delta_{l_1} = \delta_{l_2} = 0.01\text{cm}$, 如果用绝对误差的概念来观察问题,这两根铁棒长度的误差是相等的,但实际上,同样大小的两个 0.01cm 对两根铁棒长度的影响程度显然不一样。为了反映这种相对影响的程度,还必须研究相对误差的表示方法。

2. 相对误差

相对误差是指某一物理量的绝对误差与其真值或实际值之比。通常都以百分比的形式来表示,即

$$\text{相对误差} = \frac{\text{绝对误差}}{\text{真值(或实际值)}} \times 100\%$$

或者用符号 γ 表示成

$$\gamma = \frac{\delta}{x_0} \times 100\% \quad (1-4)$$

在相对误差的计算中,一般只要求一、两位有效数字即可,即只要求相对误差本身有 10% 的可靠性就够了,故式(1-4)也可以用下式来近似代替

$$\gamma = \frac{\delta}{x} \times 100\% \quad (1-5)$$

与修正值 e 相对应,可以引出相对修正值(θ_x)的概念,即

$$\begin{aligned} \theta_x &= -\gamma = -\frac{\delta}{x_0} \times 100\% \\ &\approx -\frac{\delta}{x} \times 100\% \end{aligned} \quad (1-6)$$

如果将式(1-2)代入式(1-6),则得

$$\begin{aligned}\theta_x &= \frac{x_0 - x}{x_0} \times 100\% \\ &= \frac{e}{x_0} \times 100\% \approx \frac{e}{x} \times 100\%\end{aligned}\quad (1-7)$$

式(1-7)表明,相对修正值等于修正值与实际值或示值之比。

如将式(1-7)进一步变换一下,可得

$$x_0 = x(1 + \theta_x) \quad (1-8)$$

式(1-8)的物理意义是:某一物理量的示值 x , 乘以 $(1 + \theta_x)$ 后便可得到其实际值 x_0 。

例如,有一只标准电阻在 20°C 时的名义值为 $R = 100\Omega$, 已知其相对修正值为 $\theta_x = -0.01\%$, 则此电阻在 20°C 时的实际值为

$$R_0 = 100 \times (1 - 0.01\%) = 99.99 \Omega$$

3. 引用误差

在某些测量仪器,例如指示仪表中,各点示值的绝对误差基本上是一样的,如果用相对误差来表示其误差大小,则一块指示仪表在不同的工作点,其相对误差的差别很悬殊,故不能用相对误差概念来反映这一客观存在的误差现象。为了表示这类误差的特点,提出了引用误差的概念。

引用误差指的是一种简化和方便的仪器表示值的相对误差,它是用示值误差与仪器仪表的满刻度值 x_m 之比的百分之数来表示,即

$$\text{引用误差} = \frac{\text{示值误差}}{\text{满刻度值}} \times 100\%$$

如果用符号 γ_m 来表示,则得

$$\gamma_m = \frac{\delta}{x_m} \times 100\% \quad (1-9)$$

引用误差通常在多档和连续刻度的仪表中应用,这类仪表可测范围不是一个点,而是一个量程,各刻度的示值都不一样,计算相对误差所用的分母也不一样,计算很烦,这时用引用误差较为方便。

例三 满刻度值为 100mA 的电流表,指针指示值为 80mA 处的实际电流值为 80.8mA , 求电流量在这一点上的相对误差和引用误差。

$$\text{解: 相对误差 } \gamma = \frac{80 - 80.8}{80} = -1\%$$

$$\text{引用误差 } \gamma_m = \frac{80 - 80.8}{100} = -0.8\%$$

一台仪表有若干个刻度,各刻度示值皆有误差,其中最大的一个称为最大引用误差。一只仪表允许的最大引用误差的百分数的分子称为该仪表的准确度等级。仪表的准确度等级有 $0.1, 0.2, 0.5, 1.0, 1.5, 2.5$ 和 5.0 。一般来说,如果一台仪表为 s 级,则仅仅说明该合格仪表最大引用误差不会超过 $s\%$,而不能认为它在各刻度点上的示值误差都具有 $s\%$ 的准确度。

例如全量程为 100Ω 的 0.2 级电阻箱,则允许的最大引用误差为 0.2% ,故所有的示值误差都不会超过 $100 \times 0.2\% = 0.1\Omega$ 。

设 s 级仪表在测量点 A 的刻度值为 x ,其满刻度值为 x_m ,则该仪表在 A 点附近的绝对误差为

$$\delta_A \leq x_m \cdot s\% \quad (1-10)$$

相对误差为

$$\gamma_A \leq \frac{x_m}{x} \cdot s\% \quad (1-11)$$

因为 $x \leq x_m$, 故当 x 越接近于 x_m 时, 其测量准确度越高, x 越远离 x_m 时, 其测量准确度越低。因此, 这类仪表尽可能在满刻度值的 $2/3$ 以上量程内 (即在 $x/x_m > 2/3$ 条件下) 使用。

例四 设待测电压为 100V , 现有 0.5 级、量程为 $0 \sim 300\text{V}$ 和 1.0 级、量程为 $0 \sim 100\text{V}$ 的电压表各一块, 问应选用哪一块电压表。

解: 根据式 (1-11)

$$\gamma_A \leq \frac{x_m}{x} \cdot s\%$$

得

$$\gamma_{300} \leq \frac{300}{100} \times 0.5\% = 1.5\%$$

$$\gamma_{100} \leq \frac{100}{100} \times 1.0\%$$

所以应选用 1.0 级的电压表。

此例说明, 如果量程选择适当, 用 1.0 级的电压表反而比 0.5 级的电压表准确度高。因此选用仪表时, 不但要考虑仪表的准确度等级, 还要考虑比值 x/x_m 的大小, 比值越大越好。不能简单地认为仪表的准确度等级越高越好。在使用这类仪表时, 测得值的误差应按式 (1-10) 的式 (1-11) 换算, 而不能直接使用引用误差。

(三) 误差的性质和分类

误差按其性质及规律可以分类三大类, 即系统误差、随机误差和粗差。

1. 系统误差

在相同的条件下多次重复测量同一物理量时, 如果测量结果的误差大小和符号 (正负) 都保持不变; 或者当条件有所改变时, 测量结果的误差是按某一确定规律而改变的, 这类误差称之为系统误差。

系统误差主要来源于以下四个方面:

(1) 装置误差

这类误差主要是由于在测量过程中所使用的测量器具 (例如量具、仪器、仪表和辅助设备) 的缺陷或不理想而造成的。一旦这些测量器具组合在一起构成一个完整的测量装置以后, 它们所形成的综合误差也就确定了, 所以这类性质的误差属于系统误差。

(2) 方法或理论误差

这种误差是由于测量方法本身不完善或所依据的理论有一定的缺陷 (例如近似性等) 所造成的。例如, 在用天平称质量时, 没有考虑空气浮力的影响; 利用周期 $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ 公式测量重力加速 g 时, 忽略了摆线 (长为 l) 的质量和摆角 θ 较大等。

(3) 环境误差

当周围环境的影响量 (例如温度、湿度、气压、电磁场和电源频率等) 发生变化时, 也可能引起测量误差的变化。如果这种变化是有一定规律性的, 则也属于系统误差。例如, 标准电池随环境温度变化就是有规律的, 对这种系统误差可以利用其温度修正公式进行修正。

(4) 人员误差

测量者生理上的最小分辨力,感觉器官的生理变化,反应速度和固有习惯引起的误差。例如,记录某一信号时,测量者滞后和导前的趋向;对准标态读数时,始终偏左或偏右,偏上或偏下,等等。

必须注意:以上各种误差来源,有时是联合起作用的。

为了减少这些系统误差的影响,人们必须对其加以研究,掌握其出现的规律,采取必要的措施,以达到提高测量精度的目的。

2. 随机误差

随机误差又称为偶然误差。它是指在相同条件下多次重复测量同一物理量时,测量结果的误差大小和符号都不固定,其值时大时小,其符号时正时负,而且没有一定的规律。也就是说,每次测量结果的误差都具有随机的性质。

随机误差主要是由于许多互不相关的均匀小影响量对测量值的综合影响所造成的。例如,电磁场的微变、环境热流的起伏、对流空气的扰动、大地的微震、测量者感觉器官的生理变化等,都是属于这类的影响因素。

作为单次测量来说,随机误差是没有任何规律的,既不可预测,也无法控制。但是,作为多次测量来说,随机误差在整体上是服从统计规律的。

3. 粗差

明显的歪曲测量结果的误差称为粗差,也叫疏失误差。

这种误差主要是由于测量者的疏忽大意或操作错误造成的,有时也可能是因为测量条件发生突变所造成的。例如,采用已经失准的仪器进行测量,读数时将3读为4而读错,将7记为1而记错及算错数据等属于造成粗差的原因。含有粗差的测得值称之为坏值或异常值,要采用的测量结果不应该包含粗差,即所有的异常值都应当剔除不要。所以,在用误差分析时,要估计的误差通常只有系统误差和随机误差两类。

4. 误差的相互转化

必须注意误差的性质是在一定的条件下相互转化的。例如,尺子的分度误差,对于制造厂来说,在进行分度时是具有随机性质的,故可看作为随机误差;但是,某一尺子制造出来之后,对于检定人员或者用户来说,它的分度误差就是确定的了,因此成为系统误差。

加工的长管,管径误差在各处都有确定的值,它是系统误差;但对于该管的平均效应来说,管径各处的误差有大有小,有正有负,具有随机的性质。

又如度盘某一分度线具有一个恒定系统误差,但所有各分度线的误差却有大有小,有正有负,对整个度盘的分度线的误差来说具有随机性质。如果用度盘的固定位置测量定角,则误差恒定;如果用度盘的各个不同位置测量该角,则误差时大时小,时正时负,随机化了。因而,测量平均值的误差能够得到减小,这种办法常称之为随机化技术。

在实际的科学实验和测量中,人们常利用这些特点,以减小测量结果的误差。例如,当实验条件稳定且系统误差可以掌握时,就尽量保持在相同条件下作实验,以修正系统误差;当系统误差未能掌握时,就可以采用随机化技术,例如均匀改变测量条件(如度盘位置)使系统误差随机化,以便得到抵偿部分系统误差后的结果。

5. 精密性、正确度和准确度

常说的精度是指误差而言的,例如,实验相对误差为0.01%,则说其精度为0.01%或1

$\times 10^{-4}$,但是这个误差值是随机误差部分还是系统误差部分?或者是随机误差和系统误差的叠加?从含义笼统的“精度”一词上得不到明确的反映。为了明确回答误差具有的性质。则上述误差如果纯属随机误差引起,则说其精密密度为 10^{-4} ;如果由系统误差引起,则说其正确度为 10^{-4} ;如果由系统误差和随机误差共同引起的,则说其准确度为 10^{-4} 。由此,泛指性的精度一词可以明确叙述为

- (1)精密密度:表示测量结果中的随机误差大小的程度。测量精密密度高,是指随机误差小。
- (2)正确度:表示测量结果中的系统误差大小的程度。测量正确度高,是指系统误差小。
- (3)准确度:表示测量结果中系统误差与随机误差的综合,表示测量结果与真值的一致程度。

对于实验或测量来说,精密密度好则正确度不一定好,正确度好则精密密度也不一定好,但准确度高则需要精密密度与正确度都好。

*二、消除系统误差的基本方法

为了消除测量结果的系统误差,在进行测量之前,必须预先估计到一切可能产生系统误差的根源,以便对症下药地采取措施去消除它们,在这方面常用的方法有以下几种:

(一)消除产生系统误差的根源

消除产生系统误差的根源的方法是根本的方法。在测量前,必须认真地注意可能产生系统误差的各种因素,然后采取措施以减少这些因素的影响。例如,正确调整仪器,测量开始和结束时检查零位;直流电位差计使用之前要把其工作电源调稳调准,标准电池和标准电阻在使用时要保证其温度恒定等。

(二)采用修正值对测量结果进行修正

在用仪器设备进行测量之前,应首先对仪器设备本身进行检定,以得到其系统误差或修正值;如果仪器设备因为周围环境的影响而引起系统误差,则应确定有关影响量与系统误差之间关系的修正公式(或者表格、曲线)。这样,就可以在测量结果中引用修正值。

(三)采用专门的测量方法

在测量过程中,选择适当的测量方法,采取有效的技术措施,消除或减弱系统误差对测量结果的影响。

这里主要介绍采取技术措施消除系统误差的一些方法。

1. 替代法

保证测量条件不变,用某一已知量值替换被测量,再作测量以达到消除系统误差的目的。

例如,用替代法在直流电桥上测量电阻时,其原理线路图如图 1-1 所示。

操作时,先将转换开关 K 接至 R_x ,调节比较臂 R 使电桥平衡。这时可得

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} \cdot R \quad (1-12)$$

由上式可见,被测量 R_x 的测量结果与电桥中桥臂电阻 R_1 、 R_2 和 R 的准确度有直接关系,如果桥臂电阻本身不准必将给测量结果带来一定的系统误差。

为了克服电桥所带来的系统误差,可在测定 R_x 之后,立刻将开关 K 转至接通 R_N (R_N 是阻值大小可调节的标准电阻箱),保持 R_1 、 R_2 和 R 的阻值不变,调节 R_N 使电桥重新达到平衡,于是得

$$R_N = \frac{R_1}{R_2} \cdot R \quad (1-13)$$

将以上两式相比较,可得

$$R_x = R_N \quad (1-14)$$

由此可见,被测量 R_x 的测量结果只与 R_N 有关,而与电桥的参数无关,即消除了电桥产生的系统误差。

2. 换位抵消法

换位抵消法是依靠合理地安排测量步骤,以使恒定的系统误差从两个相反的方向去影响测量结果,从而可以利用运算来达到消除系统误差的目的。

例如,用电桥测量电阻 R_x 时(参看图 1-1),由 $R_x = \frac{R_1}{R_2} \cdot R$ 可见,测量结果与比例臂电阻 R_1 、 R_2 的关系很大,如果电桥的比例臂误差很大则测量结果就很不准确。

为了消除比例臂误差对测量结果的影响,可选择 R_1/R_2 名义比值为 1,然后采用换位方式进行两次测量。

第一次,调节比较臂 R 使电桥平衡,得

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} \cdot R' \quad (1-15)$$

第二次,将 R_1 与 R_2 的位置交换,调节比较臂 R 使电桥再次达到平衡,又得

$$R_x = \frac{R_2}{R_1} \cdot R'' \quad (1-16)$$

式中的 R' 和 R'' 分别为两次平衡时比较臂的读数。

如果将以上两式相乘,经运算后可得

$$R_x = \sqrt{R' \cdot R''} \quad (1-17)$$

可见,这时测量结果与电桥的比较臂有关,而与比例臂无关。

3. 正、负误差低偿法

这种方法是依靠适当地安排测量步骤,使某项系统误差在一次测量中为正,然后使其在另一次测量中为负,如取两次测量结果的平均值,便可消除此项系统误差的影响。

例如,用磁电系仪表来测量直流电压时,如果外界恒定直流磁场不可能减小到可忽略的程度,则可采用下述方法来消除外磁场影响。设电压表在不受磁场影响时的指示值为 α ,而在第一次实际测量时,由于有外磁场的影响而得到的指示值为

$$\alpha' = \alpha + \Delta\alpha \quad (1-18)$$

然后,将电压表相对于原来的空间位置旋转 180° 。再进行第二次测量,这时,由于外磁场的影响是与原来影响反向的,故这时得到的指示值应为

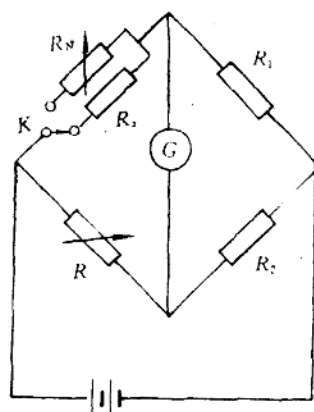


图 1-1

$$\alpha'' = \alpha - \Delta\alpha \quad (1-19)$$

如果取两次测量结果的平均值,则得

$$\alpha = \frac{1}{2}(\alpha' + \alpha'') \quad (1-20)$$

可见,外磁场影响所造成的系统误差被消除了。

4. 等时距对称观测法

这种方法能够有效地消除按线性规律变化的系统误差。如图 1-2 所示,图中横坐标是时间 t ,纵坐标是系统误差 Δx , Δx 随时间作线性变化。测量时经过相等时间间隔 τ 读一次数。由图 1-2 可见

$$\begin{aligned} \Delta x_1 - \Delta x_2 &= \Delta x_2 - \Delta x_3 = \dots \\ &= \Delta x_{n-1} - \Delta x_n = \Delta x \end{aligned}$$

在数据处理时可利用这一特点减小误差。

例如,电位差计测电压时,由于电池电压、随放电时间而降低,从而产生误差。测量过程按以下方式读数可减小其误差。

(1)调工作电流使调定电阻 R_x 上的电压与标准电池的电动势 E_x 平衡,此时工作电流为

$$I = \frac{E_x}{R_x}$$

(2)经时间 τ 后测 E_x ,调读数盘的电阻 R_x 达到平衡。在工作电流不变时

$$E_x = IR_x \quad (1-21)$$

但现在工作电流减小 ΔI ,则

$$E_x = R_{x_1}(I - \Delta I) \quad (1-22)$$

R_{x_1} 对应的电位差计读数为 U_1 , $R_{x_1}I = U_1$;

(3)又经时间间隔 τ 后,再一次调数盘电阻达到平衡,此时工作电流为 $I - 2\Delta I$,则

$$E_x = R_{x_2}(I - 2\Delta I) \quad (1-23)$$

R_{x_2} 对应的电位差计读数为 U_2 , $R_{x_2}I = U_2$ 。

解上述式(1-22)和式(1-23)即可求得

$$\begin{aligned} \Delta I &= \frac{R_{x_2} - R_{x_1}}{2R_{x_2} - R_{x_1}} I \\ E_x &= IR_{x_1} \frac{R_{x_2}}{2R_{x_2} - R_{x_1}} = U_1 \frac{U_2}{2V_2 - U_1} \end{aligned} \quad (1-24)$$

消除了系统误差 ΔI 的影响。

5. 半周期观测法

周期性系统误差的特点是每隔半周期出现一个与前半周期大小相等、方向相反的系统误差。因此,可采用相隔半周期进行一次测量,取两次测量结果的平均值,就可消除周期性系统误差。

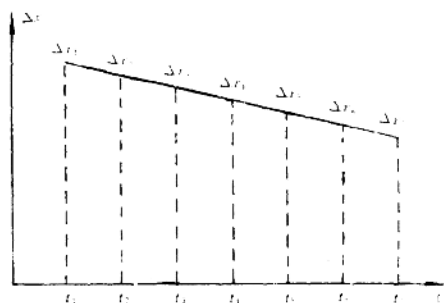


图 1-2

周期性系统误差一般可以表示为

$$\Delta x = A \sin t \quad (1-25)$$

其周期为 2π 。当 $t=t_0$ 时,误差为

$$\Delta x_{t_0} = A \sin t_0 \quad (1-26)$$

当 $t=t_0+\pi$ 时,误差为

$$\Delta x_{t_0+\pi} = A \sin(t_0+\pi) = -A \sin t_0 = -\Delta x_{t_0} \quad (1-27)$$

显然有

$$(\Delta x_{t_0} + \Delta x_{t_0+\pi})/2 = (\Delta x_{t_0} - \Delta x_{t_0})/2 = 0$$

故可消除周期性系统误差。

例如仪器度盘安装偏心和刻度偏心引起的系统误差就是周期性系统误差,可以采用半周期观测法消除,这种方法又称为对径测量法。

上述五种消除系统误差的方法,并不是绝对奏效的,实际上总还会有一些残余的系统误差;其次,上述的每一种方法只适合消除一种系统误差,因此在实际测量工作中,为了全面消除各种因素引起的系统误差,往往要将几种方法组合使用,以利于达到最佳的效果。

三、随机误差

(一)随机误差的分布规律及其特点

现在,我们假定在没有系统误差存在的情况下,讨论随机误差的问题。

随机误差的特点是在相同的实验条件下进行多次测量时,各测量值有的比真值偏大,有的比真值偏小。换句话说,随机误差无论在数值的大小或符号上都是不固定的,似乎是纯属偶然的。但若测量次数很多,测量结果中也显示出一定的规律性,它服从一定的统计规律。

如图 1-3 所示。横坐标表示随机误差的数值,纵坐标表示相应各随机误差的概率密度,这个连续曲线通常称为随机误差的正态分布曲线。

由正态分布曲线可得随机误差的下列四个性质:

1. 单峰性。绝对值小的误差出现的可能性比绝对值大的误差出现的可能性大;

2. 对称性。绝对值相等的正误差与负误差出现的可能性相等;

3. 有界性。在一定的测量条件下,随机误差的绝对值不会超过一定范围;

4. 抵偿性。对同一量作等精度测量时,其随机误差的算术平均值随着测量次数的增加而趋向于零,即

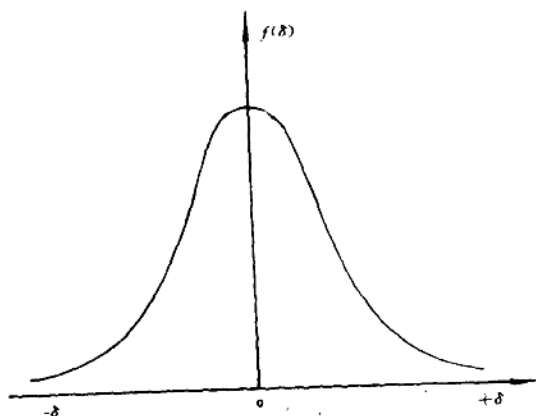


图 1-3

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_n}{n} = 0 \quad (1-28)$$

随机误差的抵偿性可以由性质 2 推得。性质 2 说明了随机误差中的正负误差有互相抵消的性能。对于有限次测量,随机误差的算术平均值是一个有限小的量,而当测量次数无限增大时,随机误差的算术平均值必然趋向于零。

应该指出,对于一系列的测量而言,不论其测量条件是好是坏,也不论是对同一个量还是不同的量进行测量,只要这些测量是在相同的条件下独立进行的,则所产生的一组随机误差必然都具有上述的四个性质,而且当测量次数 n 愈大时,这种性质就表现得愈为明显。

由于随机误差是某些人力所不能完全控制的随机因素所引起的,所以不可能通过改善仪器、改进实验方法或修正测量原理等办法来消除。但是可以适当增加测量次数取其平均值来减少随机误差。

根据随机误差的性质,有多种处理随机误差的理论和方法。

(二) 评定随机误差的尺度

随机误差是符合于正态分布的,也就是说,任一随机误差不能作为评定的尺度,而必须用综合的指标来评定它。

对于正态分布曲线可以用一个公式来表示:

$$p(\delta) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1-29)$$

式中: δ 为随机误差, σ 为均方误差。

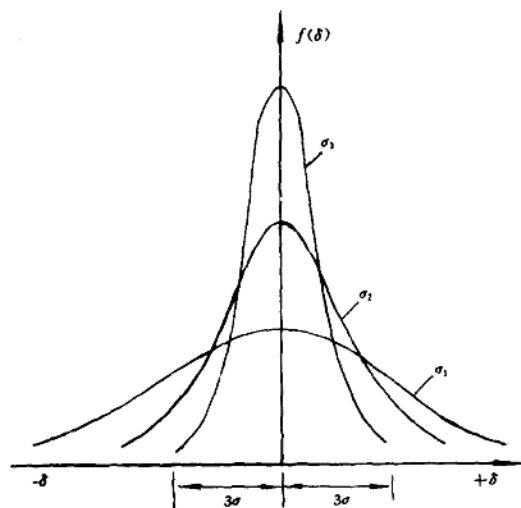


图 1-4

均方误差和这个曲线的特性的关系是: σ 值愈小,则 $f(\delta)$ 值愈大,而曲线下降得愈快,即曲线愈陡;反之, σ 值愈大, $f(\delta)$ 值愈小,而曲线下降愈缓慢,即曲线愈平缓。如图 1-4 所示

三个不同大小的均方误差($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$)的随机误差的正态分布曲线。

由均方误差的性质可知: σ 值愈小,说明小的误差的出现的次数也愈多,表明测量的可靠性也愈大;反之,大误差出现的次数愈多,其可靠性必然愈低。因此,系列测量中的均方误差 σ 的大小完全可以说明测量的精度,也就是说可以用它作为随机误差的尺度来评定测量的可靠性。

系列测量中单次测量的均方误差 σ 可以由下式计算:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}(\delta_1^2 + \delta_2^2 + \dots + \delta_n^2)} \quad (1-30)$$

式中: $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$ 为系列测量中相应测量值的随机误差; n 为测量的次数。 σ 也称为标准误差。

(三)随机误差和均方误差有一定的数量关系

由前可知,随机误差和均方误差有一定的关系。这个关系在两者比例数 $C = \delta/\sigma$ 一定时,在相应的随机误差区域内,用随机误差出现的数目的百分数来确定。这就可以取正态分布曲线的面积等于1的条件,求其积分来求得(这里不详细介绍)。现列举七个典型的比例数在相应的随机误差区域内出现的数目(以百分数表示)来说明(见表1-1,图1-5)。

表 1-1

C	δ	不超出 δ 的误差百分数(%) (n_i/n)	超出 δ 的误差百分数(%) (n_i/n)	n_i
0.6745	0.6745σ	50	50	2
1	1σ	68.27	31.72	3
1.96	1.96σ	95.0	5.0	20
2	2σ	95.45	4.55	22
2.58	2.58σ	99.0	1.0	100
3	3σ	99.73	0.27	370
4	4σ	99.994	0.006	15625

由表可知,当 $C=0.6745$,即 $\delta=0.6745\sigma$ 时,在相应的随机误差 δ 之内的误差 $|\delta|$ 的数目和在其外的随机误差的数目相同。这和“绝对值小的随机误差比绝对值大的随机误差出现的机会多”的结论是一致的。随着 C 值的增加,在相应的随机误差 δ 之外的(即超出 δ 的误差)数目也减少得很快。例如,当 $C=3$,即 $\delta=3\sigma$ 时,在它之外的误差数目只0.3%,或者说在平均370个误差中,只有一个误差的绝对值超出该误差($\delta=3\sigma$);而当 $C=4$ 时,在15625个误差中只有一个误差的绝对值超出 4σ 。

(四)算术平均值与标准偏差

1. 算术平均值