

15.511-
10.9

目 录

引言.....	2
1.重力拱坝尺寸的初步选定.....	3
2.试荷载方法的原理.....	5
3.例题 初步选择尺寸及绘制拱和悬臂梁上的荷载图.....	7
4.对称拱坝上拱圈挠度及内力的计算.....	11
5.例题 利用表格计算拱圈的径向挠度与内力.....	14
6.悬臂梁的变形.....	17
7.悬臂梁上 m 点的挠度影响线坐标的计算.....	18
8.给定荷载条件下求悬臂梁 m 点的挠度.....	23
9.例题 用影响线求悬臂梁的挠度.....	24
附录 I 计算由弯矩所产生的挠度的 B. II. 司克林可夫近似公式的推导.....	30
附录 II 计算由剪切变形所产生的悬臂梁挠度的近似公式的推导.....	31
附录 III 计算由基础弹性变形所产生的悬臂梁挠度的近似公式的推导.....	32
附录 IV 两端嵌固于弹性基础内的拱圈的力、弯矩及径向变形.....	34

781



123573

SAS/4/02

引 言

純拱坝是依靠推力的作用将全部水压力傳至峡谷兩側山坡或人造垫座上的一种建筑物。但一般很少能够造成这样理想的条件，更多的情况却是建筑物中的垂向应力也承受一部分靜水压力，并将其傳至坝基。

一般公認，只需沿基础面或坝体整个周界設置功效良好的鉸鏈以后，就能实现純拱坝或者作用近似純拱坝的建筑物。但是，这些支座鉸鏈中只要一点遭到損毀，就势必导致建筑物工作条件的破坏，使結構变得难以确定。因此，可以預計会产生不定数值的从生应力。

从减少坝体温度-收縮应力的观点看来，設置临时建筑縫也是理所应当的。

当然，这就必須认为拱坝的工作方式象重力拱坝或拱形重力坝一样，把部分靜水压力傳至峡谷二側的山坡，余下部分傳至坝基。

建筑拱坝最有利的条件是：具有寬高比均匀变化而非常狹窄的对称河谷，基础系坚固密实的岩石。

遇到不对称的峡谷时，近来常用开挖成对称型式或設置重力式墩座的方法，使它达到对称。

过于不对称或寬高比骤然变化的峡谷，坝体上会产生很大的水平切应力和扭应力。这些应力会严重恶化坝体工作条件，并且必須用計算来确定这些应力，而在这些条件下計算是复杂的。

如果坝頂处峡谷寬度和坝高的比例不超过 2.5:1，則可得到經濟的、結構比較简单的重力拱坝或拱形重力坝。

当比例增大到 5:1 时，很大部分的靜水压力将为垂向的重力式单元体所承担，这时拱形重力坝的截面很重大，在形状上接近于重力坝。

但是，在特別有利的条件下——下部狹窄向上漸漸擴張的峡谷——还是可以应用拱形重力坝的。

設計拱形重力坝是一个非常复杂的課題，需要进行大量計算，其設計步驟可划分如下：

- a) 初步选定坝体尺寸；
- b) 搞清楚靜水压力作用下坝体水平单元体和垂直单元体間的荷載分配；
- b) 計算出靜水压力作用下建筑物內的应力；
- r) 搞清楚由于沉陷、膨脹和温度变动所产生的影响；
- л) 修正初步选定的尺寸，以保証建筑物的最良好的工作条件。

各种图表、列表計算和图解法可以減輕計算工作，并在很大程度上减少計算中的錯誤，对設計运算繁瑣的重力拱坝來說，其应用价值尤其显得宝贵。

1. 重力拱坝尺寸的初步选定

重力拱坝尺寸的初步选定, 包括下列内容:

1. 确定顶拱中心角;
2. 选择坝体截面。

重力拱坝拱的最有利中心角取决于许多条件, 其中包括河谷地形及地质条件——基础及拱座岩石的性质。

一般可以认为, 中心角位于 $130 \sim 160^\circ$ 范围内, 但在具有很高温度应力的特殊情况下, 经济的最有利中心角, 可以接近 180° 。

设计拱坝或重力拱坝时, 当然不可能沿整个坝高都同样采用这个中心角, 通常, 在设计拱坝截面时还遵循一个规则, 就是不容许坝体上部的浇筑层挑悬在下部浇筑层之上。

随着河谷宽度的向下减小, 必然会导致拱中心角也逐渐向下减小。

为了尽可能地接近经济的最有利的中心角, 通常随着中心角的减小同时减少拱半径。

重力拱坝的断面可参照任一已建成的坝来初步确定, 但这二个坝的高度、坝顶处峡谷宽度与坝高的比例都应大致相同。

利用最简单的“圆筒公式”, 可确定各高程处的拱圈厚度:

$$e = \frac{\gamma y r_H}{[\sigma]} \quad (1)$$

式中 γ ——水的比重;

y ——所求拱圈位于水面以下的深度;

r_H ——拱圈上游面的半径;

$[\sigma]$ ——混凝土砌体的容许压应力, 对顶拱采取 $[\sigma] = 50 \sim 40$ 公斤/平方厘米, 往下逐渐减少, 至坝基处为 $[\sigma] = 25 \sim 20$ 公斤/平方厘米。

公式(1)可以表示为与拱中心角—— 2α 相关的式子, 即:

$$e = \frac{\gamma y B}{(2[\sigma] - \gamma y) \sin \alpha} \quad (2)$$

式中 B ——该拱圈处二拱座间的峡谷宽度。

这个方法比前述方法的可靠性较差。

为了有把握使得上部浇筑层不挑悬在下部浇筑层之上, 在初步选择坝体尺寸的同时, 应当绘制坝体平面图。

因为当拱坝的拱圈从上层过渡到下层时, 拱中心角及半径的数值均发生变化, 因此求拱厚的问题就变得不定了。

为了更迅速求出中心角、半径和拱厚的适宜数值, 推荐应用逐步近似法。

以图1表示坝的相邻二层拱圈的平面图, 其中上层拱圈 a_1, a_2, a_3 是已经设计好的。

上层拱圈的厚度为 e_1 , 外半径为 r_{H1} 。位于50-50高程的第二层拱圈应该这样确

定，即务使下游面拱冠点以及上游面二拱座点都与上层拱圈的相应点位于一根垂直线上。

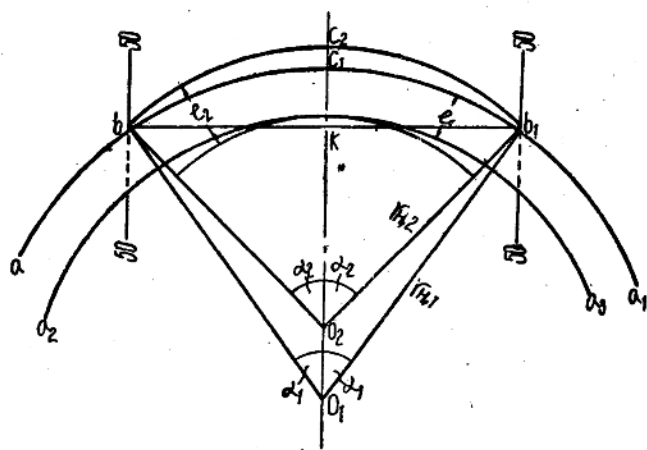


图 1

連 bb_1 直綫，从 b 点及 b_1 点作第一及第二层拱圈的外半徑，則得：

$$c_1c_2 = e_1 - e_2 = r_{H2}(1 - \cos \alpha_2) - r_{H1}(1 - \cos \alpha_1)$$

另外条件：

$$r_{H2} \sin \alpha_2 = r_{H1} \sin \alpha_1$$

联立解这二方程式，即得：

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha_2}{2} = \operatorname{tg} \frac{\alpha_1}{2} + \frac{e_2 - e_1}{r_{H1} \sin \alpha_1}$$

及

$$r_{H2} = \frac{r_{H1} \sin \alpha_1}{\sin \alpha_2}$$

困难在于 e_2 值是未知的。

在这种情况下，采用如下逐步近似法：

1) 假定 $r_{H2} \approx r_{H1}$ ，求值 e_2 ；

2) 以 e_2 代入公式

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha_2}{2} = \operatorname{tg} \frac{\alpha_1}{2} + \frac{e_2 - e_1}{r_{H1} \sin \alpha_1} ;$$

3) 求：

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha_2}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_2}{2}} ;$$

4) 求出 α_2 及 $\sin \alpha_2$ ，并求：

$$r_{H2} = \frac{r_{H1} \sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} ;$$

5) 核对 e_2 值并重复计算。

这种计算应重复进行数次，直到逐步近似法算出的结果稳定为止。

当这个足以表示横截面特性的坝体平面图完成以后，就可进行坝体计算，以根据需要修改建筑物的初步尺寸。

2. 试荷载方法的原理

从重力拱坝本身的工作条件看来，它可以看成边缘嵌固于岩石内的变厚度曲线型平板。

嵌固条件可表示为，拱座嵌固处岩石面上各点的位移必须与拱座截面上各点的位移相等。

确切地说，这个条件可表述如下：拱座截面重心点沿三个坐标方向的位移和拱座截面处拱轴线的转角，必须分别等于岩石支承面积中心点的位移和通过该中心点的岩石面法线的转角。

求解这种建筑物在水平截面及垂直截面上的应力分布问题，原则上最好应用弹性力学方法。

但上述解法有很大困难，即使是独立拱圈，目前也只能根据 H.T. 曼林先柯和 A.И. 麦谢维奇诺夫所作出的一系列假定的条件下，才能求得解答。

因此不得不利用材料力学方法来求解水平及垂直单元体间坝体静水荷载的分配问题，将坝体分割为许多条水平和垂直的单元体，它们是彼此重迭的，即坝体每个部分可以在这一方向为水平条的组成部分——拱圈，而在另一方向则是垂直条的组成部分——悬臂梁。

作用在坝体上的静水荷载，必须这样分配给水平及垂直的单元体，务使水平及垂直的单元体上各相应点的挠度都相等。

这个条件是明显的，因为上文已经提到，坝体的每一个单元体均在一个方向组成拱圈，另一方向组成悬臂梁。

如果拱及悬臂梁数目很多时，拱及悬臂梁间分配静水荷载的方法，则利用试荷载方法最为简单。

这方法的实质引述如下：在拱坝立面图上（图2）划分许多水平拱（a）和垂直悬臂梁（k），这些拱和梁的位置，或者是均匀地布置的，或者是通过峡谷断面的变化之处。

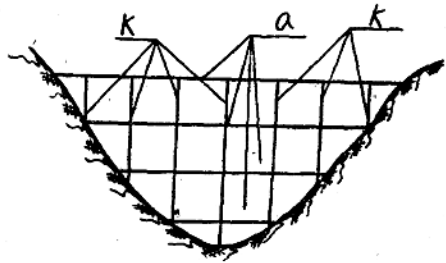


图2

然后在拱及悬臂梁间分配静水荷载，并求拱及悬臂梁上在其交点处的挠度。如果交点处拱的挠度 f_a 与悬臂梁的挠度差值超过10%时，则需修改荷载分配图，并重新计算挠度。这样一直进行到拱及悬臂梁相应点上的挠度差值小于10%为止。

为加速计算工作的进行，建议应用下列方法。

如有足以说明所计算的建筑物的拱和悬臂梁间荷载分配的文献或档案资料，则可利用比拟方法来确定拱及悬臂梁间荷载的分配。这个方法行之最为有效。

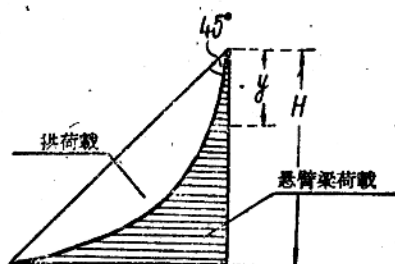


图 3

同样可以用Γ.立特-B.司克林可夫方法来求作用于拱冠悬臂梁上的荷载。

最后还可用札查敦的近似方法(见B.Ю.卡林諾維奇著“混凝土坝理论的基础”^①一书,国立建筑出版社出版,1934年)。

卡氏建议拱冠悬臂梁每平方米上承受的荷载以下列方程式(见图3)表示:

$$P_c = \gamma y \left(\frac{y}{H} \right)^m,$$

拱上在与悬臂梁交点处每平方米的荷载为:

$$P_a = \gamma y \left(1 - \left(\frac{y}{H} \right)^m \right)$$

式中 γ ——水的比重;

y ——所求点位于水面以下的深度;

H ——最大坝高;

m ——与坝体几何形状有关的指数。

指数 m 的数值可从表1求得,它与值

$$K = \frac{H}{r_0} \cdot \frac{1}{\tan \beta} \cdot \frac{1}{\sqrt{A}}$$

有关。

式中

$$\tan \beta = \frac{e_n}{H}$$

r_0 ——拱轴线的半径;

e_n ——坝基厚度;

A ——系数,对薄拱而言它和中心角 2α 有关,当 $2\alpha=90^\circ$ 时: $A=1.9$;当 $2\alpha>100^\circ$ 时: $A=2.0$ 。

表 1

K	m	K	m	K	m
0.00	0.00	2.96	1.50	10.5	6
0.91	0.25	3.76	2.00	12.5	7
1.36	0.50	5.35	3.00	15.2	8
1.80	0.75	7.00	4.00	—	—
2.20	1.00	8.70	5.00	—	—

札查方法只能用来绘制拱冠悬臂梁上的荷载图。

对位于峡谷斜坡上的悬臂梁来说,可利用这个图的上部其高度等于悬臂梁高度 h 的

^① “Начала теории бетонных плотин”, Госстройиздат, 1934.

一段，同时根据如下原则修正图的下边部分。

作用于拱座及悬臂梁基础处的荷载总和为：

$$P_c + P_a = \gamma h.$$

此外，传至拱及悬臂梁上的荷载显然是 τ 角的函数，这个角度是由山坡线构成的，即山坡的切线与水平线的夹角。这函数对悬臂梁来说应当是这样的，当 $\tau=0$ 时为1，当 $\tau=90^\circ$ 时为0。

适合上述条件而且又是最简单的函数，可写为：

$$P_c = \gamma h \cos^2 \tau \quad (3)$$

这函数可用于修正悬臂梁的荷载图。

绘制拱上的荷载图时，拱座处的荷载取为：

$$P_a = \gamma h \sin^2 \tau \quad (4)$$

可引荐下述方法作为绘制拱及悬臂梁的荷载图之用：第一步是按照上述方法绘制悬臂梁的荷载图。

然后，利用这些图求出悬臂梁和拱交点处拱的荷载，并把这些荷载值绘制于拱的荷载图上，最后以直线连接。

礼查方法未曾考虑许多很重要的因素，例如：重力拱坝基础的弹性影响。其次，由于这方法是建立在三角形坝体截面的概念上的，从而毫无疑问，它是具有很粗略的性质。因此，这个方法肯定会产生不太好的效果，这就是说：应用这个方法会对以后的工作造成大量时间上的浪费。

至于随后的计算，对于对称的峡谷情况，最方便的方法是利用劳伦工程师（美国垦务局）的表来计算拱圈挠度，这表是在考虑了各种因素对于拱圈变形的影响后编制的，其中包括作用于拱轴上的弯矩、法向力、切力以及基础弹性对于各点法向位移的影响。

求悬臂梁挠度最方便的方法是利用B. II. 司克林可夫教授的方法。其方法的基础在于对作用于悬臂梁上荷载绘制影响线图。这方法也能计入弯矩、切力和基础弹性对于挠度的影响，并保证使计算方法具有为加速计算和减少错误所必需的机械性质。

应用B. II. 司克林可夫方法时，基本的而且也是耗费劳动最多的工作在于绘制影响线。

当影响线一经绘好以后，任意荷载作用下悬臂梁挠度的计算都没有什么困难。

3. 例题 初步选择尺寸及绘制拱和悬臂梁上的荷载图

图4所示的峡谷中，设计了一个从基础面算起高度为70米的拱坝。

坝顶高程处的峡谷宽度 $B=140$ 米。

经过数量不大的开挖以后，获得了一个适宜的而宽高比均匀变化的对称峡谷。

水面处顶拱的中心角——高程0处——采用为 $2\alpha=160^\circ$ 。坝顶没有设置公路，其宽度采用 $e_0=2.5$ 米。

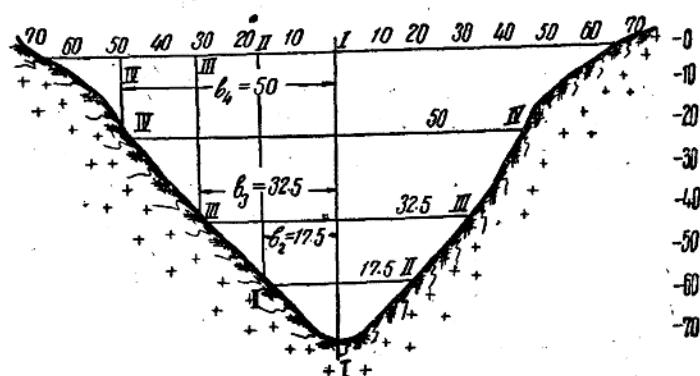


图4

表2中列出各拱圈截面处的拱坝主要尺寸, 以及按圆筒公式计算得到的应力, 图5则是沿

I-I, II-II, III-III, IV-IV

截取的垂直标准截面。

表2

拱圈标高 (米)	2α	r_H (米)	r_B (米)	r (米)	θ (米)	σ (公斤/平方厘米)
0	166°	72.45	69.95	71.20	2.50	—
-20	$103^\circ 33'$	66.1	61.10	63.60	5.00	26.4
-40	$82^\circ 40'$	52.9	45.40	49.15	7.50	28.1
-55	$62^\circ 30'$	38.8	28.80	33.80	10.00	19.1
-70	—	—	—	—	12.50	—

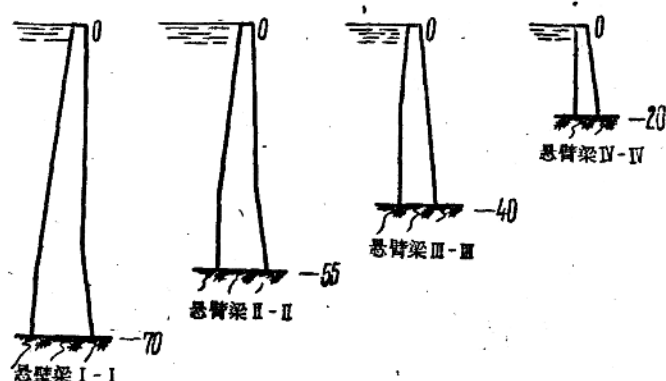


图5

由于缺乏绘制悬臂梁荷载图所需的资料, 故采用了礼查方法来绘制。

求拱坝特性值:

$$K = \frac{H}{r_0} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \beta} \cdot \frac{1}{\sqrt{A}} = \frac{70}{71.2} \times \frac{1}{0.178} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 3.90$$

式中

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{b_H}{H} = \frac{12.50}{70} = 0.178$$

由表 1 中按内插法求得:

$$m = 2.09$$

相应于 1-1 悬臂梁荷载图的方程式为:

$$P_c = \gamma y \left(\frac{y}{H} \right)^{2.09}$$

表 3 中列出了各高程处 P_c 值的计算值:

表 3

拱圈标高 (米)	y (米)	$\frac{y}{H}$	$\left(\frac{y}{H} \right)^{2.09}$	P_c (吨/平方米)	P_a (吨/平方米)
0	0	0	0	0	0
-5	5	0.0715	0.004	0.02	4.98
-10	10	0.143	0.017	0.17	9.83
-15	15	0.214	0.040	0.60	14.40
-20	20	0.286	0.073	1.46	18.54
-25	25	0.356	0.116	2.90	22.10
-30	30	0.429	0.170	5.70	24.90
-35	35	0.500	0.234	8.20	26.80
-40	40	0.571	0.310	12.4	27.60
-45	45	0.643	0.398	17.9	27.10
-50	50	0.714	0.494	24.7	25.30
-55	55	0.786	0.607	33.3	21.70
-60	60	0.856	0.725	43.5	16.50
-65	65	0.929	0.857	55.6	9.40
-70	70	1.000	1.000	70.0	0

为绘制 II-II, III-III 及 IV-IV 悬臂梁上的荷载图, 计算点 II, III 及 IV 的

$$P_c = \gamma h \cos^2 \tau$$

对于点 2 (图 4) 有

$$\operatorname{tg} \tau = \frac{2.75}{2.75} = 1.00$$

$$\tau = 45^\circ$$

$$\cos \tau = 0.707$$

$$P_c = \gamma h_a \cos^2 \tau = 1 \times 55 \times 0.707^2 = 27.5 \text{ 吨/平方米}$$

$$P_a = \gamma h - P_c = 27.5 \text{ 吨/平方米}$$

对点 III 同样可求得

$$P_c = 1 \times 40 \times 0.681^2 = 18.6 \text{ 吨/平方米}$$

$$P_a = 21.4 \text{ 吨/平方米}$$

对点 IV-IV 求得

$$P_c = 1 \times 20 \times 0.672^2 = 9.1 \text{ 吨/平方米}$$

$$P_a = 10.9 \text{ 吨/平方米}$$

图 6 是根据这些资料绘制的悬臂梁荷载图。

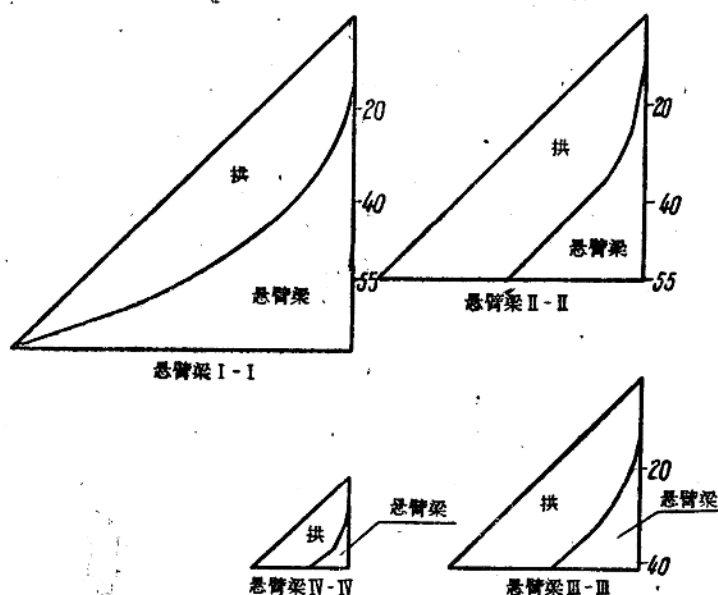


图 6

图 6 所示的悬臂梁荷载图可以用来绘制拱的荷载图。为此在图 6 上量下同一高程处拱荷载的纵坐标值。

图 7 示出的是 II-II, III-III 及 IV-IV 各拱圈上以直线连成的荷载展开图。

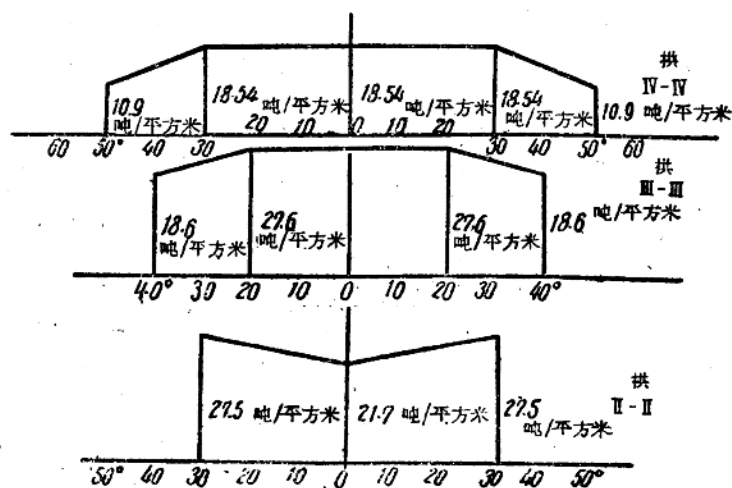


图 7

橫軸上的數值是以度數表示的拱圈的弧長。

上列各圖的縱坐標的位置，可按下列公式求出：

$$\alpha = \arcsin \frac{b}{r}$$

式中 b ——垂直截面到拱軸線的距離(圖4)；

r ——相對於該線的半徑。

例如：IV-IV 拱圈上從拱對稱軸到垂直截面Ⅱ-Ⅱ的全長上的荷載分布都是均勻的，其強度為

$$P_a = 18.54 \text{ 噸/平方米}$$

此時弦的半長為 b ，——32.50 米，軸線半徑為 $r = 63.6$ 米。

由此得到：

$$\alpha = \arcsin \frac{32.5}{63.6} = 30^\circ 40'$$

同樣對截面 IV-IV 得

$$\alpha = \arcsin \frac{50.00}{63.60} = 51^\circ 45'$$

4. 對稱拱壩上拱圈撓度及內力的計算

對於受對稱荷載作用的對稱拱壩而言，其徑向位移及內力的計算是比較簡單的，利用勞倫工程師的圖表就足以精確地同時完成這二種計算。

勞倫工程師的圖表是在材料力學曲杆理論的基礎上編制的，但其中考慮了彎曲變形、法向力引起的壓縮變形、切力引起的剪切變形和拱座變形的影響。其中拱座變形是根據基礎岩石的彈性模數 E_{ck} 等於混凝土彈性模數 E_c 的假定下求出的。

如果實際條件和上述提到的情況相差過遠時，則在計算撓度、彎矩、法向力和切力時，必須考慮如下的位移：

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= \frac{0.002315}{E_{ck} \cdot e^2} \\ u &= \frac{0.00759}{E_{ck}} \\ v &= \frac{0.00871}{E_{ck}} \end{aligned} \quad (5)$$

式中 $\Delta\varphi$ ——單位彎矩在基礎面的法向平面內引起的平均轉角；

u ——單位法向力在拱座表面引起的平均法向變形；

v ——單位切力所引起的平均切向變形；

e ——拱厚。

表中數值是在下列假定下，根據公式求出的：

1) 拱圈材料是均勻和各向同性的；

2) 截面在彎曲前後都保持為平面；

- 3) 拱截面上的应力按直线规则分布;
- 4) 压缩和拉伸时的弹性模数相同;
- 5) 弹性模数与剪切模数的比例等于:

$$\frac{E_s}{G} = 2(1 + \nu),$$

式中 ν ——泊桑系数;

- 6) 相应于实际切应力情况的剪切变形与相应于切应力均匀分布情况的剪切变形二者的比例为:

$$K_1 = 1.25$$

$\nu = 0.2$ 时, 给出:

$$\frac{K_1 E_s}{G} = 2K_1(1 + \nu) = 3;$$

- 7) 拱圈为圆柱形, 荷载对称于拱冠截面, 惯性力矩为:

$$J = \frac{e^3}{12};$$

- 8) 假定温度变形与温度变化成正比, 并且假定整个拱圈上的温度变化是相同的。

劳伦工程师共编制了14个表(见本书附录IV), 表1(a)和1(b)适用于均布径向荷载情况, 其荷载强度为

$$P = 1 \text{ 吨/平方米}$$

表2(a), 2(b), 3(a), 3(b), 4(a), 4(b), 5(a)及5(b)适用于1/4, 2/4, 3/4及整个半拱长度上作用有三角形荷载的情况, 拱座处的荷载最大坐标为1吨/平方米。表6(a)及6(b)适用于考虑温度影响的情况; 表7(a)及7(b)适用于拱座处作用有强度为 $P = 1$ 吨/平方米的径向集中荷载的情况; 这种荷载的产生是由于相交于嵌固岩石处的拱圈和悬臂梁互相作用所引起, 当峡谷断面不是平滑轮廓的时候, 则在列出拱圈及悬臂梁的挠度方程式时, 必须把此荷载列入方程式中。

表组(a)中列出了系数 n 、 m 及 q , 利用这些系数可计算拱冠及拱座截面处的法向力 N 、弯矩 M 及拱座截面处的切力 Q 。在表组(b)中给出拱轴各点上的径向位移, 这些点是在拱冠截面和距离拱冠分别为1/4、2/4、3/4半个拱弧长度的截面及拱座截面上。现假定朝向水库方向的径向位移为正, 朝向下流的为负。

表是按下列数值编制的:

$$\frac{e}{r} = 0.025, 0.050, 0.075, 0.100, 0.125,$$

$$0.250, 0.375, 0.500, 0.625, 0.750,$$

$$1.000, 1.125, 1.250, 1.375, 1.500,$$

这些数值列在表的上部, 此外半中心角的数值为: $\alpha = 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80$ 及 90° , 这些数值列于各表的第一列中。

拱圈上均匀分布径向荷载时, 应力计算公式为:

$$\left. \begin{aligned} N &= 0.001 P n r \\ M &= 0.001 P m r^2 \\ Q &= 0.001 P q r \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

徑向位移的公式为:

$$\Delta r = \frac{0.001 P k_1 r}{E_s} \quad (7)$$

由拱座处集中荷载所引起的拱圈内力和拱轴各点的位移, 其计算公式为:

$$\left. \begin{aligned} N &= 0.001 P n \\ M &= 0.001 P m r \\ Q &= 0.001 P q \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\Delta r = \frac{0.001 P k_1}{E_s} \quad (9)$$

拱圈上由温度均匀变化引起的内力和位移, 其计算公式为:

$$\left. \begin{aligned} N &= -\frac{t}{10} n r E_s \\ M &= -\frac{t}{10} m r^2 E_s \\ Q &= -\frac{t}{10} q r E_s \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

及

$$\Delta r = -\frac{t}{10} k_1 r \alpha$$

式中 t ——温度变化, 以度(摄氏)计;

α ——混凝土线膨胀系数。

正向应力示于图 8。

表格的使用方法是简单的, 繪于拱轴上的应力图, 必须分开成矩形 $abcd$ 及若干个正或负的三角形(图 9)。三角形的位置必须是这样的, 三角形的一边垂直拱轴并置于拱座处, 这条边的对角则置于 1/4、2/4、3/4 半拱长度点处。

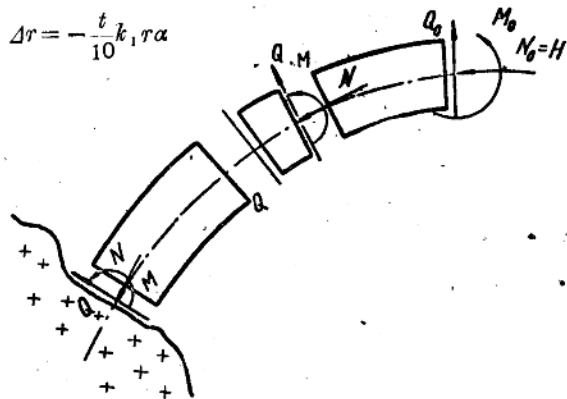


图 8

图 9 列出了拱座处最大坐标值—— P_n 和拱座处最小坐标值—— P_m 的荷载图形。

曲线图形 $nbcd$ 被分成了一个矩形和三个正三角形 eba 、 kfe 和 nmk 。

欲由曲线形的荷载图计算挠度和内力, 必须首先算出四个部分荷载所产生的相应值, 然后再相加。

例如, 拱冠处法向力为:

$$N_0 = N_{01} + N_{02} + N_{03} + N_{04}$$

式中 N_{01} ——由第一组矩形荷载 $abcd$ 所产生在拱冠处的法向力;

N_{02} ——由三角形荷载 eba 所产生在拱冠处的法向力;

N_{03} ——由三角形荷载 kfe 所产生在拱冠处的法向力;

N_{04} ——由三角形荷载 nmk 所产生在拱冠处的法向力。

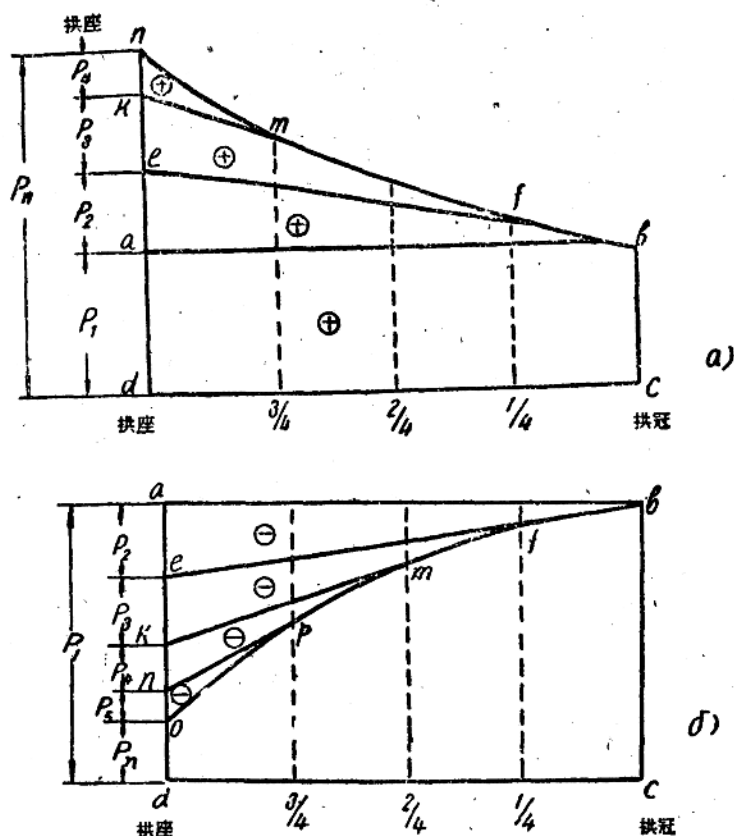


图 9

图 9 (a) 列出的荷载图形，其拱冠处最大纵坐标为 P_1 ，拱座处最小纵坐标为 P_n 。这个荷载可用一个正矩形荷载 $abcd$ 及四个三角形荷载

abe 、 efk 、 kmn 及 npo

代表。

在这种情况下，计算拱的挠度和内力时，应取正荷载与负荷载的相应值之差。

例如：拱座处弯矩为：

$$M_n = M_{n,1} - M_{n,2} - M_{n,3} - M_{n,4} - M_{n,5}$$

式中脚注的意义与前例所述的相同。

5. 例题 利用表格计算拱圈的径向挠度与内力

要求计算对称拱形重力坝拱圈上的切力、弯矩和法向力，拱圈的荷载图示于图10。

计算资料：拱厚： $e=5$ 米，拱轴半径 $r=125$ 米，半中心角 $\alpha=60^\circ$ ，比例 $\frac{e}{r}=\frac{5}{125}=0.04$ ， $M=170$ 的混凝土的弹性模数 $E_s=26000000$ 吨/平方米。



图 10

为了便于计算, 首先以二个图形代替给定的图形(图10): 正荷载为以纵坐标 $P_1 = 25.5$ 吨/平方米为高度的矩形; 负荷载为三角形, 其荷载坐标为 $P_2 = -10.3$ 吨/平方米(见图11)。

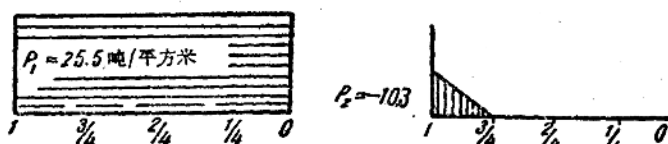


图 11

图9.a)的计算利用附录IV的表1(a)和1(6)进行, 图9.b)的计算利用附录IV的表2(a)和2(6)进行。

拱冠法向力的计算:

a)按表1(a):

角 $\alpha = 60^\circ$ 及比例 $\frac{e}{r} = 0.025$ 时, $n = 1011$

角 $\alpha = 60^\circ$ 及比例 $\frac{e}{r} = 0.050$ 时, $n = 1018$

角 $\alpha = 60^\circ$ 及比例 $\frac{e}{r} = 0.040$ 时, 在上列两数值间按内插法求得:

$$n = 1011 + (1018 - 1011) \times \frac{0.04 - 0.025}{0.05 - 0.025} = 1015$$

法向力按公式(6)求得:

按表2(a) $N_{01} = 0.001 P_1 n r = 0.001 \times 25.5 \times 1015 \times 125 = 3235$ 吨

角 $\alpha = 60^\circ$ $\frac{e}{r} = 0.025$ 时: $n = 10.05$

角 $\alpha = 60^\circ$ $\frac{e}{r} = 0.050$ 时: $n = 11.27$

角 $\alpha = 60^\circ$ $\frac{e}{r} = 0.040$ 时: $n = 10.78$

$$N_{02} = 0.001 P_2 n r = 0.001 \times (-10.3) \times 10.78 \times 125 \approx -14 \text{ 吨}$$

最后的法向力数值为:

$$N_0 = N_{01} + N_{02} = 3235 - 14 = 3221 \text{ 吨}$$

为了方便和加速计算起见, 最好列表进行计算。以下按列表形式进行了其它各未知值的计算。

拱轴上各点的负值位移, 表示这些位移的方向相应于缩短半径, 也即朝向下游。

表 4

拱圈序号	计 算 值	P ₁ = 25.5吨/平方米					P ₂ = -10.3吨/平方米					最后数值	
		系 数		计 算			系 数		计 算				
		当 e/r =		1011	1018	1015	10.05	11.27	10.78	当 e/r =			0.001 × (-10.3) × 10.78 × 125 = -14
		0.025	0.05							0.025	0.05		
1	拱冠法向力												3221 吨/米
2	拱冠弯矩	0.328	1.310	0.916		0.001 × 25.5 × 0.916 × 125 = 3235	-0.942	-1.075	-1.022		0.001 × (-10.3) × (-1.022) × 125 = 164		530 吨/米
3	拱座法向力	1012	1021	1017		0.001 × 25.5 × 1017 × 125 = 3230	16.55	16.30	17.00		0.001 × (-10.3) × 17.00 × 125 = -22		3208 吨/米
4	拱座弯矩	-0.602	-2.330	-1.642		0.001 × 25.5 × (-1.642) × 125 ² × -652	-7.445	-7.111	-7.255		0.001 × (-10.3) × (-7.245) × 125 = 93		-559 吨/米
5	拱座切力	-1.612	-6.319	-4.437		0.001 × 25.5 × (-4.437) × 125 = -14	-123.1	-123.6	-123.4		0.001 × (-10.3) × (-123.4) × 125 = 159		-145 吨/米
6	拱冠径向位移	-78510	-40540	-55760		0.001 × 25.5 (55760) × 125 280000 = -0.068	63859	9214	31100		0.001 × (-10.3) × 31100 × 125 = -0.015		-0.083 米
7	1/4点径向位移	-68960	-35700	-48960		0.001 × 25.5 × (-48960) × 125 = -0.060	38480	5553	19080		0.001 × (-10.3) × 19030 × 125 = -0.009		-0.069 米
8	3/4点径向位移	-44100	-23100	-31500		0.001 × 25.5 × (-31500) × 125 = -0.039	-18080	-2652	-8820		1.001 × (-10.3) × (-8.820) × 125 = 0.004		-0.035 米
9	3/4点径向位移	-15330	-8352	-11140		0.001 × 25.5 × (-11140) × 125 = -0.014	-48750	-7525	-24400		0.001 × (-10.3) × (-24400) × 125 = 0.012		-0.002 米
10	拱座径向位移	-2.877	-11.28	-7.92		0.011 × 25.5 × (-7.92) × 125 = -0.00001	-219.7	-220.7	-220.3		0.001 × (-10.3) × (-220.3) × 125 = 0.00011		0.00012 米

6. 悬臂梁的变形

悬臂梁上任一点的挠度 f , 可以由三个分位移之和来确定, 即由悬臂梁上各单元体的弯曲变形、剪切变形和基础弹性变形所引起的位移来确定。

如果将悬臂梁沿高度分割成 n 个相等高度为 h 的单元体, 则这三个组合成悬臂梁挠度的分位移, 可近似地用数学方法求得。

此时, 由于单元体弯曲变形使悬臂梁 m 点发生的位移 $f_{m,1}$, 可按 B. II. 司克林可夫简要的公式^① 求取:

$$f_{m,1} = -\frac{h^3}{E_J} \sum_{k=1}^{k=n} P_k \sum_{i=m}^{i=n} \frac{(i-m)(i-k)}{J_i} \quad (11)$$

与单元体剪切变形有关的悬臂梁 m 点的位移 $f_{m,2}$ 可按式求取:

$$f_{m,2} = \frac{k_1 h}{E_J} \left(\sum_{k=1}^{k=m} P_k \sum_{i=m+1}^{i=n} \frac{1}{e_i} + \sum_{k=m+1}^{k=n} P_k \sum_{i=k+1}^{i=n} \frac{1}{e_i} \right) \quad (12)$$

与基础变形有关的悬臂梁 m 点的位移 $f_{m,3}$ 可按式求取:

$$f_{m,3} = \frac{h}{E_{ck}} \left(\xi + \eta(n-m) \frac{h}{e_n} \right) \sum_{k=1}^{k=n} P_k + \frac{1}{E_{ck}} \left(\eta \frac{h}{e_n} + \mu(n-m) \left(\frac{h}{e_n} \right)^2 \right) \sum_{k=1}^{k=n} P_k (n-k) \quad (13)$$

上列公式中(图12):

h ——悬臂梁单元体的高度, 对所有单元体都是相等的;

E_J ——混凝土的弹性模数;

e_i ——悬臂梁单元体的平均宽度;

P_k ——作用于悬臂梁某个单元体高度中部的水压力;

k ——单元体的序数, 由上往下排列;

m ——悬臂梁上所求挠度的单元体的序数;

i ——悬臂梁上所求弯曲变形或剪切变形的该单元体的序数, 由上往下排列;

n ——单元体的总数;

$J_i = \frac{e_i^3}{12}$ ——悬臂梁上某单元体的惯性力矩;

$k_1 = 2.50(1+\nu)$ ——考虑切应力分布不均匀的系数, 其中并以弹性模数 E_c 取代了剪切模数 G ;

$\omega_i = e_i$ ——悬臂梁某单元体的横截面积;

e_n ——悬臂梁底部单元体的平均宽度;

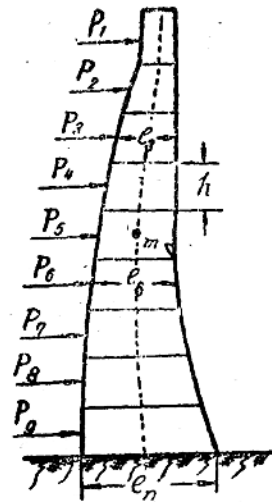


图 12

① 见“Гидротехнический сборник” № 2, МВТУ, 1929.