

张小红
张建勋 编著

数学软件 与数学实验

清华大学出版社

张小红
张建勋 编著

数学软件 与数学实验

清华大学出版社
北京

内 容 提 要

本书首先介绍了数学软件 Maple 8 和 Mathematica 4 的基本使用方法,随后精心设计与《大学数学》(高等数学)相适应的数学实验 15 个,以引导学生借助数学软件自主探索、研究数学问题和解决数学的应用问题,以提高数学实践能力、培养探索精神,进而提高创新能力。

全书通俗易懂、图文并茂,在选材上力求体现数学概念、方法的渊源和应用背景,并注重趣味性、低起点。只要具备《高等数学》基础知识的读者便可轻松自学。本书适用于高等院校各类专业,也可作为高职、中专相关专业的《数学实验》、《数学软件》教材。既可单独讲授,也可作为大学数学相关课程的辅助教材。

版权所有,翻印必究。举报电话:010-62782989 13901104297 13801310933

图书在版编目(CIP)数据

数学软件与数学实验/张小红,张建勋编著. —北京:清华大学出版社,2004.8

ISBN 7-302-08613-3

I. 数… II. ①张… ②张… III. ①数学—应用软件, Maple 8、Mathematica 4 ②高等数学—实验
IV. ①O245 ②O13-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 043364 号

出 版 者: 清华大学出版社

<http://www.tup.com.cn>

社 总 机: 010-62770175

地 址: 北京清华大学学研大厦

邮 编: 100084

客 户 服 务: 010-62776969

责任编辑: 刘 颖

封面设计: 常雪影

印 装 者: 北京市昌平环球印刷厂

发 行 者: 新华书店总店北京发行所

开 本: 185×230 印 张: 24 字 数: 493 千字

版 次: 2004 年 8 月第 1 版 2004 年 8 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-302-08613-3/O·361

印 数: 1~4000

定 价: 29.80 元

本书如存在文字不清、漏印以及缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:(010)62770175-3103 或(010)62795704

前 言

数学实验是近年国内外数学教学改革的新生事物,它在现代教育理论指导下,旨在引导学习者借助数学软件自主探索、研究数学问题和解决数学的应用问题,其目标是提高数学实践能力、培养探索精神,进而提高学习者的创新能力。

作者先后在两所大学给数学专业和非数学专业学生讲授《数学实验》课.大学生们被该门课程的新颖别致和独有的魅力所吸引,表现出了极大的学习热情.这也促使作者在课程建设方面投入较大精力,比如积累了一批资料、编制了电子教案、开发了数学软件 CAI 学习系统等.本书是在作者近年的讲稿基础上进一步修改充实而成的.需要特别说明的是,书中吸收了国内外同行的众多著作、论文(包括公布于网络上的相关资料),书末的参考文献仅列出了其中一部分,在此谨对所有这些论著的作者们表示衷心的感谢!

关于本书的写作特点和使用方法,做以下的说明:

(1) 我们力求使本书有广泛的适应性,在选材上尽量做到通俗易懂、代表性强,并注重趣味性、低起点.只要具备大学《高等数学》基础知识的读者便可轻松自学.书中介绍了两种数学软件,学习和讲授时,只需选择其中一种.

(2) 书中包含 15 个实验,互相独立,可灵活选用.这些实验主要起到引导、示范作用.教师可以用很少的时间讲解实验背景、提示实验过程,但不宜限框框、定标准.每个实验之后都给出了一些练习题,这只具有参考意义,学习者可自行设计与实验内容相关联的其他实验题目.数学实验以学习者自主探索和实践为特色,以上机实验为主要学习形式.学生在实验前,要认真阅读教材,并查阅相关资料,设计好实验过程.

(3) 作者反对把《数学实验》看成《数学模型》课的上机练习.我们认为,尽管这两门课程有相似之处和重叠部分,但它们又有本质的区别:《数学模型》着眼于数学的应用,强调解决实际问题的数学方法和模型;而《数学实验》着眼于数学的学习方法,强调自主探索和实践,在探索和实践的过程中学习数学知识、应用数学知识,以培养创新能力为根本目标.《数学实验》课的开设是建构主义学习理论在数学教学中的实际应用,《数学实验》=探索+创新,《数学模型》=应用+创新.因此,本教材是开放性的,尽管有些内容讲得比较细(为的是让读者进入话题),但给读者留有较大的探索空间.有相当多示例程序只是引导性的,并没有给出具体的解释和说明,也不一定是最佳的,请读者自行上机调试、学习和完善.

本书适用于高等院校各类专业,也可作为高职、中专相关专业的《数学实验》、《数学软件》教材。既可单独讲授,也可作为大学数学相关课程的辅助教材。与本书配套的《数学实验》电子教案及《数学软件 Mathematica/Matlab 多媒体 CAI 系统》已分别由清华大学出版社、中国建筑工业出版社出版,可与作者(E-mail: zxhonghz@263.net)及出版社联系。

本书第3章3.14、3.15节由张建勋编写,其余章节由张小红编写。书中疏漏之处,敬请广大读者批评指正!

编 者

2003年12月31日

目 录

第 1 章 Maple 8 使用基础	1
1.1 常用数学软件介绍	1
1.2 Maple 8 概述	4
1.3 Maple 的基本数学运算功能	27
1.4 Maple 的绘图功能	66
1.5 线性代数	95
1.6 微积分、级数与微分方程	116
1.7 Maple 程序设计	135
第 2 章 Mathematica 4 使用基础	144
2.1 Mathematica 入门	144
2.2 Mathematica 中的代数运算、变量与函数	152
2.3 解方程、解不等式及 Mathematica 中的表运算	160
2.4 函数作图	165
2.5 线性代数	181
2.6 极限、微分(微分方程)、积分与级数	190
2.7 数值计算	198
2.8 Mathematica 的程序设计	203
第 3 章 数学实验	212
3.1 实验 1 黑白棋子问题·完全数及 Mersenne 素数	212
3.2 实验 2 九连环与 Fibonacci 数列	220
3.3 实验 3 有关微积分的若干问题(1)	233
3.4 实验 4 有关微积分的若干问题(2)	242
3.5 实验 5 万有引力定律的发现	253
3.6 实验 6 有关概率的几个问题	261
3.7 实验 7 关于线性规划问题	272
3.8 实验 8 人口增长问题与曲线拟合	283

IV	3.9 实验 9 图与树	292
	3.10 实验 10 彩虹与路灯照明问题	304
	3.11 实验 11 关于分形与混沌	316
	3.12 实验 12 密码学与信息安全(1)	331
	3.13 实验 13 密码学与信息安全(2)	342
	3.14 实验 14 动态规划与商人过河问题	353
	3.15 实验 15 电梯问题	365
	参考文献	375

第 1 章 Maple 8 使用基础

1.1 常用数学软件介绍

目前在科学技术、教育教学、工程及管理领域比较流行的通用数学软件主要有 5 个, 分别是 Mathematica、Maple、MATLAB、MathCAD 和 SAS. 它们各自针对不同的目标而设计, 具有各自不同的特色, 下面分别做一简单介绍.

1.1.1 Maple

科学计算可分为两类: 一类是纯数值的计算, 例如求函数的值、方程的数值解, 又如天气预报、油藏模拟、航天等领域的大规模数值计算; 另一类计算是符号计算, 又称代数运算, 这是一种智能化的计算, 处理的是符号. 符号可以代表整数、有理数、实数和复数, 也可以代表多项式、函数、矩阵, 还可以是集合、群、环、域等数学结构. 我们在数学的教学和研究中用笔和纸进行的数学运算多为符号运算, 计算的结果表现为精确的解析形式. 可以进行符号计算的软件系统称为计算机代数系统, 通用的计算机代数系统大多同时具有符号运算、数值计算、图形显示和高效的编程功能. 数学软件的实质是数学方法及其算法在计算机上的实现, 这些方法是千百年来无数数学家的工作与智慧的结晶.

Maple 是由 Waterloo Maple 公司 (www.maplesoft.com) 开发的通用数学软件, 它具有无与伦比的符号计算功能, 同时具有任意精度的数值处理能力, 而且可处理二维及三维图形, 还提供了一套内置的编程语言, 用户可以开发自己的应用程序. Maple 的符号计算功能还是 MathCAD 和 MATLAB 等软件的符号处理的核心.

Maple 是一个交互式系统, 系统界面十分友好. Maple 的操作是通过用户输入 Maple 命令来实现的, 每一条命令实际上是 Maple 的一个函数. Maple 8 提供了 3000 余种数学函数, 涉及范围有初等数学、线性代数、微积分、微分方程、数论、群论、离散数学、图论、组合数学、概率统计、经济数学等. Maple 系统具有良好的模块化结构, 系统提供了许多专门领域功能强大的程序包, 它们是 Maple 的重要组成部分, 用户可以在需要时加载.

1.1.2 Mathematica

Mathematica 是由美国物理学家 Stephen Wolfram 领导的 Wolfram Research 公司 (www.wolfram.com) 开发的数学软件. 它拥有强大的数值计算和符号计算能力(它的符

号计算不是基于 Maple 的,而是自己开发的),是从事理论研究的科技工作者、高等院校师生以及从事实际工作的工程技术人员的有力工具。

Mathematica 是一个功能强大的数学软件包,它将符号演算、数值计算和绘图功能有机地结合在一起。Mathematica 还是一个很容易扩充和修改的系统,提供了一套描述方法,相当于一个编程语言,用这个语言可以编写程序,解决各种特殊问题。Mathematica 的基本系统主要是用 C 语言开发的,因而可以比较容易地移植到各种平台上。

Mathematica 是一个交互式的计算系统,计算是在用户和 Mathematica 互相交换、传递数据信息的过程中完成的。Mathematica 系统所接受的命令称作表达式,系统在接受了一个表达式之后就对它进行处理,然后再把计算结果返回。Mathematica 对于输入形式有比较严格的规定,用户必须按照系统规定的数学格式输入,系统才能正确地处理。不过,Mathematica 3.0 及其以上版本引入了输入面板,并且可以修改、重组输入面板,使用更加方便。

1.1.3 MATLAB

MATLAB 是“MATrix LABoratory”(矩阵实验室)的缩写,是美国 Mathworks 公司(www.mathworks.com)推出的科学计算软件。它以矩阵作为基本数据单位,在线性代数、数理统计、自动控制、数字信号处理、动态系统仿真等应用方面已经成为首选工具,同时也是科研工作人员和大学生、研究生进行科学研究的得力工具。MATLAB 可以运行在十几个操作平台上,比较常见的有基于 Windows 9X/NT、OS/2、Macintosh、Sun、Unix、Linux 等平台的系统。

MATLAB 程序主要由主程序和各种工具箱组成,其中主程序包含数百个内部核心函数,使用它们可以方便的进行一些很复杂的计算,而且运算效率极高。工具箱则包括系统仿真、信号处理工具、系统识别工具、优化工具、神经网络工具、控制系统工具、分析和综合工具、样条工具、符号数学工具、图像处理工具、统计工具等。这些 MATLAB 程序包,代表了相关领域内的最先进的算法。

MATLAB 命令和数学中的符号、公式非常接近,可读性强,容易掌握,还可利用它所提供的编程语言编写程序完成特定的工作。MATLAB 具有图形用户接口(GUI),允许用户把 MATLAB 当作一个应用开发工具来使用。MATLAB 还包含几十个 PDF 帮助文件,从 MATLAB 的使用入门到其他专题应用均有详细的介绍。

1.1.4 MathCAD

MathCAD 是美国 Mathsoft 公司(www.mathsoft.com)推出的一个交互式的数学系统软件。从早期的 DOS 下的 1.0 和 Windows 下的 4.0 版本,到今日的 MathCAD 2000 版本,功能也从简单的数值计算,直至引用 Maple 强大的符号计算能力,使其发生了一个质

的飞跃。

MathCAD是集文本编辑、数学计算、程序编辑和仿真于一体的软件。它的主要特点是输入格式与人们习惯的数学书写格式很近似,采用 WYSWYG(所见即所得)界面,特别适合一般无须进行复杂编程或要求比较特殊的计算。MathCAD还带有一个程序编辑器,其优点是语法特别简单。

MathCAD可以看作是一个功能强大的计算器,没有很复杂的规则;同时它也可以和 Word、Lotus 等字处理软件很好地配合使用,可以把它当作一个出色的全屏幕数学公式编辑器。

1.1.5 SAS

SAS是 Statistical Analysis System 的缩写,意为“统计分析系统”,是由美国 SAS 研究所(www.sas.com)于 1976 年推出的用于决策支持的大型信息集成系统,是当前最重要的专业统计软件之一。系统的功能建筑在适用于任何应用问题的 4 个数据处理步骤上,即数据传送、数据管理、数据分析和数据显示。

SAS 主要有三大部分:①SAS 基本部分,称为 SAS/BASE,可以完成基本的数据管理工作和数据统计工作,是 SAS 系统的基础,所有其他 SAS 模块必须与之结合使用;②SAS 分析核心,它提供了权威的数据分析与决策支持功能;③SAS 面向对象的开发工具,可以定制信息处理应用系统,SAS 分布式处理及数据仓库设计,提供了高级数据处理功能。SAS 系统是一个由三十多个专用模块组成的大型集成式软件包。其功能包括客户机/服务器计算、数据访问、数据存储及管理、应用开发、图形处理、数据分析、报告编制、质量控制、项目管理、运筹学方法、计量经济学与预测等。实际使用时可以根据需要选择相应的模块。

1.1.6 五种软件比较

上述数学软件的功能主要集中在三个方面:数值计算、符号运算、统计分析。如果同时要求计算精度、符号计算和编程的话,最好同时使用 Maple 和 Mathematica,它们在符号处理方面各具特色。如果要求进行矩阵、图形或其他数据处理,则选择 MATLAB;同时利用 MATLAB 的 NoteBook 功能,结合 Word 的编辑功能,可以很方便地处理科技文章。如果仅仅是要求一般的计算或者是普通用户日常使用,首选的是 MathCAD,它在高等数学方面所具有的能力,足够一般用户的要求,而且它的输入界面也特别友好。如果要专门进行统计分析,自然应选 SAS。

1.2 Maple 8 概述

1.2.1 启动 Maple 8

Waterloo Maple 公司提供了可运行于 Windows、Unix 和 Linux 系统中的多种 Maple 版本,此外还有专门为大学生、研究生而设计的 Student 版本. 运行于 Windows 下的 Maple 8. 对于计算机系统的最低要求如下表所示.

操作系统版本	CPU	内存	硬盘空间 (单用户)	硬盘空间 (网络)
Windows NT 4 (有 Service Pack 5)	Intel Pentium II 233 MHz 或更高	64 MB	150 MB	230 MB
Windows 95/98/ ME	Intel Pentium II 233 MHz 或更高	64 MB	150 MB	230 MB
Windows 2000 Professional	Intel Pentium II 233 MHz 或更高	128 MB	150 MB	230 MB
Windows 2000 Server	Intel Pentium II 233 MHz 或更高	256 MB	150 MB	230 MB

安装 Maple 8 是件非常容易的事,首先执行系统中的安装程序 WindowsSetup. exe (位于 Maple 8\Windows\Windows\),随后系统要求选择安装类型(从单用户安装(Single Installation)和网络安装(Network Installation)中选择一项)、输入软件序列号、选择安装文件夹、选择 Profile 模式(从 Single-user Profile 和 Multi-user Profile 中选择一项,后者允许多个用户使用 Maple 时拥有各自不同的设置)等,按照屏幕提示操作即可.

成功安装后,从开始菜单中单击“程序”组“Maple 8”子组中的“Maple 8”命令即可启动 Maple 8(也可在桌面上建立 Maple 8 的快捷方式图标,以便双击鼠标来快速启动它),如图 1-1 所示. Maple 会自动打开一个工作表窗口,每一个工作表窗口即代表一个 Maple 文档. Maple 用一种特殊的文件格式(扩展名为 *. mws)来存储工作表窗口中的内容. 刚启动时默认的文件名是 Untitled (1),可在保存文件时更改为自己喜欢的名字.

使用 Maple 进行计算时,首先在提示符“>”后输入相应的表达式并加上一个“;”,然后按下 Enter 键即可. 譬如要求 Maple 分解多项式 $x^{12}-1$,则需要使用函数(命令)factor 形成表达式 factor($x^{12}-1$),其中“^”是乘方的符号,输入格式与输出结果参见图 1-1.

需要说明的是:(1)大于号“>”是 Maple 的提示符,由系统自动产生.(2)系统自动将每次命令行的输入及其运行结果用方括号“[]”括起来,作为一个组.(3)Maple 是区分大小写的,不能将上述命令 factor 写成 FACTOR 或 FACtor(如果这样输入,系统将按原

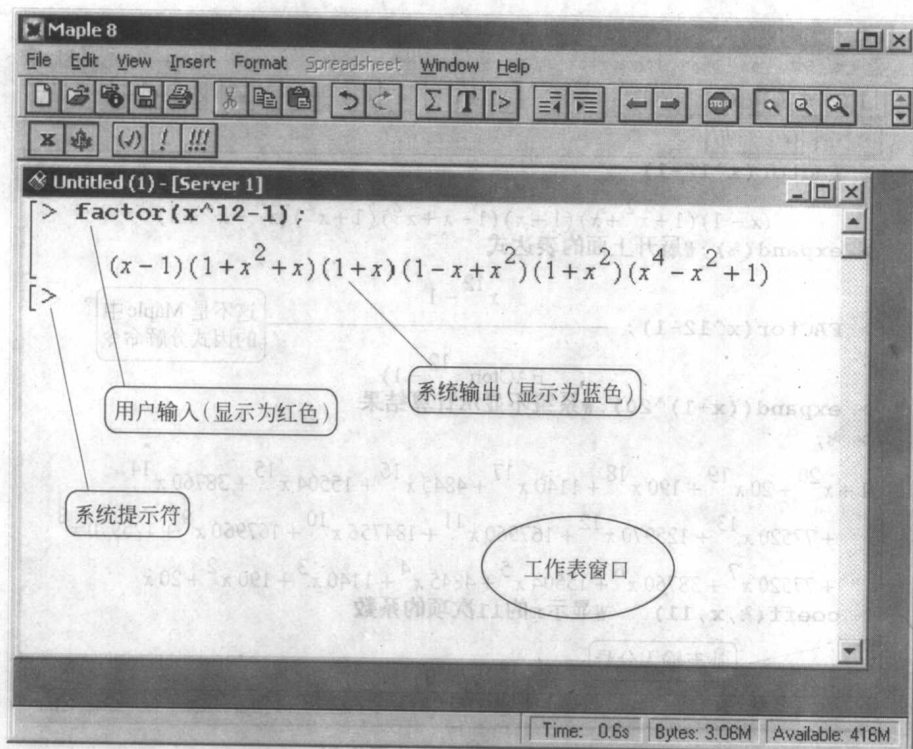


图 1-1 Maple 工作表窗口

样输出)。(4)可以使用“%”来引用上一次的计算结果(参见图 1-2)。(5)Maple 的表达式以分号“;”或冒号“:”结束。对于以冒号“:”结束的表达式,系统执行计算但不显示结果。如果忘记输入分号“;”或冒号“:”,系统会提示 Warning, premature end of input(警告,非完整输入),此时不必重新输入表达式,只需再补充输入分号“;”或冒号“:”并按 Enter 键即可。(6)可以将对表达式的注解写在#之后,Maple 不执行#之后的内容(还可以在表中插入文本段落,这将在 1.2.3 节和 1.2.4 节中讲述)。

与其他 Windows 应用程序类似,Maple 窗口的组成元素依次是:标题栏、通用工具栏、上下文相关工具栏 Context bar(根据当前光标位置对象的不同,出现不同的工具按钮)、工作表窗口、状态栏。

1.2.2 改变 Maple 8 的内核模式

上述呈现在用户面前的是 Maple 的交互式图形用户界面,通过它用户向 Maple 发出指令并得到执行结果。而具体负责处理用户命令输入、管理内部数据的是 Maple 的“内核”,称之为 Kernel。

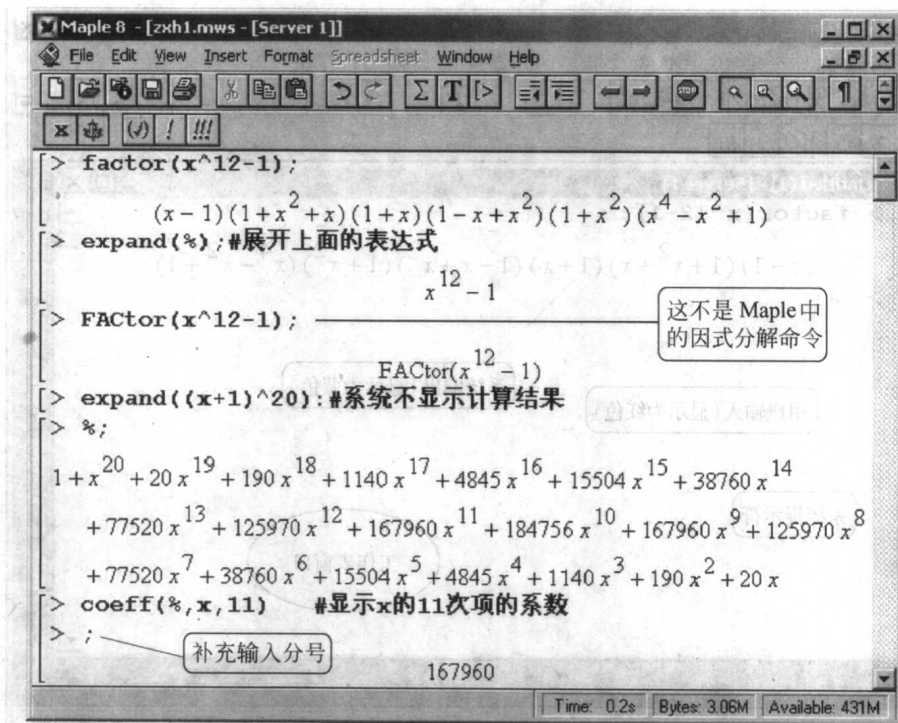



图 1-2 Maple 的使用实例

在 Maple 中, Kernel 是完成计算任务的计算引擎. 同时, Kernel 还保存工作表中变量的值. 当打开多个工作表窗口时, 可以让 Maple 在三种不同的内核模式下工作: 共享(share)、并行(parallel)、混合(mixed).

在共享模式下, 在一个工作表中定义的变量, 可以在其他工作表中引用. 同时, 百分号“%”代表 Maple 刚刚计算的结果, 无论这个计算是在哪个打开的工作表中进行的.

在并行模式下, 在一个工作表中定义的变量, 仅在本工作表中有效. 同时, 百分号“%”代表本工作表中刚刚计算的结果, 与其他工作表没有联系.

在混合模式下, 一些工作表共享内核, 其余工作表各自并行操作.

默认情况下, Maple 内核工作在共享模式下. 要使 Maple 8 工作在并行模式下, 可以从开始菜单中单击“程序”组“Maple 8”子组中的“Parallel Server Maple 8”命令. 图 1-3 给出一个例子, 建立了两个工作表(要建立新的工作表, 只需执行 File 菜单中的 New 命令, 或按 Ctrl+N 键, 或单击工具栏上的新建按钮 ) , 同名变量 x 在两个工作表中有不同的值(“:=”表示为变量赋值). 注意工作表窗口顶部的 “[Server 1]”与 “[Server 2]”, 这实际上已标识了它们使用了不同的 Maple 内核.

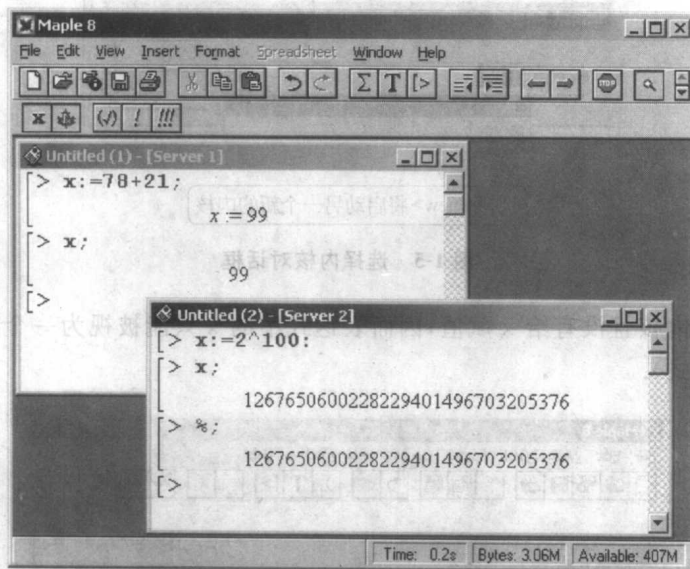


图 1-3 并行内核模式示例

如果要 Maple 8 工作在混合模式下,可以使用操作系统命令行方式启动 Maple,并在命令行加上适当的参数.方法是:执行 Windows 开始菜单中的“运行”命令,在随后出现的对话框“打开”文本框中输入命令“maplew8 -km q”(如图 1-4 所示),然后单击“确定”按钮即可.这里,maplew8 实际上是 Windows 版 Maple 8 的可执行文件名.也可利用此方法使 Maple 8 工作在共享和并行模式下,不过,应分别使用如下的命令:“maplew8 -km s”、“maplew8 -km p”.

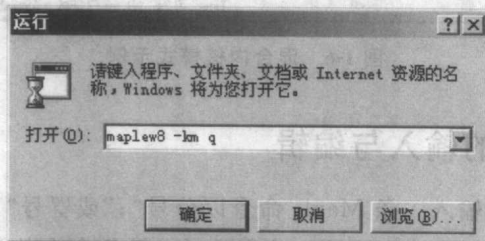
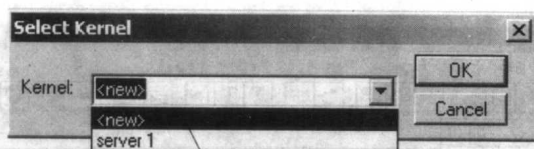


图 1-4 “运行”对话框

在混合模式下,每当新建一个工作表时,系统会弹出如图 1-5 所示的对话框,要求选择所使用的内核——即“[Server 1]”或“[Server 2]”等,同一个标识的工作表将共享同一内核.图 1-6 给出了使用混合内核模式的例子,第 2 个工作表中的“%”显示了刚在第 1 个工作表中的计算结果,因为它们共享内核;尽管第 1、第 2 工作表中的变量 x 已有值,但第



选择 <new> 将启动另一个新的内核

图 1-5 选择内核对话框

3 个工作表独占内核且没有给 x 赋值,因而表达式中的 x 只能被视为一个符号(这里变量 y 代表一个表达式)。

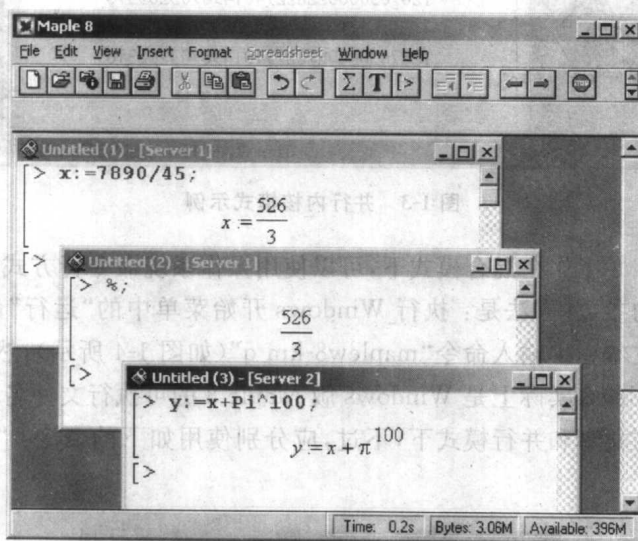


图 1-6 混合内核模式示例

1.2.3 关于命令的输入与编辑

如前所述,当从键盘输入一条 Maple 命令以分号“;”或冒号“:”结束,按 Enter 键后系统给出计算结果.实际上,可以连续输入多条命令(每条命令均以分号“;”或冒号“:”结束),必要时可以按 Shift+Enter 键来换行,命令输入完毕后按 Enter 键,系统将依次执行各条命令并给出计算结果(以冒号“:”结束的命令不显示出结果).系统自动将这些命令及其运行结果用方括号“[”括起来,作为一个组,称为执行组(Execution Group).

执行组是 Maple 工作表的基本成分,它们把一个或多个 Maple 命令及其执行结果组织在一个单元中,这样便于管理和重复执行.事实上,当把光标置于执行组中任一命令行上,并按 Enter 键,则该执行组中的所有命令将依次被执行,其结果将显示在执行组的后

面(以冒号“:”结束的命令不显示出结果),光标自动移到下一个执行组的第一个命令行上.图 1-7 给出一次执行多条指令的例子.

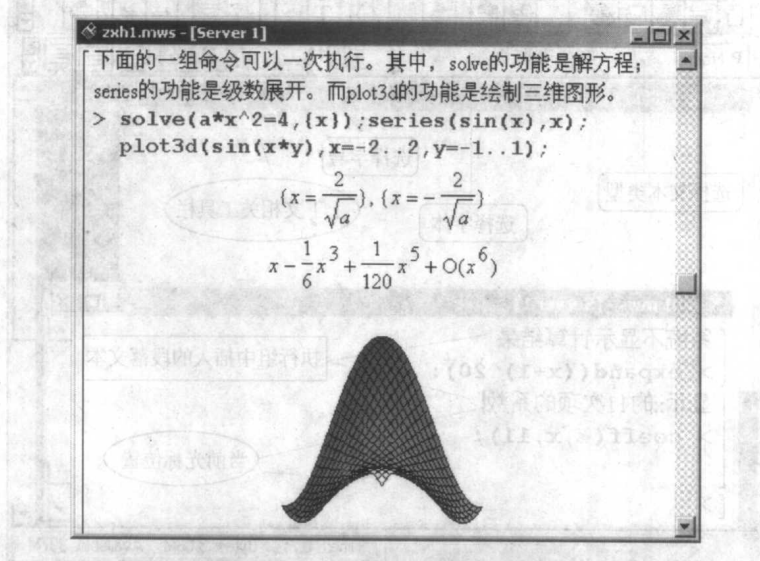


图 1-7 一次执行多条指令

细心的读者会发现,在上述执行组中还包含有描述性的段落文本,它们通常用作说明或注释(系统不会执行它们).在 Maple 的执行组中插入段落文本的方法是:将光标置于执行组中,执行 Insert 菜单中 Paragraph 下的 Before 或 After 命令,可分别在当前光标的前面或后面插入一个段落,此时光标将出现在段落的最前面,等待用户键入文本内容(系统自动将段落文本显示为黑色),上下文相关工具栏 Context bar 上显示有关控制文本格式的工具,如图 1-8 所示.输入中文时会出现乱码,这与西文与中文内码所占字节数不同有关,可以不理睬它,因为当按 Enter 键后可恢复正常(也可在输入的中文后多加一个空格,随即用退格键将空格删除,中文就会正常显示).

如果在执行组中输入段落文本后,再想输入命令行,可在段落文本后按 Enter 键,当光标位于新一行时,执行 Insert 菜单中的 Maple Input 命令即可(系统显示出命令提示符“>”).

在此之前我们输入的命令都是“Maple 输入方式”(Maple Input),这种方式是用 Maple 符号(Maple notation)来表达数学式子和函数的,也是 Maple 默认的命令输入方式. Maple 命令还可以用标准的数学格式输入(Standard Math Input),就像数学教课书上的样式(Maple 的默认输出格式是标准的数学格式).比如求 $(x+1)^{20}$ 展开式中 x 的 11 次项的系数,按照“Maple 输入方式”可输入 `coeff((x+1)^20, x, 11)`,可以按照下述步骤以标准的数学格式输入:当光标在 Maple 命令提示符“>”后时,单击上下文相关工具栏

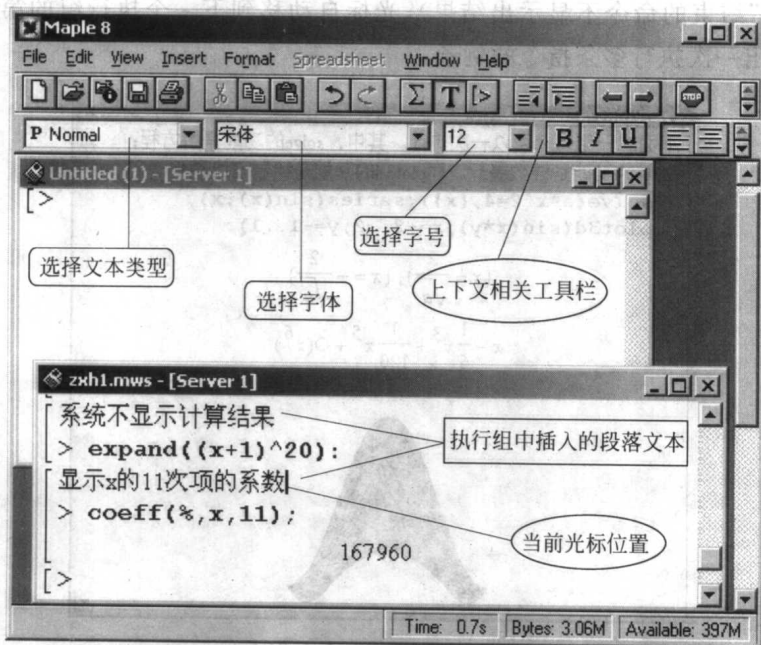




图 1-8 在执行组中插入段落文本示例

Context bar 上的按钮  (也可执行 Insert 菜单中的 Standard Math Input 命令),使其凸起(默认情况下该按钮凹陷),此时命令提示符“>”后出现反白显示的问号“?”,而且如图 1-9 所示在 Context bar 右侧出现编辑域(edit field),此时输入 $\text{coeff}((x+1)^{20}, x, 11)$ 并按 Enter 键(命令行出现数学式子),再单击执行按钮  (也可连续按两次 Enter 键)即可执行该命令。

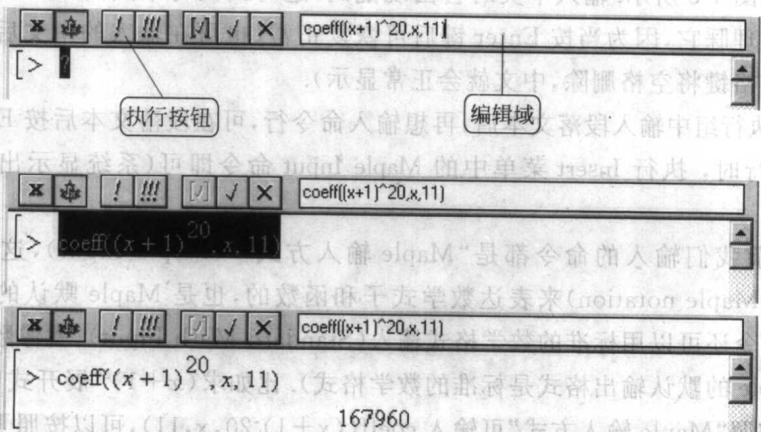


图 1-9 按标准数学格式输入命令