5

成人高校教学研究丛书

电大数学辅导课教案精选

苏步青题

数理统计

刘 军
张旭辉 主编
李毓芝

广西人民出版社

成人高校教学研究丛书

电大数学辅导课教案精选

数 理 统 计

刘 军 张旭辉 李毓芝 主编

刘维翰 主审

广 西 人 民 出 版 社

内 容 简 介

本书共十章。包括随机事件与概率、随机变量的概率分布与数字特征、极限定理、参数估计、统计推断(一)、统计推断(二)、回归分析、质量控制、正交试验设计。共有20个教案，9个教学意见，3份阶段复习检查题，两份期末复习自测题。

本书教案与中央电视主讲课配套。内容编排严谨、科学，重点突出，脉络清楚，文字叙述通俗。教学意见指导明确，讲授、复习与自学参考资料完整。

本书可提供电大及各类成人高校数学教师探讨教学法及撰写教案时选择使用，亦是学员复习及广大业余学习者无师自学的一本指导用书。也可供普通高校师生参考使用。

成人高校教研究丛书
电大数学辅导课教案精选
数 理 统 计
刘军　张旭辉　李毓芝　主编
☆
广西人民出版社出版
(南宁市河堤路14号)
广西新华书店发行　广西大学印刷厂印
*
开本787×1092 1/32　印张10.125　字数212000
1988年4月第1版　1988年4月第1次印刷
印　数 1—7800册
ISBN 7-219-00710-8
O·9
定价：2.15

《电大数学辅导课教案精选》编委

序

为了帮助成人高校学生及广大业余自学者学好高等数学，进一步提高成人数学教学质量，在交流总结各地分校数学辅导课成功经验的基础上，精选各地辅导课的最佳教案，按照成人教育各科教学大纲的要求，加工整理汇编成一套系统的《电大数学辅导课教案精选》丛书。本丛书目前共分“高等数学”（上、下），“微积分”（上、下），工科用的“工程数学”（一、二），经济类用的“数理统计”及“线性代数与线性规划”等八册。每册包含教案约20个，每一教案详细介绍教学目的、教材重点、教学难点的处理、范例分析、巩固练习题、小结、课外思考题、预习内容等。各章之后附教学意见，分别阐明学习本章所需之基础知识，教学与学习注意事项，可供选择的讲授例题，复习套题及期末复习自测题，考虑周到，论述详尽。集中体现了中央电大和全国二十余省、市、自治区许多优秀数学教师的教学经验与辛勤劳动之硕果，实为一套不可多得的教学参考书与自学指导书。本丛书的出版，必将大大有益于成人数学的执教者和广大业余的自学者，深刻理解有关课程的内容与方法，有力地促进我国成人教育发展和提高。值此丛书付梓前夕，乐为推荐如上。

上海师范大学数学系教授

应制夷

一九八七年七月

目　　录

第一章　随机事件与概率

教 案 一

陈宗彬（河南）

课题　随机事件与概率.

教学目的

（1）　使学员理解排列组合的概念及意义，会解决一些较简单的排列组合问题.

（2）　使学员掌握随机事件的概念以及事件间的关系和运算.

（3）　使学员透彻地理解和掌握概率这个基本概念，能解一些较简单的古典概型题目.

重点　随机事件和概率的概念以及事件间的关系和运算.

难点　古典概型.

教学过程

一、电视课内容归纳

1．排列与组合

两个原理：加法原理与乘法原理；

四个概念：排列、全排列、重复排列与组合；

七个公式：

排列数 $P_m^n=\dfrac{m!}{(m-n)!}$；

全排列数 $P_m=m!$；

重复排列数 $P=m^n$；

组合数 $C_m^n=\dfrac{m!}{n!(m-n)!}=\dfrac{P_m^n}{P_n}$；

组合数性质 $C_m^n=C_m^{m-n}$， $C_m^n+C_m^{n-1}=C_{m+1}^n$；

二项式定理 $(a+b)^n=C_n^0a^nb^0+C_n^1a^{n-1}b^1+\cdots+C_n^ra^{n-r}b^r+\cdots+C_n^na^0b^n$

其中$T_{r+1}=C_n^ra^{n-r}b^r$叫做二项展开式的一般项。

这些都是研究古典概型时不可缺少的知识和工具。但是，要想真正掌握它，还不是件容易事，因为，一方面排列组合问题的形式繁多，不易区分；另一方面，如何运用稍复杂的排列与组合的知识，需要有周密的思维和一定的技巧，故在学习时，灵活运用上述公式来求解古典概型问题是一个难点。

解决这一难点，关键在于正确理解排列组合的基本原理和排列组合的概念。因此，一定要注意弄清以下两点：

（1） 正确区分加法原理和乘法原理

加法原理和乘法原理是解决排列组合问题的基本原理。何时使用加法原理，何时使用乘法原理，关键是要弄清这两个原理的共同点和不同点。它们的共同点是：把一件事分成若干个小事件来考虑。不同点是：前者完成一件事有各种不同的方法，且各种方法之间是相互独立的，即任何一种方法

都能直接完成这件事；而后者完成一件事需要分几个步骤，各个步骤间是相互联系的，即各个步骤都完成时，才算完成这件事。因此，若完成一件事的各种方法是相互独立的，那么计算完成这件事的方法数时，要用加法原理；若完成一件事的各个步骤是相互联系的，那么计算完成这件事的方法数时，要用乘法原理。

例如，由1，2，3，4这四个数字可以组成多少个没有重复数字的自然数？

由于从以上四个数字中任取一个、二个、三个、四个均能组成没有重复数字的自然数，故共有 $P_4^1+P_4^2+P_4^3+P_4^4=64$ 个没有重复数字的自然数，这里使用了加法原理。

又如，从5个男生中选出3人，从3个女生中选出2人，组成一个5人学习小组，问有多少种不同的组成方法？

因为要组成一个5人学习小组，需要“从5个男生中选出3人，3个女生中选出2人”这样两个步骤才能完成，故共有 $C_5^3\cdot C_3^2=30$ 种不同的组成方法，这里使用了乘法原理。

（2） 注意弄清排列与组合的区别

给定一个问题，究竟是排列问题还是组合问题，初学时一般不易分清。事实上，排列与组合都是从“m个不同的元素中，任取 n 个元素”，而不同的是：前者“按一定的顺序排成一列”，而后者则“不管怎样的顺序并成一组”，即前者与排列的顺序有关，而后者则不考虑这一点。因此，能抓住“顺序”这个关键性问题，也就抓住了区分排列与组合的实质。

例如，从1，2，3，4这四个数字中，任取两个，①能组成多少个不同的两位数？②能组成多少个不同的乘积？

很明显，两个数字位置不同，在①中表示不同的两位数，而在②中则表示同一个乘积，$1\cdot 2=2\cdot 1$．所以①是排列问题，共能组成$P_4^2=12$个不同的两位数，②是组合问题，共能组成$C_4^2=6$个不同的乘积．

2．事件以及事件间的关系和运算

这里主要介绍了随机事件的基本概念以及事件间的关系和运算．事件是概率统计中的一个最基本的概念，它几乎贯穿于本教材的始终，弄清事件的概念和它们之间的关系是学好以后各章的基础．因此，应该注意以下几点：

（1） 正确理解事件的概念

事件具有以下三个特点：首先，事件的发生具有偶然性（随机性），即在一次试验中，可能发生，也可能不发生（故称随机事件），如投掷一枚硬币，“正面朝上”是一个事件，但在一次试验中是否发生事先并不知道．其次，事件（包括必然事件，不可能事件）是相对于一定条件而言的，没有条件限制，事件也就无从谈起．因此，试验条件决定了事件的性质，条件改变后，事件的性质也就随之改变．例如，袋中有3个红球，2个白球，现从袋中任取一球，可能是“红球”，也可能是“白球”，这两个都是随机事件．但是，若袋中只有5个红球，那么从袋中任取一球，“是红球”就是个必然事件，“是白球”就是个不可能事件，这是由于试验条件由“3个红球2个白球”改变成“5个红球”所致．再者，事件还具有复合性，即一个事件可以看成是由若干个基本事件（不能再分的事件）的复合组成．例如，一次投掷三枚硬币，“至少有一枚正面朝上”是个随机事件，它可分解为“恰有一枚正面朝上”，“恰有二枚正面朝上”

和“恰有三枚正面朝上”这三个基本事件的复合。

（2） 注意事件和点集的结合与对比

事件间的关系和运算与点集间的关系和运算具有类似的性质，我们可把事件和点集联系起来学习，以加深对事件关系和运算的理解。见下表：

符　号	概　率　论	集　合　论
U	必然事件	全集
$V(\phi)$	不可能事件	空集
$\{e\}$	基本事件	单元素集合
$A\subset U$	事件	子集
$A\subset B$	事件A发生导致事件B发生	A是B的子集
$A=B$	事件A与事件B相等	A与B相等
$AB(A\cap B)$	事件A与B同时发生	A与B的交集
$A+B(A\cup B)$	事件A与B至少有一个发生	A与B的并集
$A-B$	事件A发生而事件B不发生	A与B的差
$AB=V$	事件A与B互不相容（互斥）	A与B无公共元素
$\overline{A}$	事件A的对立事件	A的补集

（3） 注意两事件对立与互斥的区别

两事件对立与互斥是两个不同的概念，初学者往往容易混淆，其原因是：它们的积都是不可能事件，即$AB=V$。但不同的是：对立事件A、B间有$A+B=U$，是必然事件，而互斥事件A、B间则不一定有$A+B=U$，因此对立必互

斥，而互斥却不一定对立。

例如，用A表示"射击命中5环"，用B表示"射击命中偶数环"，则A与B互斥，但A、B不对立，即$A+B\neq U$。

3．事件的概率

在实际问题中，弄清随机事件的概念只是研究随机现象的第一步，而我们所关心的主要问题是：所考虑的随机事件A在一次试验中发生的可能性大小。为此，我们就把衡量事件A发生的可能性大小的数量指标P叫做事件的概率，记作$P(A)$，即

$$P(A)=P$$

但在一般情况下，如何规定$P(A)$以及用什么样的数来刻划A发生的可能性的大小，是比较困难的，只有在某些特殊的试验中，事件的概率才能较合理地规定。这里介绍的统计概型与古典概型就是属于特殊情况下的概率。

所谓统计概型，是用事件A发生的频率的稳定值来代替其概率，即在一组条件下进行m次重复试验，其中某事件A发生了n次，把$\frac{n}{m}$叫做该事件A发生的频率。当试验的次数增多时，$\frac{n}{m}$趋于（注意：这里不是$m\to\infty$时$\frac{n}{m}$的极限，待学完大数定理后就会明白）一个稳定值，用这个稳定值代替A发生的概率，即概率的统计定义。

关于古典概型（即概率的古典定义），是指在有限次试验中，若其结果A_1，A_2，…，A_m为一等概基本事件组，事件A是由其中n个基本事件组成，则A发生的概率为

$$P(A)=\frac{n}{m}$$

这个公式从形式上看极其简单，但在用它来解决实际问题时，就不是件容易事。这是因为，先要考虑所讨论的问题是否是古典概型？其次，当问题是古典概型时，公式中的 m、n 怎样确定？因此古典概型的概率计算是学习中的一个难点。

由定义可知，判定一个概率模型是否是古典概型，除满足试验结果有限这个条件外，关键是看找出的基本事件组是否是等概基本事件组。所谓等概基本事件组是指满足以下三条性质的事件组：

① A_1，A_2，…，A_n 发生的可能性相等（等可能性）；

② 在任一次试验中，A_1，A_2，…，A_n 至少有一个发生（完备性）；

③ 在任一次试验中，A_1，A_2，…，A_n 至多有一个发生（互不相容性）。

对于试验结果有限的具体问题，当以上三个条件都满足时，就是古典概型问题，否则，不能按古典概型处理。

例如，连续投掷两枚硬币，求两枚硬币都是反面朝上的概率。

这里，投掷两枚硬币的试验结果，可由下列三事件构成：

A_1 = "两个都是正面朝上"

A_2 = "两个都是反面朝上"

A_3 = "一个正面朝上，一个反面朝上"

A_1，A_2，A_3 可看成是一个基本事件组，但所求问题的概率 $P(A_2) \neq \frac{1}{3}$，因此它不属于古典概型问题。尽管 A_1，

A_2，A_3 形式上包含了所有可能结果，且满足等概基本事件组定义中的②、③条，但它不满足第①条，即A_1，A_2，A_3 不等概。

事实上，投掷两枚硬币共有以下四种结果：“正，正”，“正，反”，“反，正”，“反，反”，上述A_1，A_2是等概的，A_3是个复合事件，包含了两种结果：“正，反”，“反，正”，故 $P(A_2)=\frac{1}{4}$，$P(A_1)=\frac{1}{4}$，而$P(A_3)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$.因此，本题不能直接按古典概型求解。

古典概型问题的概率计算，实质上是“计数”，即计算一下基本事件的总数和有利于事件A的基本事件数，而这一工作又往往归结为排列、组合问题，因此排列、组合是解决古典概型问题的重要工具。

二、例题分析

例 1　计算$2P_9^3-P_8^2-P_6-C_7^2-C_8^5-C_9^8$。

分析　本题实质上属于正确使用公式的练习，能注意到公式的形式和性质即可。

解　原式 $=2\frac{9!}{6!}-\frac{8!}{6!}-6!-\frac{7!}{2!5!}-\frac{8!}{3!5!}-\frac{9!}{8!}$

$$=2\times9\times8\times7-8\times7-6\times5\times4\times3\times2\times1$$
$$-7\times3-8\times7-9$$
$$=8\times7(18-2)-720-30$$
$$=146$$

说明　排列组合中的数字一般较大，计算时，若能注意到提取公因数（式）以及利用组合数的性质 $C_m^n=C_m^{m-n}$

$\left(n>\frac{m}{2}\text{时}\right)$，把计算 C_m^n 的问题转化为计算 C_m^{m-n}，将会使计算大大简化。

例 2　全班40名同学两两握手一次，共握多少次？若他们两两互赠照片一张，共需照片多少张？

分析　这里首先要弄清是排列问题还是组合问题。两两握手一次与顺序无关，所以是组合问题；而两两互赠照片一张，与顺序有关，故是排列问题。于是根据排列数公式和组合数公式很快便可写出答案。

解　握手次数为 $C_{40}^2=\frac{40\times39\times38!}{2!38!}=780$（次）；

需照片数为 $P_{40}^2=\frac{40!}{38!}=1560$（张）。

例 3　书架上有不同的中文书 20 本，不同的英文书 10 本，（1）从书架上任取 2 本，共有多少种不同的取法？（2）从书架取 2 本中文书和 3 本英文书，共有多少种取法？

分析　（1）　从书架上取 2 本书与顺序无关，应是组合问题，而且，无论取到中文书还是英文书或是一本中文书一本英文书，只要取到这件事就算完成，故应用加法原理。但要注意，计算取一本中文书和一本英文书的方法数时，还要用到乘法原理，因为这件事需经过从20本中文书中取一本，再从10本英文书中取一本这样两个步骤才能完成。

（2）　同样是组合问题，也应该使用乘法原理。

解　（1）　$C_{20}^2+C_{10}^2+C_{20}^1\cdot C_{10}^1=190+45+200$

$=435$（种）

所以共有435种不同的取法。