



特级教师

精讲通练

难点重点 课课精讲
考纲考点 章节通练

高一数学
上



北京师大附中
湖南师大附中
陕西师大附中
东北师大附中
华东师大附中
华中师大附中
南京师大附中
广西师大附中

总主编 刘 强 (美澳国际学校校长)
全国八所重点中学特级教师联合编写

北京教育出版社

特级教师

精讲通练

难点重点 课课精讲
考纲考点 章节通练

高一数学

上

本册主编 蒋文利 李丕建
编者 杜金虎 张学灵 邹洪文



北京教育出版社

特级教师精讲通练

高一数学(上)

蒋文利 李丕建 主编

*

北京教育出版社出版

(北京北三环中路6号)

邮政编码:100011

北京出版社出版集团总发行

全国各地书店经销

淄博金升印刷有限公司印刷

*

880×1230毫米 32开本 9.375印张 210000字

2004年6月第1版 2004年6月第1次印刷

ISBN 7-5303-1821-7

G·1795 定价:12.00元

版权所有 翻印必究

如发现印、装质量问题,影响阅读,请与我们联系调换

地址:北京市西三环北路27号北科大厦北楼四层

电话:010-68434992

北京冀澳学苑教育考试研究中心

邮编:100089

网址:www.jayh.cn



本书的使用说明

丛书特点:

- ① 实用性。直指中学教材改革、教学指导思想的转变和中(高)考考试的核心与本质,不枝不蔓,精粹实用。
- ② 科学性。各学科内容在编写时作了客观上的优化(去除陈旧,吸纳新思想、新信息)和微观上的设计(鼓励细节编写的创新)
- ③ 层次性。紧紧围绕重点(基础)→难点→考点→综合→训练→创新这样一种逐级提升的理念设计。

梳理重点

细致梳理基础知识,以及知识点之间的联系,使之系统化、条理化,脉络清晰,辅以精当例题,使学生易于掌握,从而达到融会贯通。

剖析难点

对疑难知识点进行专门解剖和分析,化繁为简,化难为易。难点往往也是重点,突破难点是考试取得高分的关键。

点击考点

站在高(中)考的高度,全面注入考试信息,筛选出本课(节)内容的常考知识点,将考点、考题(含模拟题、能力题、创新题、开放题等)全方位展现给学生,点悟迷津。

特级教师 精讲通练 · 高一数学(上)

Teji jiaoshi jingjiang tonglian

第一章 集合与简易逻辑

第1节 集合

重点难点课课精讲

考点考点点章节通练



梳理重点

理科书重点的总结整理,对预习、复习和考试最有用。

1.1 集合的概念及其分类

(1) 集合与元素的概念:集合是数学中不加定义的概念,只给出描述性的说明,某些指定的对象集在一起就成为一个集合,也简称为集。集合中的每个对象叫做这个集合的元素。

元素与集合的关系有属于与不属于两种。元素 a 属于集合 A , 记作 $a \in A$; 元素 a 不属于集合 A , 记作 $a \notin A$ 或 $a \in \bar{A}$ 。



剖析难点

易错点提醒 概念、逻辑集合、元素、集合。

1.2 集合的表示

(1) 集合的表示方法:列举法——把集合中的元素一一列举出来,写在大括号内,元素与元素之间用“,”分开。描述法就是把集合中元素的公共属性描述出来,写在大括号内的方法。

描述法的语言形式有三种:文字语言、符号语言、图形语言。它有两种形式:一般形式: $\{x \in A | P(x)\}$; $\{x \in A | P(x)\}$ 或 $\{x | P(x)\}$; 简单形式:把元素的性质写在大括号内,如“太阳系的九大行星”。

1, 2, 3, 4

图 1-1-1



点击考点

历年常考题、新考题、配题高考题分析、考试得分的关键。

1.3 高考中这部分内容往往与 1.2 节及 1.3 节内容结合起来考查,很少单独出题,在高考中往往以选择或填空形式出题,属低、中档题,主要考查对集合概念的理解和集合的表示方法及符号“ $\in$ ”与“ $\notin$ ”的使用以及韦恩图。



特级教师精讲通练

第一章 集合与简易逻辑



我们永远坚信名师出高徒



学科综合

注重学科内综合及跨学科综合, 培养学生的综合能力

学科内综合

集合常与方程、函数不等式相结合, 考查学生综合运用知识的能力。



例5

已知集合 $A = \{p | x^2 + 2(p-1)x + 1 = 0, x \in \mathbb{R}\}$, 求一次函数 $y = 2x - 1, x \in A$ 的取值范围。

点拨 → 关键是理解集合 A 中元素的属性。 p 的取值范围必须满足关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2(p-1)x + 1 = 0$ 有实数根。由已知, $\Delta = 4(p-1)^2 - 4 \geq 0$, 得 $p \geq 2$ 或 $p \leq 0$, $\therefore A = \{p | p \geq 2 \text{ 或 } p \leq 0\}$. $\therefore x \in A, \therefore x \geq 2$ 或 $x \leq 0$, $\therefore 2x - 1 \geq 3$ 或 $2x - 1 \leq -1, \therefore y$ 的取值范围是 $\{y | y \leq -1 \text{ 或 } y \geq 3\}$.



小试牛刀·练·双基

课本题型, 及时消化课堂学习内容, 提高学习效率

7. 若 $-3 \in \{m-1, 3m, m^2+1\}$, 求 m .



登高望远·测·能力

综合题型, 总结所学内容, 提高综合实力和应试能力

1. 在(1)难解的题目, (2)方程 $x^2 - 3 = 0$ 在实数集内的解, (3)直角坐标平面内第四象限的一些点, (4)很多多项式中, 能够组成集合的是()
- A. (2) B. (1)(3) C. (2)(4) D. (1)(2)(4)



答案详解

注重解题思路、规律、技巧的总结与点拨

【小试牛刀·练·双基】

7. 解: $\because -3 \in \{m-1, 3m, m^2+1\}, \therefore$ (1) 当 $m-1 = -3$ 时, 即 $m = -2$ 时
 $3m = -6, m^2+1 = 5, \therefore m = -2$
(2) 当 $3m = -3$ 时, 即 $m = -1$ 时, $m-1 = -2$
 $m^2+1 = 2, \therefore m = -1$
(3) 当 $m^2+1 = -3$ 时, 不符合题意,
综合以上可得, $m = -1$ 或 $m = -2$.



学科综合

紧密结合生产、生活实际和科技发展, 大量选用鲜活生动的新话题、新材料, 注重创新, 提升“综合意识”, 加强知识的纵横联系、学科内和跨学科的“综合”思想。

小试牛刀·练·双基

针对本节(课)知识所设计的随堂巩固练习, 题目难度低, 注重基础性、随堂性、针对性, 是巩固新知识、夯实基础的必经之路。

登高望远·测·能力

针对本课(节)重难点所设计的综合性训练题, 题目难度中等偏上, 注重提高性、阶段性、综合性, 是深入理解教材内容, 提升知识运用能力的关键。

答案详解

答案详细、规范, 注重解题思路、规律、技巧的总结和点拨。鼓励一题多讲, 化难为易。

最新同步助学读物



《北京名师导学》

●北大附中 ●人大附中 ●清华附中 ●北师大附中

特级高级教师联合编写

- 基本目标要求
- 典型例题分析
- 双基知识导学
- 双基能力训练
- 疑难问题解析
- 习题详细解答

《特级教师精讲精练》

全国八所重点中学特级教师联合编写

重点难点 课课精讲

考纲考点 章节通练

真情讲练 轻巧夺冠

《1+1轻巧夺冠》

全国著名特高级教师联合编写

同步讲解 & 优化训练

双栏排版，讲例对照。

三层解读，破解秘诀。

有讲有练，方便实用。

名师荟萃，科学权威。



三套书功能各异，特色鲜明，相互映衬，把同步学习的阶段性和系统性有效结合起来，把学科基础要求与中考、高考热点渗透结合起来，实实在在解决了同步课堂教学和中考、高考的要求相一致的问题。注重基础，强化创新，培养能力。

为把我中心图书质量，欢迎全国各地优秀初中老师参与我中心图书编写与修订工作。

邮购《名师导学》、《精讲精练》、《轻巧夺冠》系列图书的办法详见书后表格。

邮购《名师导学》、《精讲精练》、《轻巧夺冠》系列图书的办法详见书后表格。

走进名导世界



感受名师关爱

目 录

第一章 集合与简易逻辑	1
第1节 集 合	1
第2节 子集、全集、补集	9
第3节 交集、并集	17
第4节 含绝对值的不等式解法	25
第5节 一元二次不等式解法	34
第6节 逻辑联结词	43
第7节 四种命题	54
第8节 充分条件与必要条件	63
第一章综合能力检测	72
第二章 函 数	75
第1节 函 数	75
第2节 函数的表示法	84
第3节 函数的单调性	97
第4节 反函数	107
第一学期期中测试题	115
第5节 指 数	119
第6节 指数函数	126
第7节 对 数	137
第8节 对数函数	146
第9节 函数的应用举例	157
第10节 建立实际问题的函数模型	170
第二章综合能力检测	173



第三章 数列	177
第1节 数列	177
第2节 等差数列	186
第3节 等差数列的前 n 项和	195
第4节 等比数列	206
第5节 等比数列的前 n 项和	218
第6节 数列在分期付款中的应用	228
第三章综合能力检测	236
第一学期期末测试题	239
参考答案	243

第一章 集合与简易逻辑

第1节 集合



梳理重点

教科书要点的总结整理,对预习、复习和考试最有用。

1 集合的概念及其分类

(1)集合与元素的概念:集合是数学中不加定义的概念,只给出描述性的说明:某些指定的对象集在一起就成为一个集合,也简称为集.集合中的每个对象叫做这个集合的元素.

元素与集合的关系有属于与不属于两种.元素 a 属于集合 A , 记作 $a \in A$; 元素 a 不属于集合 A , 记作 $a \notin A$ 或 $a \bar{\in} A$.

(2)集合与元素的符号表示:集合常用大写字母 A, B, C 表示;元素常用小写字母 a, b, c 表示.

(3)集合的分类:

①有限集:含有限个元素的集合叫做有限集.例如: $A = \{1, 2, 3, 4\}$

②无限集:含无限多个元素的集合叫做无限集.例如:实数集

③空集:不含任何元素的集合称为空集.例如:方程 $x^2 + 2x + 3 = 0$ 在实数范围内的解集. $\Delta < 0$, 方程无实数根.

2 集合的元素的性质

(1)确定性:对于集合 A 和某一对象 x , 有一个明确的判断标准是 $x \in A$, 还是 $x \notin A$, 二者必居其一, 不会模棱两可.

例如, “著名的数学家”, “漂亮的人”这类对象, 一般不能构成数学意义上的集合, 因为找不到用以判别每一具体对象是否属于集合的明确标准.

(2)互异性:对于一个给定的集合, 它的任何两个元素都是不同的; 因此, 集合中的相同元素只能算作一个, 如方程 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 的两个等根 $x_1 = x_2 = 1$, 用集合记为 $\{1\}$, 而不写为 $\{1, 1\}$, 如果把集合 $\{1, 2, 3\}$, $\{2, 3, 4\}$ 的元素合并起来构成一个新集合, 那么新集合只有 $1, 2, 3, 4$ 这四个元素.

(3)无序性:集合中的元素是不排序的, 如集合 $\{1, 2\}$ 与 $\{2, 1\}$ 是同一个集合,



但实际上在书写时常按一定顺序书写的,如 $\{-1, 0, 1, 2\}$ 而不写成 $\{0, 1, -1, 2\}$,这样写不方便,其更深刻的含义是揭示了集合元素的“平等地位”。



例 1 (1)判断下列说法是否正确?并说明理由。

- ①某班较瘦的同学组成一个集合;
 - ②集合 $\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, 0.5, 0.8\}$ 有 5 个元素;
 - ③高一年级全体学生组成一个集合;
 - ④集合 $A = \{(1, -3)\}$ 与 $B = \{(-3, 1)\}$ 是同一集合。
- (2)数集 $\{1, x, x^2 - x\}$ 中元素 x 应满足什么条件。

点拨 → (1)从集合三个特征入手。

①错。因为集合中的每个对象都是确定的,“较瘦的”是一个模糊的不确定的标准,因此①是错误的。

②错。对于一个给定的集合它的元素必须是互异的,即集合中任何两个元素都应是不同的,所以这不是正确的表示集合的方法。

③对。完全符合集合的特征。

④错。 $A = \{(1, -3)\}$ 表示的是点 $(1, -3)$ 组成的集合, $B = \{(-3, 1)\}$ 表示的是点 $(-3, 1)$ 组成的集合,因此集合 A, B 是不相同的。

1°判断某组对象是否为集合必须同时满足三个特征,缺一不可。

2°注意区分数集与点集的不同。

(2)由集合的元素的互异性可知: $x \neq 1$, 且 $x^2 - x \neq 1$, 且 $x \neq x^2 - x$, 得

$$x \neq 1, \text{ 且 } x \neq 0, \text{ 且 } x \neq 2, \text{ 且 } x \neq \frac{1+\sqrt{5}}{2}, \text{ 且 } x \neq \frac{1-\sqrt{5}}{2}.$$



剖析难点

名称及时得解、解愿。讲例结合,可举一反三。



集合的表示

(1)集合的表示方法:列举法——把集合中的元素一一列举出来,写在大括号内,元素与元素之间用“,”分开。描述法就是把集合中元素的公共属性描述出来,写在大括号内的方法。

描述法的语言形式有三种:文字语言,符号语言,图形语言。它

有两种形式:一般形式: $\{x \in A | P(x)\}$; $\{x \in A; P(x)\}$ 或 $\{x | P(x)\}$; 简单形式:把元素的性质写在大括号内,如{太阳系的九大行星}。

1, 2, 3, 4

图 1-1-1

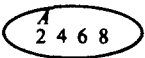


文氏图法——为了形象地表示集合,我们常常画一条封闭曲线,用它的内部来表示一个集合,例如,如图 1-1-1 可表示集合 $\{1, 2, 3, 4\}$

(2) 常用数集记号: N 为自然数集(非负整数集); N^* (N_+) 为正整数集; Z 为整数集; Q 为有理数集; R 为实数集.

例 1 用不同的方法表示同一集合

(1) 用不同的方法表示同一集合 A :

列举法	描述法	图示法
$A = \{2, 4, 6, 8\}$	$A = \{\text{小于 } 10 \text{ 的正偶数}\}$	

(2) 正确理解空集($\emptyset$)的概念以及 $\emptyset$ 与 $\{0\}$ 、 $\{\emptyset\}$ 的区别

空集是不含任何元素的集合,如平方等于 -1 的实数组成的集合就是空集;在平面中,两条平行线的交点的全体组成的集合,也是空集.

$\emptyset$ 中没有任何元素. $\{0\}$ 中只有一个元素“0”,即 $0 \in \{0\}$. $\{\emptyset\}$ 是以空集作为元素的集合.



例 2 用适当的方法表示下列集合

- (1) 方程组 $\begin{cases} 2x-3y=14 \\ 3x+2y=8 \end{cases}$ 的解集;
- (2) 100 以内被 3 除余 2 的正整数;
- (3) 到两坐标轴距离相等的点;
- (4) 所有正方形.

点拨 → 何谓适当方法? 一般说来,较简单、较和谐、较恰当的方法,因而有(1)

$$\{(x, y) \mid \begin{cases} 2x-3y=14 \\ 3x+2y=8 \end{cases}\} = \{(x, y) \mid \begin{cases} x=4 \\ y=-2 \end{cases}\} = \{(4, -2)\};$$

(2) 尽管此集合是有限集,但由于元素个数较多,所以列举是不明智的. 故用描述法 $\{x \mid x=3k+2, k \in N_+, x < 100\}$; (3) $\{(x, y) \mid |y|=|x|, x \in R, y \in R\}$; (4) $\{\text{正方形}\}$.





例 3 集合 $\{y|y=x^2+1, x \in \mathbb{R}\}$ 与 $\{(x, y)|y=x^2+1, x \in \mathbb{R}\}$ 有何区别?



点拨 $\rightarrow$ 集合 $\{y|y=x^2+1, x \in \mathbb{R}\}$ 表示数集, 等于集合 $\{y|y \geq 1\}$, 集合 $\{(x, y)|y=x^2+1\}$ 为点集, 表示图象 $y=x^2+1$ 上的所有点.



点击考点

列举常考点、易考点, 配有中考高考真题分析, 考试得高分的关键.



例 5 高考中这部分内容往往与 1.2 节及 1.3 节内容结合起来考查, 很少单独出题, 在高考中往往以选择或填空形式出题, 属低、中档题, 主要考查对集合概念的理解和集合的表示方法及符号“ $\in$ ”与“ $\notin$ ”的使用以及韦恩图.



例 4 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{R} | mx^2 - 2x + 3 = 0, m \in \mathbb{R}\}$, 若 A 中元素至多只有一个, 求 m 的范围.

点拨 $\rightarrow$ 讨论方程实数根的情况, 从而确定实数 m 的取值范围.

(1) 当 $m=0$ 时, 原方程为 $-2x+3=0, x=\frac{3}{2}$, 符合题意.

(2) 当 $m \neq 0$ 时, 方程 $mx^2 - 2x + 3 = 0$ 为一元二次方程.

由 $\Delta = 4 - 12m \leq 0$, 得 $m \geq \frac{1}{3}$.

即当 $m \geq \frac{1}{3}$ 时, 方程 $mx^2 - 2x + 3 = 0$ 无实数根或有两个相等的实数根, 符合题意.

由(1)、(2)知 $m=0$ 或 $m \geq \frac{1}{3}$.

注意: 解题过程中不能漏解 $m=0$ 的情况.



学科综合

注重学科内综合及跨学科综合, 培养学生的综合能力.



学科内综合

集合常与方程、函数不等式相结合, 考查学生综合运用知识的能力.





例 5 已知集合 $A = \{p | x^2 + 2(p-1)x + 1 = 0, x \in \mathbb{R}\}$, 求一次函数 $y = 2x - 1, x \in A$ 的取值范围.

点拨 → 关键是理解集合 A 中元素的属性, p 的取值范围必须满足关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2(p-1)x + 1 = 0$ 有实数根. 由已知, $\Delta = 4(p-1)^2 - 4 \geq 0$, 得 $p \geq 2$ 或 $p \leq 0$. $\therefore A = \{p | p \geq 2 \text{ 或 } p \leq 0\}$. $\because x \in A, \therefore x \geq 2$ 或 $x \leq 0$, $\therefore 2x - 1 \geq 3$ 或 $2x - 1 \leq -1, \therefore y$ 的取值范围是 $\{y | y \leq -1 \text{ 或 } y \geq 3\}$.



小试牛刀 - 练双基

基本题型, 及时消化课堂学习内容, 提高学习水平.

- 下面定义的集合中, 不正确的是()
 - 全体 3 的倍数集合
 - 一些四边形集合
 - 平面上到原点 O 的距离等于 5 的点的集合
 - 单位圆内接正多边形的集合
- 设 x, y 均是非零实数, 则 $\frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|} + \frac{xy}{|xy|}$ 的值组成的集合元素的个数是()
 - 1
 - 2
 - 3
 - 4
- 下列集合中, 表示同一集合的是()
 - $M = \{(3, 2)\}, N = \{(2, 3)\}$
 - $M = \{(x, y) | x + y = 1\}, N = \{y | x + y = 1\}$
 - $M = \{3, 2\}, N = \{2, 3\}$
 - $M = \{1, 2\}, N = \{(1, 2)\}$
- 下列各集合中的有限集是()
 - $\{y | y = (x+2)^2, x \in \mathbb{N}\}$
 - $\{\text{不大于 } 20 \text{ 的奇数}\}$
 - $\{(x, y) | y = x + 1, 0 \leq x \leq 1\}$
 - $\{\text{不大于 } 20 \text{ 的质数}\}$
- 数集 $\{a^2 - a, 2a\}$ 中 a 的取值为_____.
- 设 $\frac{1}{2} \in \{x | x^2 - ax - \frac{5}{2} = 0\}$, 则集合 $\{x | x^2 - \frac{19}{2}x - a = 0\}$ 中所有元素的和为_____.
- 若 $-3 \in \{m-1, 3m, m^2+1\}$, 求 m .



8. 用另一种形式表示下列集合:

(1) {绝对值不大于 3 的整数}

(2) {所有被 3 整除的数}

(3) $\{x | x = |x|, x \in \mathbf{Z} \text{ 且 } x < 5\}$

(4) $\{x | (3x-5)(x+2)(x^2+3)=0, x \in \mathbf{Z}\}$

(5) $\{(x, y) | x+y=6, x \in \mathbf{N}_+, y \in \mathbf{N}_+\}$

(6) $\left\{ (x, y) \left| \begin{cases} x+2y=3 \\ 2x+3y=7 \end{cases} \right. \right\}$

9. 由实数构成的集合 A 满足条件, 若 $a \in A, a \neq 1$, 则 $\frac{1}{1-a} \in A$.

证明: (1) 若 $2 \in A$, 则 A 中必还有另外两个元素;

(2) A 不可能是单元素集;

(3) A 中至少有三个不同的元素.





1. (1)难解的题目, (2)方程 $x^2 - 3 = 0$ 在实数集内的解, (3)直角坐标平面内第四象限的一些点, (4)很多多项式中, 在以上 4 个项中能够组成集合的是()
- A. (2) B. (1)(3) C. (2)(4) D. (1)(2)(4)
2. 下面有四个命题:
- ①集合 N 中最小的数是 1;
- ② $-a$ 不属于 N , 则 $a \in N$;
- ③ $a \in N, b \in N$, 则 $a+b$ 的最小值是 2;
- ④ $x^2 + 1 = 2x$ 的解集可表示为 $\{1, 1\}$.
- 其中, 正确命题的个数是()
- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个
3. 方程组 $\begin{cases} x+y=1 \\ x^2-y^2=9 \end{cases}$ 的解 (x, y) 的集合是()
- A. $(5, 4)$ B. $\{5, -4\}$ C. $\{(-5, 4)\}$ D. $\{(5, -4)\}$
4. 下列各题中的 M 与 P 表示同一集合的是()
- A. $M = \{x \in \mathbf{R} | x^2 + 0.01 = 0\}, P = \{x | x^2 = 0\}$
- B. $M = \{(x, y) | y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}, P = \{(x, y) | x = y^2 + 1, y \in \mathbf{R}\}$
- C. $M = \{y | y = t^2 + 1, t \in \mathbf{R}\}, P = \{t | t = (y-1)^2 + 1, y \in \mathbf{R}\}$
- D. $M = \{x | x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}, P = \{x | x = 4k + 2, k \in \mathbf{Z}\}$
5. 集合 $A = \{\text{一条边为 } 1, \text{ 一个角为 } 40^\circ \text{ 的等腰三角形}\}$, A 中元素的个数为()
- A. 2 个 B. 4 个 C. 3 个 D. 无数个
6. 下列四个关系式中, 正确的是()
- A. $\emptyset \in \{a\}$ B. $a \notin \{a\}$
- C. $\{a\} \in \{a, b\}$ D. $a \in \{a, b\}$
7. 集合 $M = \{(x, y) | xy \geq 0, x, y \in \mathbf{R}\}$ 是指()
- A. 第一象限内的点集
- B. 第三象限内的点集
- C. 第一、三象限内的点集
- D. 不在第二、四象限内的点集



8. a, a, b, b, a^2, b^2 构成的集合 M , 则 M 中元素个数是()
A. 6 B. 5 C. 4 D. 3
9. 关于 x 的方程 $ax+b=0$, 当 a, b 满足条件_____时, 解集是有限集; 当 a, b 满足条件_____时, 解集是无限集.
10. 集合 $A = \{(x, y) | x+2y=7, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}\}$ 中有_____个元素.
11. 含有三个实数的集合 $\{a, \frac{b}{a}, 1\}$, 也可以表示为 $\{a^2, 0, a+b\}$, 则实数 $a^{2002} + (a+b)^{2001} =$ _____.
12. 已知集合 $A = \{a+2, (a+1)^2, a^2+3a+3\}$, 若 $1 \in A$, 求实数 a 的值.
13. 已知 $A = \{x | x^2 + px + q = x, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | (x-1)^2 + p(x-1) + q = x+1\}$. 当 $A = \{2\}$ 时, 求集合 B .
14. 已知集合 $A = \{x | ax^2 + 2x + 1 = 0, a \in \mathbf{R}\}$, 若 A 只有一个元素, 试求 a 的值, 并求出这个元素.
15. 用列举法表示下列集合:
(1) 两边长分别是 3 和 5 的三角形中, 第三条边可取的整数值.

$$(2) A = \left\{ x \in \mathbf{R} \mid x = \frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c}, a, b, c \in \mathbf{R}, \text{ 且 } abc \neq 0 \right\}$$

$$(3) A = \left\{ x \in \mathbf{N} \mid \frac{12}{4-x} \in \mathbf{Z} \right\}.$$



第一章 集合与简易逻辑

第2节 子集、全集、补集



梳理重点

教科书要点的总结整理,对预习、复习和考试最有用。



1 子集、相等、真子集

(1)子集:文字语言——对于两个集合 A 与 B ,如果 A 中的每一个元素都是 B 中的元素,则称 A 为 B 的子集;或称 A 包含于 B ,记作 $A \subseteq B$;也称 B 包含 A ,记作 $B \supseteq A$.

符号语言——如果任意 $x \in A \Rightarrow x \in B$,则 $A \subseteq B$.

图形语言(见图 1-2-1)

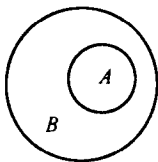


图 1-2-1

理解子集概念,应注意以下几点:

①“ A 是 B 的子集”的含义是: A 的任何一个元素都是 B 的元素,即由任意 $x \in A$,能推出 $x \in B$.

②当 A 不是 B 的子集时,我们记作“ $A \not\subseteq B$ ”(或 $B \not\supseteq A$),读作:“ A 不包含于 B ”(或“ B 不包含 A ”).

③在子集的定义中,不能理解为子集 A 是 B 中的“部分元素”所组成的集合.因为若 $A = \emptyset$,则 A 中不含任何元素;若 $A = B$,则 A 中含有 B 中的所有元素,但此时都说集合 A 是集合 B 的子集.

(2)集合相等:严格定义为:若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$,则集合 $A = B$.直观上可以理解为两集合(均非空)中的元素完全相同.

(3)真子集:如果 $A \subseteq B$ 且 $A \neq B$,则称 A 是 B 的真子集,记作 $A \subsetneq B$ (或 $B \supsetneq A$).

(4)有限集合子集的个数:若集合 M 有 n 个元素,则集合 M 有 2^n 个子集;有 $2^n - 1$ 个真子集;有 $2^n - 2$ 个非空真子集.

(5)子集性质:

①任何一个集合是它本身的子集,记作 $A \subseteq A$.

②空集是任何集合的子集,即对于任一集合 A ,有 $\emptyset \subseteq A$;空集是任何非空集合的真子集,即对于任一非空集合 B ,有 $\emptyset \subsetneq B$.

③子集和真子集均具有传递性,即

