

萬有文庫

第一集一千種

王雲五主編

自然哲學之數學原理

(九)

牛頓著

鄭太朴譯

商務印書館發行

萬有文庫

第一集一千種

總編纂者

王雲五

商務印書館發行

目 次

原序

第二版序言

第三版序言

第 一 冊

說明..... 1

運動之基本定理或定律.....21

第一編 第 一 章 論首末比之方法用此可

證明以後之理者.....45

第 二 章 論向心力之求法.....64

第 二 冊

第 三 章 論圓錐曲線上物體之運

動..... 1

第 四 章 論一個焦點已知時求圓

錐曲線的軌道之法.....23

第五章	論焦點均未知時求軌道之法	39
-----	--------------	----

第三冊

第六章	求已知軌道內運動之法	1
第七章	論物體之直線的上昇及下墜	15
第八章	論物體受向心力之推動而運行時求其軌道之法	34
第九章	論動的軌道內物體之運動以及回歸點之運動	44
第十章	論物體在已知面上之運動及擺錘運動	70

第四冊

第十一章	論球形物體之運動其間有向心力互相吸引	1
------	--------------------	---

第十二章 論球形物體之吸引力…46

第十三章 論非球形物體之吸引
力……………84

第 五 冊

第十四章 論傾向大物體的向心力
所推動的小物體之運
動…………… 1

第二編 第 一 章 論某項物體之運動此項
物體受一種與速度相比
的抵抗力者……………17

第 二 章 論某項物體之運動此項
物體所受之抵抗力與速
度之平方相比……………35

第 三 章 論物體在抵抗力下之運
動此抵抗力之一部分與
速度相比一部分則與其
平方相比……………92

第六冊

第四章	論物體在中介物內之循環運動·····	1
-----	--------------------	---

第五章	論流體之密度及壓榨以及流體靜力學·····	14
-----	-----------------------	----

第六章	論擺錘之運動及抵抗·····	39
-----	----------------	----

第七冊

第七章	論流體之運動及拋出的物體之抵抗力·····	1
-----	-----------------------	---

第八章	論流體內之傳達運動·····	68
-----	----------------	----

第八冊

第九章	論流體之圓形運動·····	1
-----	---------------	---

第三編	論宇宙系統·····	21
-----	------------	----

	研究自然之規律·····	22
--	--------------	----

	現象·····	26
--	---------	----

第一章	論宇宙系統之原因·····	36
-----	---------------	----

第九冊

第二章 論月球差失之大小…… 1

第三章 論海潮之大小……65

第四章 論歲差……80

第十冊

第五章 論彗星…… 1

論月球差失之大小

試求太陽對於月球之運動上能發生失調作用的力。

球對於太陽之加速的重力用 ST 或 SK 表之，則 SL 爲月球對於太陽之加速的重力，而且由 SM 及 ML 所合成，其中之 LM 及 SM 之部分 TM 能對於月球之運動發生失調的作用，此則於第一編之 § 107 中已知之。

地球與月球均繞其共同的重心運動，故前者之運動亦爲同樣的力所影響而失調。不過此項力及運動之和可就月球而言，前者可用相似的線 TM 及 LM 表之。

LM 力之平均的量與能使月球在其軌道內繞太陽運動的向心力相比，等於月球繞地球的時間與後者繞太陽的時間相比之平方（按第一編 § 107 系 17）。

因此，其比爲

$$\begin{aligned} (27^d 7^h 43^m)^2 &: (365^d 6^h 9^m)^2 \\ &= 1000 : 178725 \\ &= 1 : 178\frac{3}{4}. \end{aligned}$$

在本編 § 4 內，我們已知道，倘地球與月球繞

其共同重心運動，則其平均的距離約等於 $60\frac{1}{2}$ 地球半徑。此外，使月球在其軌道內繞地球於 $PT = 60\frac{1}{2}$ 地球半徑之距離內運行的力，與使月球在同時間內於 60 半徑的距離內運行的力相比，如

$$61\frac{1}{2} : 60.$$

又，此力與地球上之重力相比，差不多如 $1 : 60^2$ 。所以 ML 平均力與地面上之重力相比，如

$$1 \cdot 60\frac{1}{2} : 60^3 \cdot 178\frac{2}{3}$$

$$= 1 : 638092.6.$$

由此，及由 TM 與 ML 之比，可求得 TM 之值，而此即為太陽對於月球發生失調影響的力。

§ 30. 問題。 試求月球繞地所作的面積之每時的增加；且假定，軌道為圓形的。

以前已知道，月球之半徑繞地所作的面積係與時間相比。但須月球之運動不為太陽之影響致失調。我們現在試研究，受太陽之影響而發生差率或每時的增加時，其狀況如何。為求計算之簡單，且假定其軌道為圓形的，暫將其他的一切差失均

至會合點 A 時，其加速與 EL 力相比，即，與

$$\frac{3PK \cdot TK}{TP}$$

相比，其時間可用平均的運動，或 CTP 角或 CP 弧以表之。試作 CG 與 CT 相垂直，使 $CG = CT$ ，並設想將 AC 象限分割成為相等的段 Pp ，等等，表等多的相等的時間段。又作 pk 與 CT 相垂直，使 TG 線與 KP ， kp 之引長相交於 F 及 f 。如是，則 $FK = TK$ ， $Kk : PK = Pp : TP$ ，即， Kk 有一定的比。因而 $FK \cdot Kk$ 或即 $FkKf$ 面與 $\frac{3PK \cdot TK}{TP}$ 相比，即與 EL 相比，而全個的面 $GCKF$ 與一切力 EL 之和相比。從可知該面與速度相比，此項面即係該項力所發生者，亦即是與產生 CTP 面的加速相比。

使月球繞地球在 TP 距離內於 $ADB C = 27^d 7^h 43^m$ 時間內完成其環繞的力，其影響能使一下墜的物體在 CT 時間內經過 $\frac{1}{4}CT$ 道路，於同時間內達到一速度，與月球在其軌道內運行的速度

相等.此可由第一編 § 18 之系 9 以知之.因爲垂直於 TP 上之線 $Kd = \frac{1}{3}EL$, 在八分點處 $= \frac{1}{3}TP$ 或 $= \frac{1}{3}ML$, 故 EL 在八分點爲最大.超過 ML 力之比率爲 3 : 2. 因之, 此力與使月球繞地球在其環繞時間內運動的力相比, 如

$$100 : \frac{4}{3} \cdot 17872,5$$

$$= 100 : 11915.$$

在 CT 時間內, 其所發生的速度等於月球速度之 $\frac{100}{11915}$, 而在 CPA 時間內所發生之速度, 則較大, 其比爲 $CA : CT$ 或 $CA : TP$.

在八分點中最大的力 EL , 可用 $FK \cdot Kk = \frac{1}{3}TP \cdot Pp$ 以表之. 最大的力在 CP 時間內所可產生的速度, 與最小的全部力 EL 所產生者相比, 如 $\frac{1}{3}TP \cdot CP : KCGF$, 而在全時間 CPA 內所產生之速度相比, 則如 $\frac{1}{3}TP \cdot CA : TCG = CA : TP$.

如是, 全時間末之速度, 等於月球速度之 $\frac{100}{11915}$. 今由後者加上及減去該項速度之半, 並用 11915 以表該項平均差率, 則 $11915 + 50 = 11965$

爲面積在朔望點方面之最大差率，而 $11915 - 50 = 11865$ 爲其在直角距離點方面之最小差率。所以在同時間內於朔望點及直角點方面所作之面相比，如 $11965 : 11865$ 。今於最小的差率 11865 上，加一其他數，此數與 100 相比等於 $FKCG : TCG$ ，或 $PK^2 : PT^2 = Pd : PT$ ，則其所得之和所表者爲月球在任何一中間處 P 時面積所發生之差率。

這些統是在一個假定下，即，太陽與地球靜止着，月球之環繞時間爲 $27^d 7^h 43^m$ 。但真正的交會環繞時間爲 $29^d 12^h 44^m$ ，故必將差率之增加按照環繞時間之比例放大，即，按照 $1080853 : 1000000$ 之比。如是，原來的 $\frac{100}{11915}$ ，當增加之成爲 $\frac{100}{11023}$ 。所以朔望點方面的面積之差率與直角距離點方面相當的差率相比，等於 $11023 + 50 : 11023 - 50 = 11073 : 10973$ ，而當月球在任何一中間的處所時，直角距離點之差率與該處之差率相比，等於 $10973 : 10973 + Pd$ ，但我們假定 $TP = 100$ 。

所以月球環地球在每個相等的時間段內所作

之面積，差不多與一和數相比，此和數由 219, 6, 及月球與其次的直角距離點間之距離之倍的矢（其圓半徑爲 1）所成。在這裏，我們係假定八分點方面之變差，其大小爲中平的，倘此變差較大或較小，則此矢亦必以此比放大或減小之。

§ 31. 問題。 試由月球之每時的運動內，求其與地球之距離。

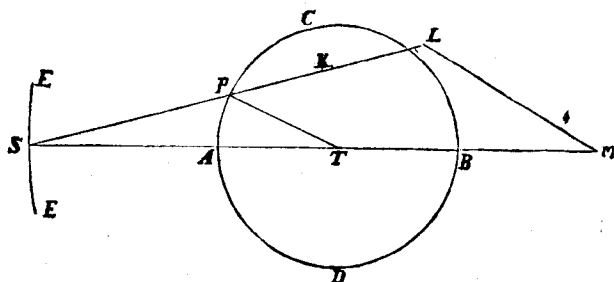
月球於環繞地球運動時，每刻所作的面積，與其每時的運動及離地球的距離之平方相比。所以此項距離與面積之平方根之正及每時的運動之平方根之反相比。

系 1. 用此項方法，可求得月球之外觀的徑，因此徑與其距地球的距離成反比。天文學者很可以研究，此規律與現象相合之正確性至於何種程度。

系 2. 根據所得現象，我們可由此以求月球之軌道，較以前所得者，必更能正確。

§ 32. 問題。 試求月球在其內運動的軌道之徑；但假定，此軌道無有偏心率。

一運動的物體在曲線上運行時，倘有一力恆向與前者相垂直的線上將其吸引，則曲線之曲率與吸引力之正，與速度之平方之反相比。我假定曲線曲率相互間之比，等於切角之切線或正弦之最後比，當角小至無限時，其半徑可相等。



第 一 九 二 圖

月球對於地球在朔望點之吸引，爲其對於地球之重力超過太陽之力 $= 2PK$ 之餘，而後者則爲月球及地球對於太陽的重力之差。在直角距離點時，該項吸引力等於月球對地球及向地球的太陽力之和。今設

$$\frac{AC+CT}{2} = N,$$

則此項吸引力差不多與

$$\frac{178725}{AT^2} - \frac{2000}{CT \cdot N}$$

及

$$\frac{178725}{CT^2} + \frac{1000}{AT \cdot N}$$

相比，或與

$$178725CT^2 \cdot N - 2000AT^2 \cdot CT$$

$$\text{及} \quad 178725AT^2 \cdot N + 1000CT^2 \cdot AT \quad (1)$$

相比。

倘月球對於地球的重力可用 178725 以表之，則平均的力 ML (此力在直角距離點 = PT 或 TK 並將月球向地球吸引) 等於 1000，而平均的力 TM 在朔望點方面等於 3000。今由後者減去 ML ，則尚餘 2000，此即使月球在朔望點離開地球的力，以上我曾用 $2 \cdot PK$ 表之。

月球在朔望點 A, B 之速度與其在直角距離點之速度相比，如 $CT : AT$ ，並等於月球在朔望點方面繞地球所作之面積之差率，與直角距離點方面之差率相比；或，如