时代教育

中考命题大揭密 新题难题早攻破

稻智图书

新课标 XIN KE BIAO

快车道丛书

# 双解一试

## 七年级·数学

上册

（北师大版）

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

中考命题大揭密 新题难题早攻破

快车道丛书

# 双解一试

七年级·数学

上册

新课标 XIN KE BIAO


策划：邹才仁

主编：黄绍德

罗 商 李 鼎 张小域 余未云 叶 茂 谭竞金 侯国友 编写


(北师大版)


机械工业出版社 CHINA MACHINE PRESS

**图书在版编目(CIP)数据**

快车道丛书．双解一试．七年级数学．上册：北师大版/罗商等编写.
—北京：机械工业出版社，2004.8

ISBN 7－111－02372－2

Ⅰ．快…　Ⅱ．罗…　Ⅲ．数学课－初中－解题　Ⅳ．G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 081507 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号　邮政编码 100037)
责任编辑：郑文斌　　封面设计：鞠　杨
责任印制：石　冉
保定市印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行
2004 年 8 月第 1 版·第 1 次印刷
890mm×1240mm A4· 6 印张 ·165 千字
定价：9.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换
本社购书热线电话：(010)68993821、88379646

# 内 容 特 色

要实施素质教育，就要优化课堂教学，优化教学辅导资料，以达到精投入、高产出、低耗高效的目的，使教师和学生赢得自由支配的同时，能够合理配置智力资源，有利于学生的个性发展和教师的优化教学，从而促进学生素质的全面提高。出于上述考虑，我们在原有的“初中快车道.双解一试”丛书的基础上，又加入了适应新课程标准的配套用书。

本套丛书是按照最新的新课标教材的章节顺序，以每节教材为编写单元，每节设立“双基表解”、“考题例解”和“课后练习”三个栏目，每章又编有“单元测试”，书末附有参考答案。同时每个“课后练习”和“单元测试”均可单独撕下作为试卷来使用，是集教学辅导、练习册和单元测试卷于一体的崭新教辅书。

“双基表解”栏目将该节教材的内容用简明的“表解”进行概括，提示重点、难点，揭示规律，点拨方法和技巧，使学生一目了然，花较少的精力便可掌握该节的基础知识和基本技能。“考题例解”栏目选解近年来全国的典型中考题目，指引解题思路，归纳解题方法，点拨解题技巧，总结解题规律，示范解题格式。“课后练习”和“单元测试”均包括“基础题”、“综合题”、“开放(创新、探究)题”三大类题组，均体现新课标的理念，强调联系现实生活、学生经验、实际应用、突出开放性、探究性、创新精神和实践能力的培养，符合素质教育的要求，紧跟初中教学改革以及中考命题的新动向。

由于本套丛书具有的独创性、科学性、适应性、实用性和高效性，从而赢得了“黄金教辅”的美誉。

但愿本套丛书能为莘莘学子们开辟一条成功的快速通道，实现自己美好的愿望。

初中快车道双解一试编写组

2004 年 7 月

# 目 录


## 第一部分 教学辅导

**第一章 丰富的图形世界**

1. 生活中的立体图形 …… (1)
2. 展开与折叠 …… (2)
3. 截一个几何体 …… (2)
4. 从不同的方向看 …… (3)
5. 生活中的平面图形 …… (3)

**第二章 有理数及其运算**

1. 数怎么不够用了 …… (5)
2. 数轴 …… (5)
3. 绝对值 …… (5)
4. 有理数的加法 …… (6)
5. 有理数的减法 …… (6)
6. 有理数的加减法混合运算 …… (8)
7. 水位的变化 …… (8)
8. 有理数的乘法 …… (9)
9. 有理数的除法 …… (9)
10. 有理数的乘方 …… (9)
11. 有理数的混合运算 …… (11)
12. 计算器的使用 …… (13)

**第三章 字母表示数**

1. 字母能表示什么 …… (14)
2. 代数式 …… (14)
3. 代数式求值 …… (14)
4. 合并同类项 …… (16)
5. 去括号 …… (17)
6. 探索规律 …… (18)

**第四章 平面图形及其位置关系**

1. 线段、射线、直线 …… (19)
2. 比较线段的长短 …… (20)
3. 角的度量与表示 …… (21)
4. 角的比较 …… (22)
5. 平行 …… (23)
6. 垂直 …… (24)
7. 有趣的七巧板 …… (24)
8. 图案设计 …… (24)

**第五章 一元一次方程**

1. 你今年几岁了 …… (25)
2. 解方程 …… (26)
3. 日历中的方程 …… (27)
4. 我变胖了 …… (27)
5. 打折销售 …… (27)
6. "希望工程"义演 …… (28)
7. 能追上小明吗 …… (28)
8. 教育储蓄 …… (28)

**第六章 生活中的数据**

1. 100万有多大 …… (30)
2. 科学记数法 …… (30)
3. 扇形统计图 …… (31)
4. 月球上有水吗? …… (31)
5. 统计图的选择 …… (31)

**第七章 可能性**

1. 一定摸到红球吗 …… (32)
2. 转盘游戏 …… (32)
3. 谁转出的四位数大 …… (32)

## 第二部分 课后练习

**第一章 丰富的图形世界**

1. 生活中的立体图形课后练习 …… (33)
2. 展开与折叠课后练习 …… (33)
3. 截一个几何体课后练习 …… (33)
4. 从不同的方向看课后练习 …… (33)
5. 生活中的平面图形课后练习 …… (33)

**第二章 有理数及其运算**

1. 数怎么不够用了课后练习 …… (35)
2. 数轴课后练习 …… (35)
3. 绝对值课后练习 …… (35)
4. 有理数的加法课后练习 …… (37)
5. 有理数的减法课后练习 …… (39)
6. 有理数的加减法混合运算课后练习 …… (41)
7. 水位的变化课后练习 …… (41)
8. 有理数的乘法课后练习 …… (43)
9. 有理数的除法课后练习 …… (43)
10. 有理数的乘方课后练习 …… (43)
11. 有理数的混合运算课后练习 …… (45)
12. 计算器的使用课后练习 …… (45)

**第三章 字母表示数**

1. 字母能表示什么课后练习 …… (47)
2. 代数式课后练习 …… (47)
3. 代数式求值课后练习 …… (49)
4. 合并同类项课后练习 …… (49)
5. 去括号课后练习 …… (49)
6. 探索规律课后练习 …… (51)

**第四章 平面图形及其位置关系**

1. 线段、射线、直线课后练习 …… (52)
2. 比较线段的长短课后练习 …… (52)
3. 角的度量与表示课后练习 …… (54)
4. 角的比较课后练习 …… (54)
5. 平行课后练习 …… (56)
6. 垂直课后练习 …… (56)
7. 有趣的七巧板课后练习 …… (58)
8. 图案设计课后练习 …… (58)

**第五章 一元一次方程**

1. 你今年几岁了课后练习 …… (59)
2. 解方程课后练习 …… (59)
3. 日历中的方程课后练习 …… (63)
4. 我变胖了课后练习 …… (63)
5. 打折销售课后练习 …… (63)
6. "希望工程"义演课后练习 …… (65)
7. 能追上小明吗课后练习 …… (65)
8. 教育储蓄课后练习 …… (65)

**第六章 生活中的数据**

1. 100万有多大课后练习 …… (67)
2. 科学记数法课后练习 …… (67)
3. 扇形统计图课后练习 …… (68)
4. 月球上有水吗课后练习 …… (68)
5. 统计图的选择课后练习 …… (68)

**第七章 可能性**

1. 一定摸到红球吗课后练习 …… (70)
2. 转盘游戏课后练习 …… (70)
3. 谁转出的四位数大课后练习 …… (70)

## 第三部分 单元测试

第一章综合测试 …… (72)
第二章综合测试 …… (74)
第三章综合测试 …… (78)
第四章综合测试 …… (82)
第五章综合测试 …… (84)
第六章综合测试 …… (86)
第七章综合测试 …… (87)

**参考答案** …… (88)

# 第一部分　教学辅导

## 第一章　丰富的图形世界

### 1. 生活中的立体图形

**双基表解**

表 1—1　生活中的立体图形

| 内　容 | 基　本　要　求 | 学　习　特　点 |
|---|---|---|
| 简单的几何体 | 1. 认识常见的几何体：正方体、长方体、棱柱、圆柱、球、圆锥等.<br>2. 能对你见到的一些几何体进行简单的分类. | 请同学们留意周围的物体，用数学的眼光去观察它们，并和数学中的几何图形比较、联想、归类，归纳它们的特征. |
| 点、线、面、体的关系 | 能够说出常见的几何体是由什么样的点线面围成或是怎样旋转而成的. | 点动成线，线动成面，面动成体；而线与线相交得点，面与面相交成线；同学们可以通过观察身边的几何体去理解点线面体的关系. |

**典型题解**

**例 1**　图 1—1 的这些图形都是常见的几何体，请你将它们进行分类，并简单说明理由.

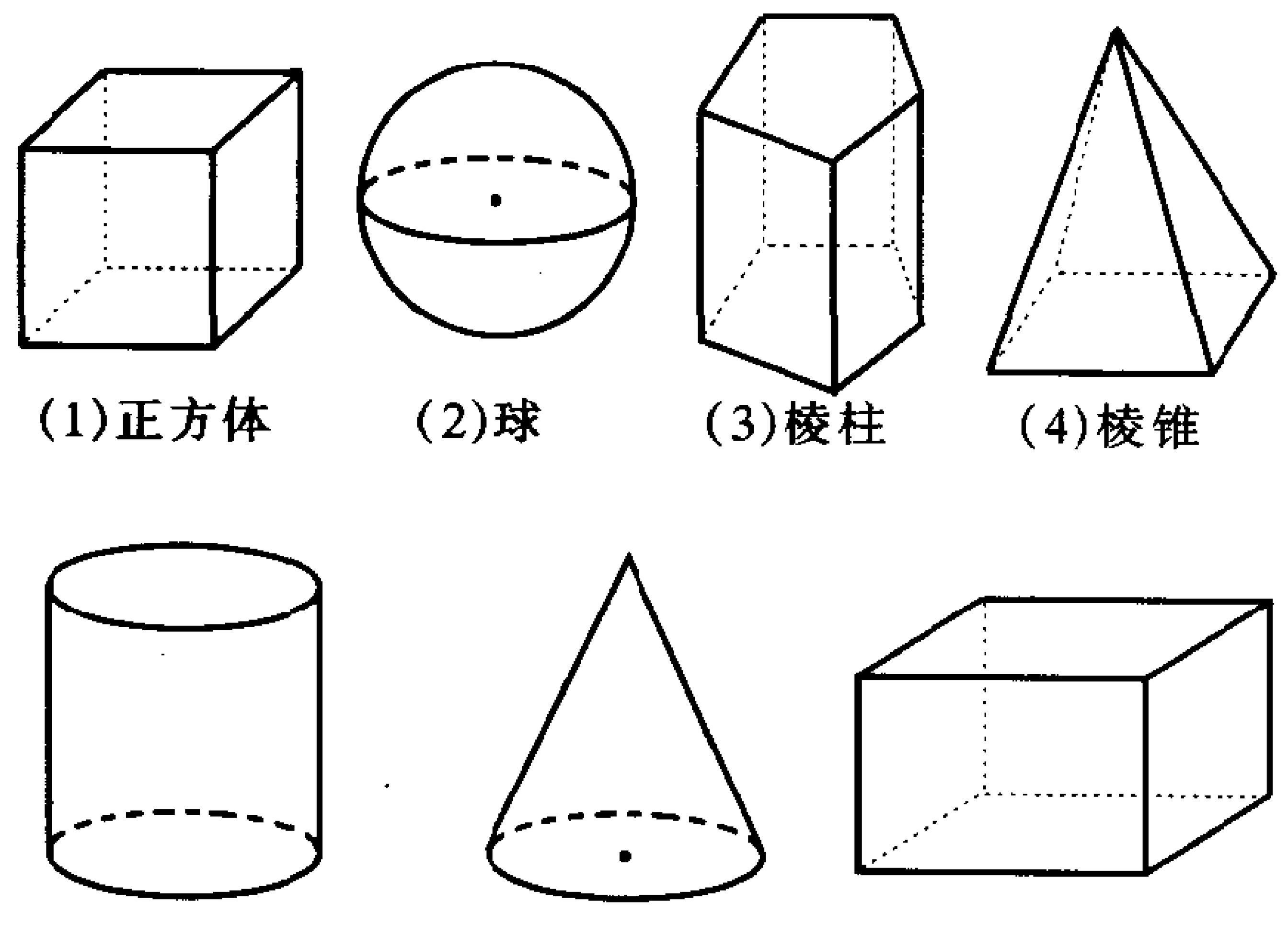



图 1—1

**分析**：分类就是将具有共同特征的事物归结起来. 根据不同的需要，有时会有不同的分类方法；同样，由于各人观察事物的方法不同，也会有不同的分类. 但有一点原则是必要的，即同一类的事物必需具有某一个共同的特征. 这是同学们进行事物分类时必须要注意的.

**解**：(1)(3)(4)(7)作为一类，因为它们的各面都是由平面图形组成的，称为多面体；(2)(5)(6)分作一类，因为它们都是由某个平面图形旋转而成，称为旋转体. 或者，(1)(3)(5)(7)分作一类，因为它们都是柱体，它们的上下两个面相同，侧面的棱都相等；(4)(6)分作一类，它们都是锥体；(2)作为一类，即球体.

注：同学们仔细观察，相信一定会有其他的分类方法.

**例 2**　(1)圆锥是由几个面围成的，它们分别是直的还是曲的？

(2)正方体有______个顶点，______条棱，______个面.

**解**：(1)圆锥是由两个面围成的，底面是平的，侧面是曲的.

(2)8；8；6

**例 3**　都说"面动成体"，图 1—2 中的四个几何体，你能说说它们分别由什么样的平面图形旋转或平移而成的吗？

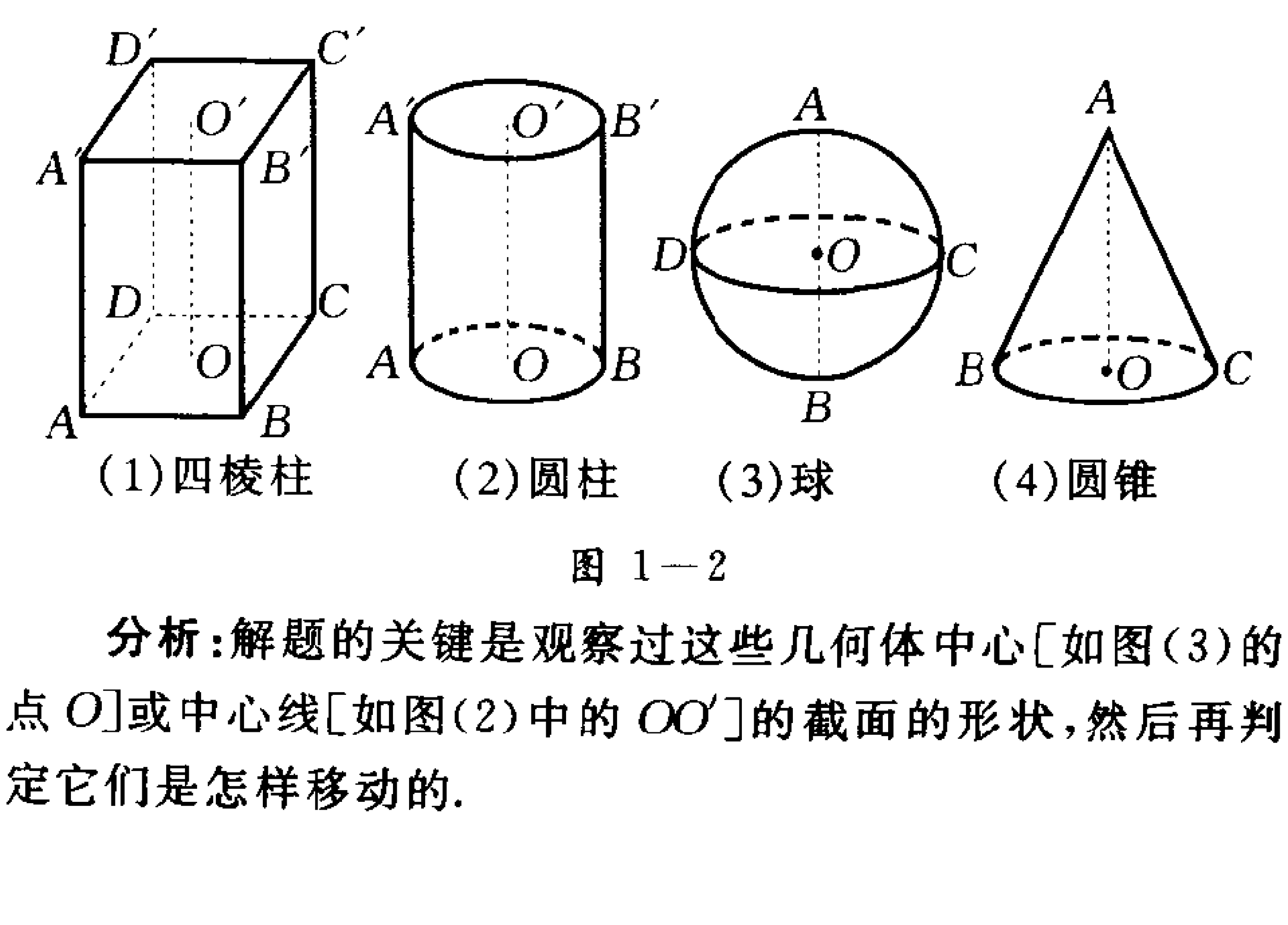



图 1—2

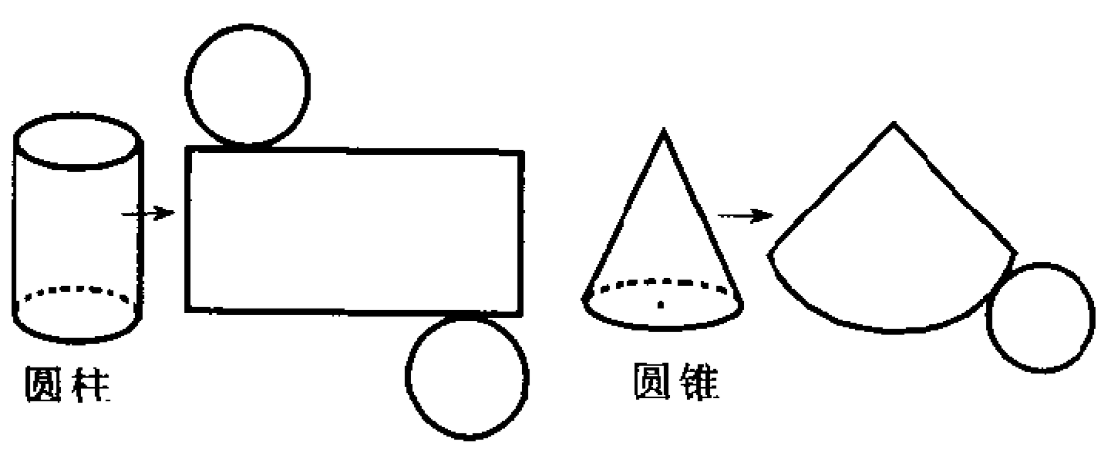
**分析**：解题的关键是观察过这些几何体中心[如图(3)的点 $O$]或中心线[如图(2)中的 $OO'$]的截面的形状，然后再判定它们是怎样移动的.

**解**:图(1)的几何体可以看成是面 $ABCD$ 沿 $OO'$ 上下平移所得;图(2)的几何体可以看成底面的圆 $O$ 沿 $OO'$ 上下平移所得,也可以看成是长方形 $AA'O'O$ 绕 $OO'$ 旋转所得;图(3)的几何体是半圆 $ACB$ 绕 $AB$ 旋转所得;图(4)的几何体是直角三角形 $AOC$ 绕 $AO$ 旋转所得.

## 2. 展开与折叠
## 3. 截一个几何体

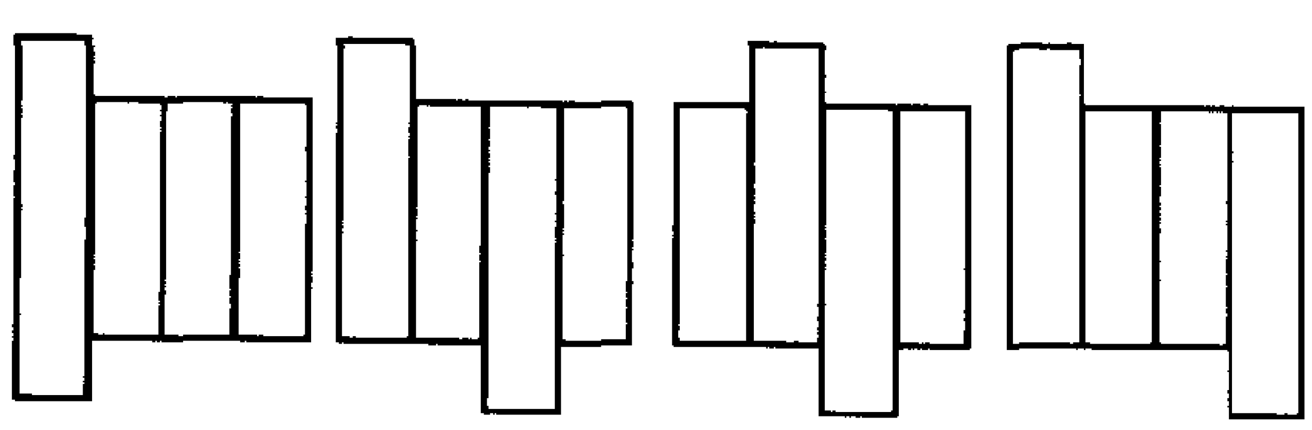
### 双基表解

表 1—2　展开与折叠　截一个几何体

| 内　容 | 有关概念或图形 | 学习要求 | 学习特点及注意事项 |
|---|---|---|---|
| 棱　柱 | 1. 在棱柱中,任何相邻两个面的交线都叫做棱.<br>2. 棱柱的底面图形有几条边,棱柱就叫做几棱柱,如底面是三角形,叫三棱柱;底面是四边形,就叫四棱柱;…… | 1. 掌握棱、棱柱的概念,能说出棱柱的特征.<br>2. 知道棱柱、圆柱、圆锥的侧面展开图. | 熟练地展开与折叠需要丰富的观察力和想像力,这些能力是通过认真观察,大胆动手实践去获得的. 不过,动手之前,先想像一下,再去验证.<br>注意:一个几何体的展开图通常不是唯一的. |
| 圆柱和圆锥 |  | | |
| 截一个几何体 | 用一个平面去截一个几何体,截得的面叫做截面. | 截一个几何体,截面的形状会随切割的角的变化而变化,最好的办法,就是动手去实践,去想一想、切一切,你一定会很有收获. | |

### 典型题解

**例 1**　图 1—3 中图形经过折叠能围成棱柱的是______,从结果中你对折叠与展开有什么想法?



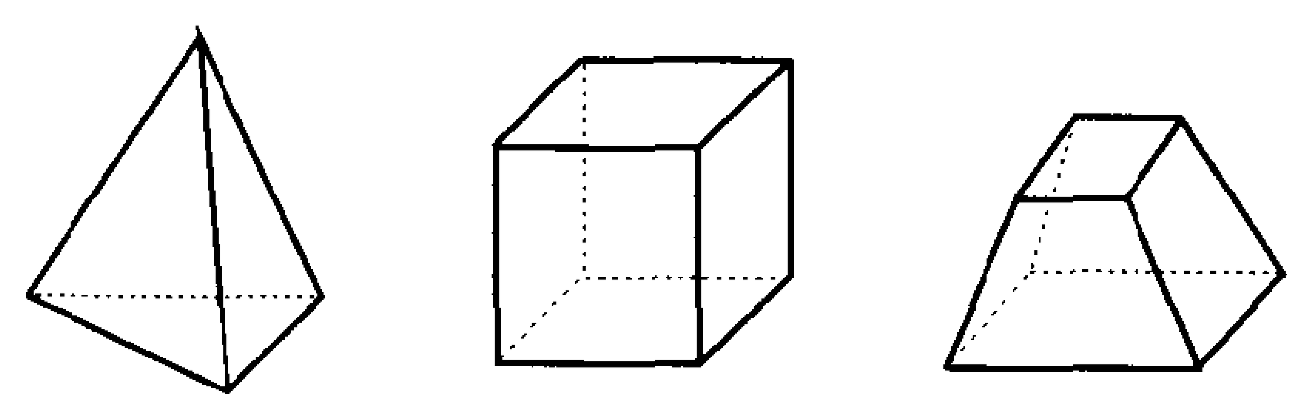
(1)　(2)　(3)　(4)

图 1—3

**解**:(1)(2)(3)(4).

同一个几何体,展开后得到的平面图形有可能不一样.

**例 2**　图 1—4 中的几何体展开后得到什么样的平面图形?



正三棱锥　正方体　正四棱台

图 1—4

**分析**:解这类题目的方法,一是做一个实物,然后动手去试.也可以将你想像的展开图形画出来后,折叠验证.

**解**:如图 1—5 所示。

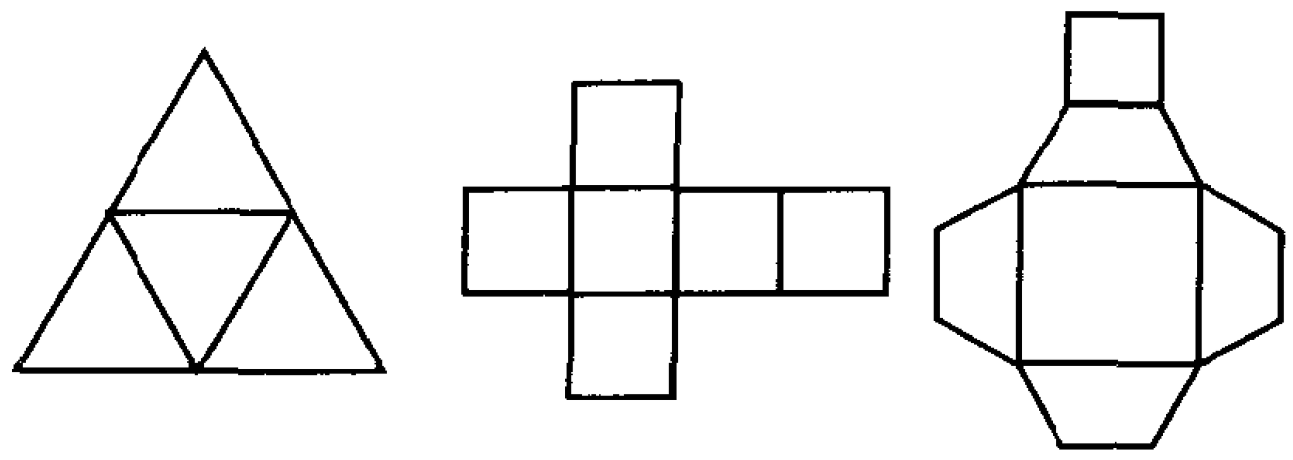


图 1—5

**例 3** 图 1—6 中的几何体是不是一定能展开成平面图形？如果不一定，请你指出哪些能展开，哪些不能展开，并进行简单的归纳.

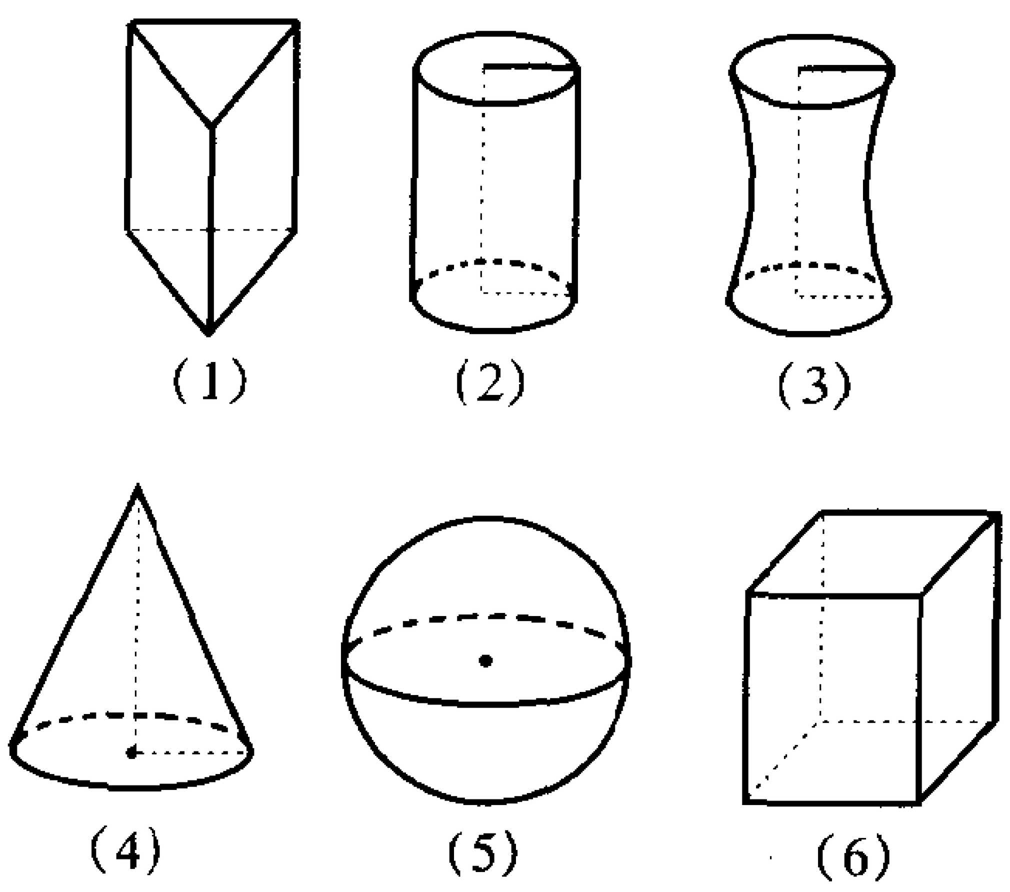



图 1—6

**分析**：(1)和(6)是多面体，类似这样的几何体是可以展开的；(2)(3)(4)(5)这些几何体都是分别由一些平面图形旋转而成的，而其中(2)(4)是由多边形旋转成的，可以展开；(3)(5)不是由多边形旋转而成，不能展开.((2)(3)(4)(5)这些几何体叫做旋转体，有兴趣的同学，不妨想一想，它们分别由什么样的平面图形经怎样旋转得到的).

**解**：略．由此可知，多面体是可以展开的，旋转体有的可以展开，有的不可以展开.

**例 4** 图 1—7 所示，图形中截面的形状各是什么？

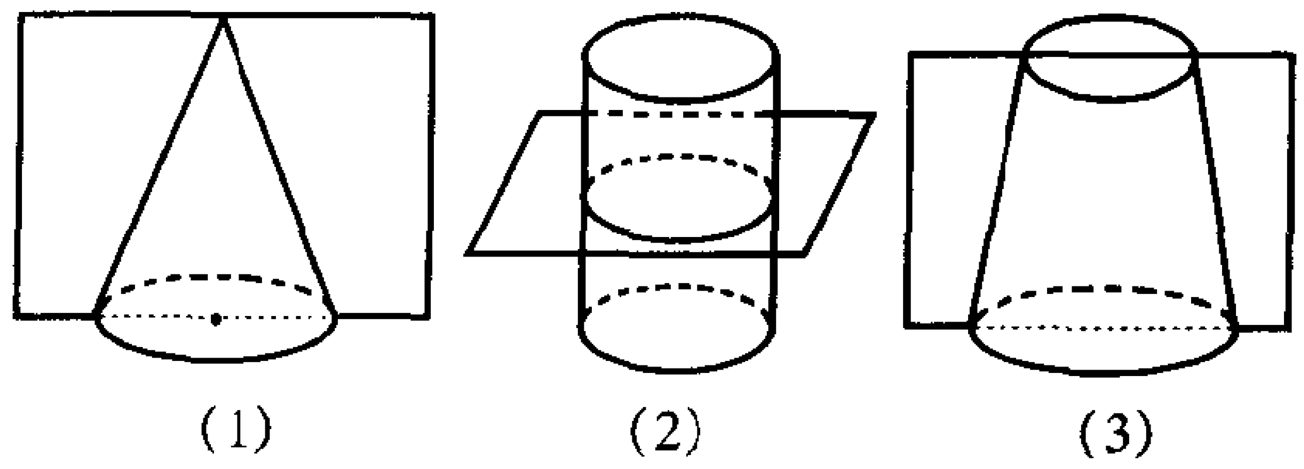
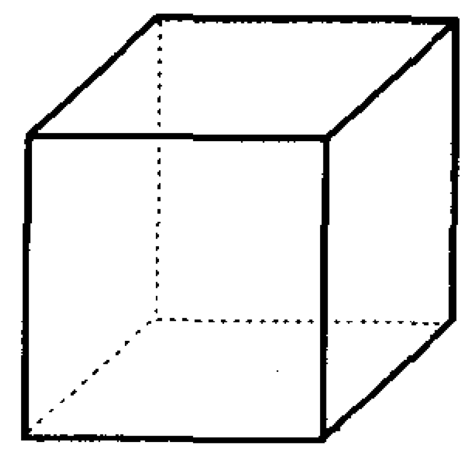



图 1—7

**解**：(1)三角形　(2)圆　(3)等腰梯形

**例 5** 用一个平面去截一个正方体，得到几种不同的截面，请你说出它们的形状.



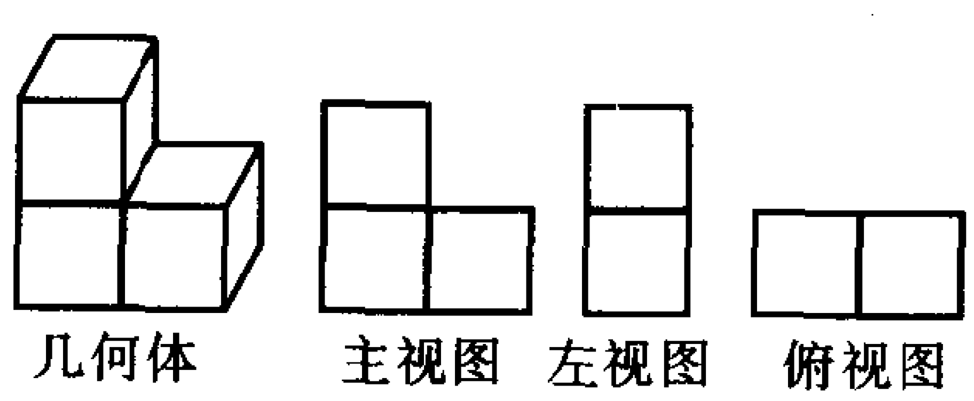
**分析**：这是一个比较复杂的问题，我们注意到正方体的六个面有的互相平行，有的互相垂直，它的各条棱也是如此．由于截面的种类不同、切割的方法较多，容易重复或遗漏．因此我们可以将切割的方法作分类：如(1)和两个相对的面平行时，截面是正方形；(2)和两个相对的面垂直时，是正方形或长方形；(3)和相对的两个面不平行也不垂直时，又分为：①过三个面时，为三角形；②过四个面时为梯形；③过五个面时为五边形；④过六个面时为六边形；综合以上各情形即可.

**解**：共有六种不同截面，它们是：正方形、长方形、三角形、梯形、五边形、六边形.

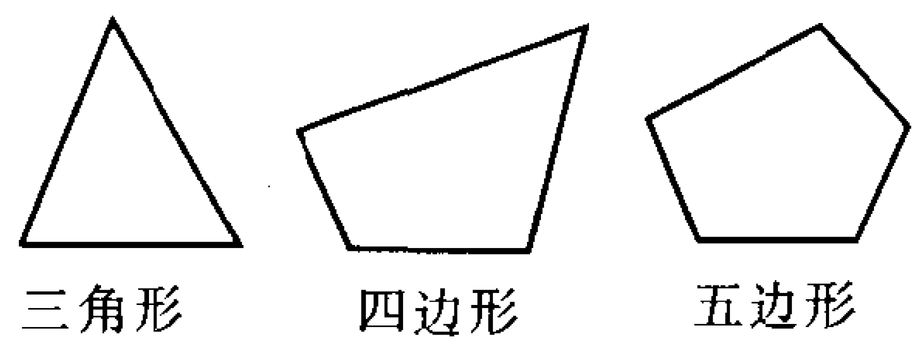
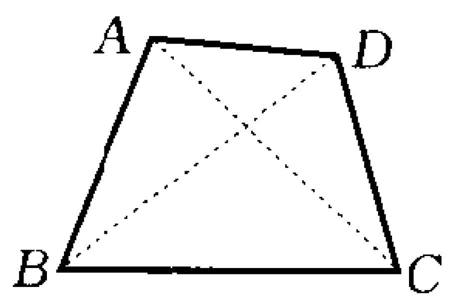
## 4. 从不同的方向看
## 5. 生活中的平面图形

### 双基表解

表 1—3　从不同的方向看　生活中的平面图形

| 有关概念 | 图　例 | 学　习　指　导 |
|---|---|---|
| 主视图——从正面看到的图<br>左视图——从左面看到的图<br>俯视图——从上面看到的图 |  | 物体是多面的，观察物体需要多方位、多角度进行；多用数学的眼光去观察物体，抽象成为我们学习的几何体，以增强自己的空间想像能力. |

续表 1－3

| 有关概念 | 图　　例 | 学　习　指　导 |
|---|---|---|
| 多边形——由一些不在同一直线上的线段依次首尾相连组成的封闭图形. |  | 由特殊到一般是人们思考问题、解决问题的常用思维方法．如多边形的对角线有多少条？对四边形、五边形、六边形……的对角线的条数加以归纳，从中找出规律，即可写出任意多边形的条数.<br>多边形对角线条数$=\frac{n(n-3)}{2}$（$n$ 为多边形的边数） |
| 多边形的对角线——多边形的两个不相邻顶点的连线 |  图中 $AC$、$BD$ 即为四边形的对角线. | |

## 典型题解

**例 1**　如图 1－8 排列的两个几何体，请问，以下的四个图中，分别是从什么方向看到的. 从正面看到的是______，从右面看到的是______，从上面看到的是______，从左面看到的是______.

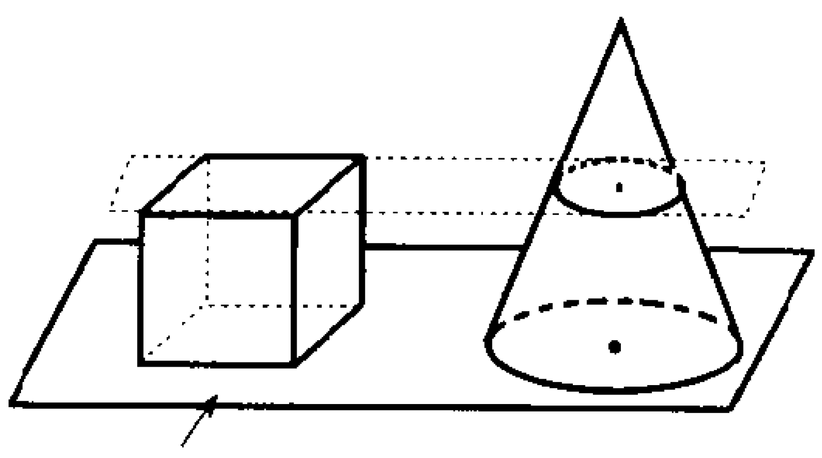
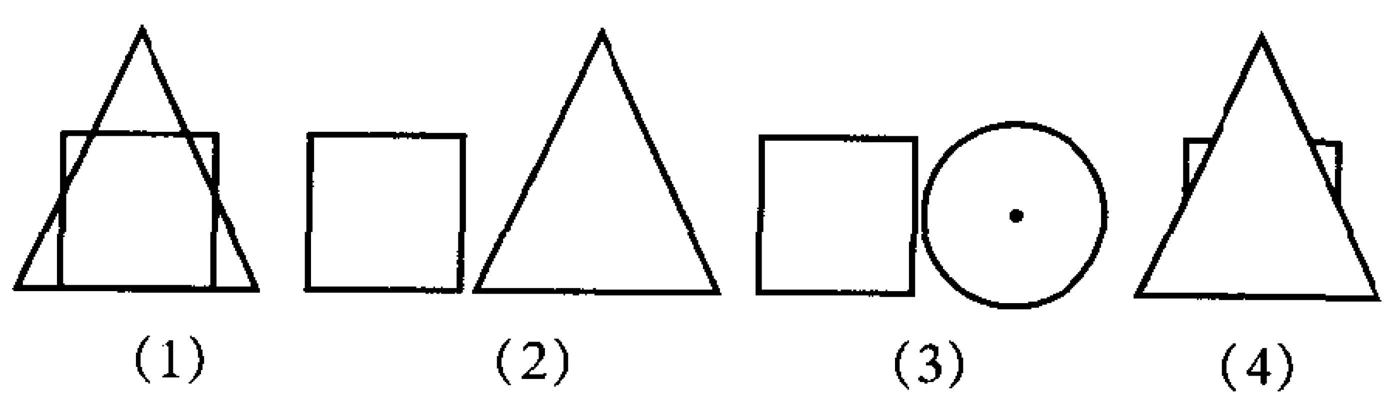


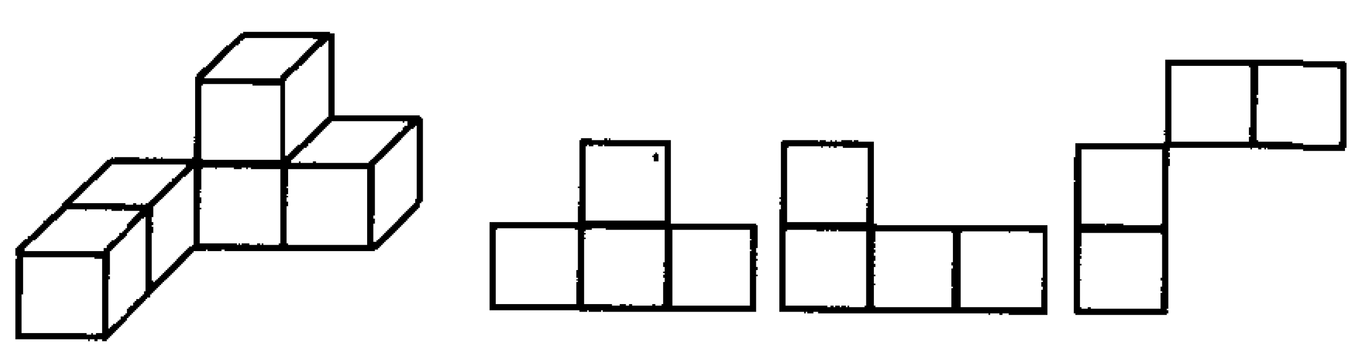
图 1－8




**解**：(2)(4)(3)(1).

**例 2**　画出左边几何体的主视图、左视图和俯视图.

**解**：




**例 3**　如图 1－9，是由一些相同的小正方体构成的几何体的三视图，请问这个几何体共有______个小正方体.

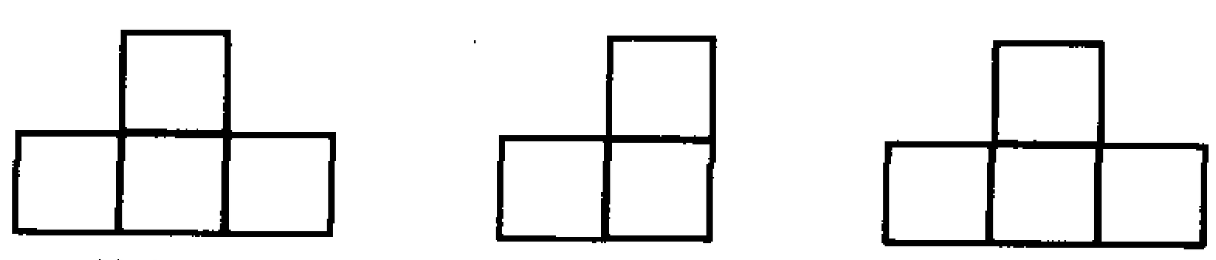


图 1－9

**分析**：观察主视图知，最前面一排有四个小正方形；然后，观察俯视图知，只有中间一列的后面有小正方体，且只有一排，但上下几行未知，再观察左视图可知，后面一排上下只有一行，即只有一个正方体，所以共有五个小正方体.

**解**：略.

**例 4**　图 1－10 是由一些小正方体搭成几何体的俯视图，小正方体中的数字表示在该位置的小正方体的个数. 你能画出这个几何体的主视图和左视图吗？

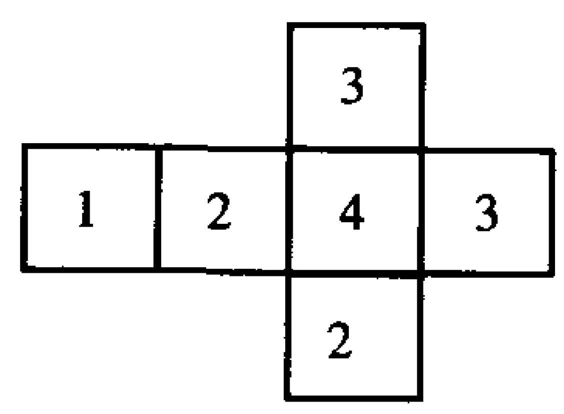


图 1－10

**分析**：从正面看，从左至右共有四行，各行的高度分别为 1、2、4、3，从左面看，从左至右共 3 行，各行的高度分别为 3、4、2.

**解**：

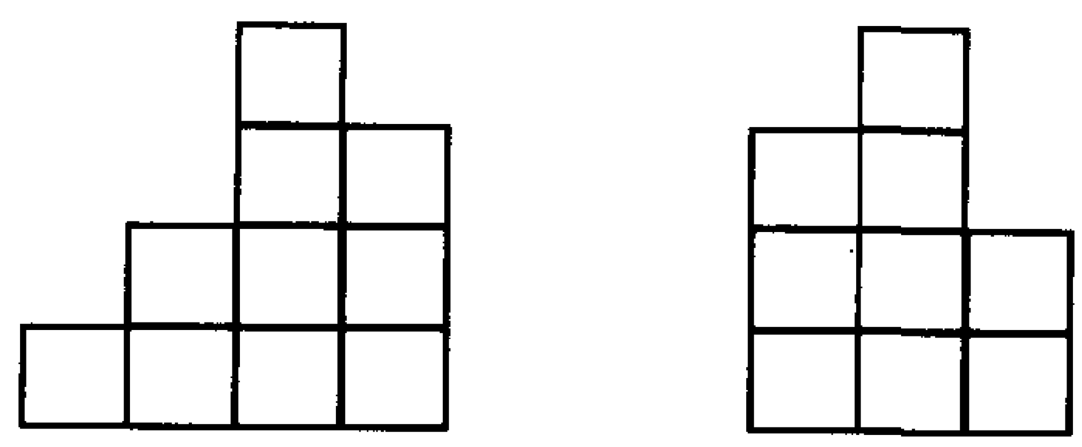


图 1－11

**例 5**　四边形的对角线共有$\frac{4\times(4-3)}{2}=2$ 条，五边形的对角线共有$\frac{5\times(5-3)}{2}=5$ 条，那么六边形的对角线共有______条，……二十边形的对角线共有______条，……$n$ 边形的对角线共有______.

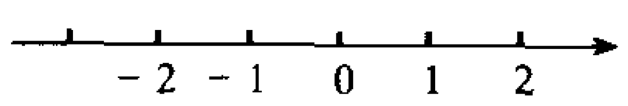
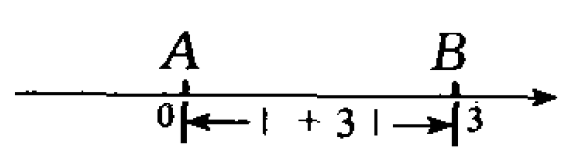
**解**：$\frac{6\times(6-3)}{2}=9$ 条；$\frac{20\times(20-3)}{2}=170$ 条；$\frac{n\cdot(n-3)}{2}$ 条.

# 第二章　有理数及其运算

**1. 数怎么不够用了**
**2. 数轴**
**3. 绝对值**

## 双基表解

表 2—1　数怎么不够用了　数轴　绝对值

| 项目 | 有关概念 | 注意事项及要点 |
| --- | --- | --- |
| 有理数 | 正数:像 5,1.2,$\frac{1}{2}$……这样大于 0 的数.<br>负数:在正数前面加上"—"号的数.<br>$\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\0\\\text{负整数}\end{cases}\\\text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\\text{负分数}\end{cases}\end{cases}$ | 1. 一些具有相反意义的量,我们都可以用正数和负数来表示. 正数与负数的表示是人为的规定. 如向东走 50 米,记为+50,那么向西走 50 米,可以记为—50;反之,向西走 50 米记为+50,那么向东可以记为—50. 不过,作正负规定时,应尽量和生活的实际、习惯相同,理解起来就比较自然.<br>2. 特别的,0 是正数和负数的分水岭,它既不是正数也不是负数. |
| 数轴和相反数 | 如图  <br>规定了原点、单位长度和正方向(向右)的直线叫做数轴.<br>只有符号不同的两个数叫做相反数,如 2 与—2,$\frac{1}{10}$与—$\frac{1}{10}$,$a$ 与—$a$ 等. | 1. 数轴有三个要素:原点、单位长度和正方向这三个条件缺一不可.<br>2. 任何一个有理数都可以用数轴上的一个点来表示,不过,反过来,数轴上的任一点表示的可不一定是有理数呵!<br>3. 有理数在数轴上按负数→0→正数、自左向右排列,越往右越大;在数轴上的两个数,右边的数总比左边的数大.<br>4. 在数轴原点的某侧找一个点(如 2),那么,在另一侧一定会找到一个数(—2)和它对应,它们只有符号不同,到原点的距离相等(都等于 2),这对孪生数就是相反数. 从图形上来观察,它们是对称的. |
| 绝对值 | 数轴上,一个数所对应的点与原点的距离(如下图)叫做这个数的绝对值.<br> <br>正数的绝对值是它本身,负数的绝对值是它的相反数,零的绝对值是零. | 数轴、相反数、绝对值这三者相互联系,如一对相反数可以在数轴上直观地反映出来. 再例如,在数轴原点的左侧全是负数,越往左的数,它距离原点就越远,即它的绝对值越大,但越往左,数就越小. 这说明,负数绝对值越大的反而小,这就是两个负数的大小比较方法.<br>同学们在学习中,注意利用这三者相互联系起来理解一些问题,会发现很多有用的结论. |

## 典型题解

**例 1** 填空题

1. 如果水位上升了 3 米记为 $+3$ 米，那么下降 2 米可记为______米. $-5$ 米的意义是____________________.

2. 把下列各数填到相应的横线上：

$+5, -2, 3\frac{1}{2}, -\frac{2}{7}, 0, -0.01, 0.3, 50\%, -27, \frac{1}{100}$

正数：________________；负数：________________；

分数：________________；整数：________________.

3. $-3\frac{1}{2}$ 的相反数是______；______的相反数 $-2.5$；

4. 数轴上，3 与 $-3$ 所对应的点之间的距离是______.

5. 绝对值不大于 5 的所有整数有：__________.

**解**：1. $-2$；水位下降 5 米.

2. 正数：$+5, 3\frac{1}{2}, 0.3, 50\%, \frac{1}{100}$.

负数：$-2, -\frac{2}{7}, -0.01, -27$.

分数：$3\frac{1}{2}, -\frac{2}{7}, -0.01, 0.3, 50\%, \frac{1}{100}$.

整数：$+5, -2, 0, -27$.

3. $3\frac{1}{2}$；2.5.

4. 6.

5.（注意理解大于、小于、不大于、不小于、大于或者等于、小于或者等于的意义）$-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$.

**例 2** 选择题

1. 下列说法中正确的是（　　）.

A. 最大的负有理数是 $-1$

B. 任何有理数的绝对值都是正数

C. 0 是最小的数

D. 两个互为相反数的数，它们的绝对值相等

2. 在数轴上，表示与 $-3$ 点的距离为 3 的数是（　　）.

A. 0　B. $-6$　C. 3　D. 0 和 $-6$

3. 下列四个等式中，正确的有（　　）个.

(1) $|-3|=|+3|$；(2) $|-10|>0$；(3) $|a|\geqslant a$；(4) $-1.8>0$

A. 2 个　B. 3 个　C. 4 个　D. 1 个

**解**：1. D；2. D；3. B（注意：$|a|\geqslant a$ 中的 $a$ 可以是正数，也可以是负数，还可以是 0. 分三种情况讨论即可）.

**例 3** 如 1—12 图.

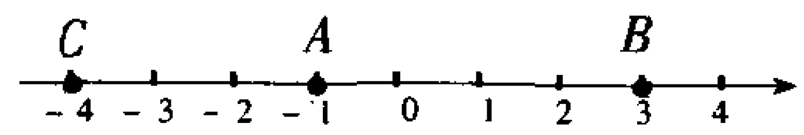



图 1－12

(1) 指出数轴上 $A, B, C$ 三点表示的有理数.

(2) 求出 $A, B, C$ 三点所表示的有理数的相反数和绝对值.

(3) 请问点 $B$ 与 $C$ 的距离是多少?

**解**：(1) $-1, 3, -4$　(2) $+1, -3, +4$；$1, 3, 4$　(3) 7.

**例 4** 若 $|a+3|+|b-4|=0$，求 $a$、$b$ 的值.

**分析**：绝对值最小的数是 0，也就是说，任何一个数的绝对值都大于或等于 0，所以，$|a+3|\geqslant 0$，同样 $|b-4|\geqslant 0$，因此，只有这两个式子：$a+3$，$a-4$ 同时等于 0 时，$|a+3|+|a-4|=0$.

**解**：要 $|a+3|+|b-4|=0$，必须 $|a+3|=0$ 且 $|b-4|=0$，所以 $a+3=0$，即 $a=-3$；$b-4=0$，即 $b=4$.

# 4. 有理数的加法
# 5. 有理数的减法

## 双基表解

表 2—2　有理数的加法　有理数的减法

| 项　目 | 法　　则 | 注　意　事　项 |
| --- | --- | --- |
| 有理数的加法 | 同号两数相加，取相同的符号，并把绝对值相加.<br>异号两数相加，绝对值相等时和为 0，绝对值不等时，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值.<br>一个数同 0 相加，仍得这个数. | 有理数的加法运算，关键是：首先确定结果的符号. 注意异号时取绝对值较大的加数的符号作为结果，同号时，取相同的符号；其次，观察两个加数的符号，确定运算的方式. 同号时做加法，而异号时，则做减法，这就是有理数加法和小学加法不同之处，加法不再是纯粹的加法，而是“加中有减”. |

续表 2—2

| 项　目 | 法　　则 | 注　意　事　项 |
|---|---|---|
| 有理数的减法 | 减去一个数，等于加上这个数的相反数. | 此外，同学们应该注意到，有理数的加法关键之处是符号的运算问题. 所以，运算时切记：认真观察，耐心细致.<br>有理数的减法运算最关键的就是把减法运算转化为加法运算，而在转化的过程中，要注意正确地处理好符号.<br>小学中的加法交换律和加法结合律，在有理数的加法运算中仍然适用. 不过，有所不同的是，运用运算律时，注意连用符号一起交换或者结合. |
| 加法运算律 | $a+b=b+a$<br>交换加数的位置，和不变.<br>$a+b+c=(a+b)+c=a+(b+c)$<br>三个有理数相加，可以先把其中两个数相加，和不变. | |

## 典型题解

**例1**　填空题

(1)$(-5)+(-6)=$______.

(2)$(+5)+(-3)=$______.

(3)$2+(-8)+7+(-1)=$______.

(4)$(-7)+(+2)+(-9)=$______.

(5)$(-7)+$______$=3$.

(6)______$+(-21)=-8$.

**解**：(1)$-11$；(2)$+2$；(3)$0$；(4)$-14$；(5)$+10$；(6)$+13$.

(注意：运算切记：一、确定符号；二、确定运算方式.)

**例2**　(1)$-2$的相反数与5的和是__________.

(2)$-3$的绝对值与6的和的相反数是______.

**分析**：解题要注意审题，确定运算的方法，将文字表达转换成为正确的数学式子，如(1)用数学式子表示为：$-(-2)+5$，(2)用数学式子表示为为$-(|-3|+6)$.

**解**：(1)7；　(2)$-9$.

**例3**　计算

(1)$5+(-8)$　　(2)$2+(-3)+(-10)$

(3)$(-\frac{1}{4})+(-\frac{1}{2})$

(4)$(-18)-57+(-82)+(+13)$

(5)$|-20|+(-5)+(+5)+(-20)$

**分析**：像(1)(3)小题这样题，要注意符号运算，避免出现错误，而(2)(4)(5)这三个小题，还要注意适当地运用运算律进行计算，简化计算过程.

**解**：(1)原式$=-3$.

(2)原式$=2+(-13)=-11$.

(3)原式$=-\frac{3}{4}$.

(4)原式$=[(-18)+(-82)]+(57+13)$

$=-100+70$

$=-30$.

(5)原式$=[20+(-20)]+[(-5)+5]$

$=0$.

**例4**　某食品仓库原存有食品3800千克，一周内运进和运出食品的重量情况如下：(运进为正，单位：千克)

1300，$-800$，320，450，$-720$，$-500$，$-280$.

问第七天末仓库内还存有食品多少千克?

**分析**：因为运进与运出是一对意义相反的数，要求最后一天末食品的存量，只需把七天的数量加起来再加上原有的重量即可.

**解**：依题意列式得：

$3800+1300+(-800)+320+450+(-720)+(-500)+(-280)$

$=(3800+1300+320+450)+[(-800)+(-720)+(-500)+(-280)]$

$=5870+(-2300)$

$=3570$

答：第七天末，仓库中食品存量为3570千克.

**例5**　计算

(1)$8-(-5)$.

(2)$0-(-3)$.

(3)$25-(-32)-(-54)$.

(4)$-87-(16)-(-17)-(-96)$.

(5)$(-\frac{3}{2})-(-\frac{1}{4}+\frac{1}{2})$.

**解**：(1)原式$=8+5=13$.

(2)原式$=0+3=3$.

(3)原式$=25+32+54$

$=111$.

(4)原式$=-87-16+17+96$

$=-103+113$

$=10$.

(5)原式$=-\frac{3}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{2}$

$=-\frac{7}{4}$.

**例6**　某地白天的最高气温是20℃，夜间最低温度是零下2℃，问夜间比白天低多少度?

**解**：依题意列式得

$20-(-2)=20+2=22$.

**答**：夜间比白天低22℃.

**例 7**　如图 1－13，$A$、$B$ 两点的距离是多少？

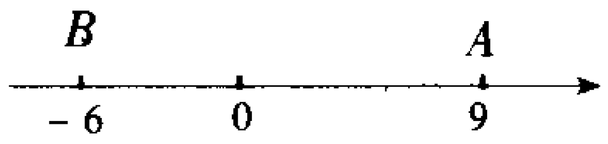


图 1－13

**分析**：在数轴上，求两点间的距离，我们只需把这两点所表示的数相减，再取差的绝对值即可.

**解**：依题意得 $|AB|=|-6-9|=15$

或 $|AB|=|9-(-6)=15$.

（注：$|AB|$ 为 $A$、$B$ 两点的距离）

**答**：$A$、$B$ 两点的距离为 15.

## 6. 有理数的加减法混合运算
## 7. 水位的变化

### 双基表解

表 2—3　有理数的加减法混合运算　水位的变化

| 项　目 | 有关运算方法及注意事项 | 范　　例 |
|---|---|---|
| **有理数的加减法混合运算** | 有理数的加减法混合运算可以说，没有统一的法则，通常的运算方法是：第一步：省略加号将加减法运算统一为加法运算；第二步：合理地运用运算律简化计算，如将同号的几个数结合，或者将互为相反数的两个数结合等.<br>省略加号时，要注意总结符号法则：两数之间是"＋"号时，直接省略，两数连同符号照写；两数之间是"－"号，利用减法的法则，转化为加法，再省略加号. 当然，同学们还可以通过对两数之间的符号进行观察总结出省略加号的另外一些方法，如同号取正，异号取负等.<br>※关键是符号！ | 例　$(-12)-(-5)+(-8)+(+20)$<br>$=-12+5-8+20$　（省略加号）<br>$=(-12-8)+5+20$（运算律）<br>$=-20+25$<br>$=5$<br>$(-8)+(-2)$<br>$=(-8)+(-2)$<br>$=-8-2$　（直接省略加号）<br>$(-8)-(+2)$<br>$=(-8)+(-2)$　（减法法则）<br>$=-8-2$　（省略加号）<br>或 $(-8)-(+2)$<br>$=-8-2$　（异号取负） |
| **水位的变化** | 水位的变化是有理数加减法混合运算在实际生活中运用的一个典型的例子，类似这样具有相反意义的两个量的变化过程，它们的结果，我们都可以应用加减法混合运算来解决. | |

### 典型题解

**例 1**　计算

(1) $7+(-3)-(+5)$.

(2) $-1.7+4.2-6.35$.

(3) $\frac{1}{4}-\frac{2}{3}+\frac{1}{3}$.

(4) $\frac{1}{2}-\left(+\frac{3}{4}\right)-(-1.75)+1.5$.

**解**：(1) 原式 $=7-3-5=7-8=-1$.

(2) 原式 $=4.2-1.7-6.35=4.2-8.05=-3.85$.

(3) 原式 $=\frac{1}{4}-\frac{1}{3}=-\frac{1}{12}$.

(4) 原式 $=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}-\frac{3}{4}+\frac{7}{4}$

$=2+1=3$.

**注意**：以上计算可以看出：(1) 需省略加号时，先省略加号，这时要特别注意符号运算；(2) 可以把同号的数结合在一起运算，这时，做的都是加法运算；(3) 可以把相同分母的结合，以简化计算；(4) 有分数又有小数的，先统一为分数或统一为小数，再进行运算.

**例 2** 已知 $a=-2,b=5,c=-7,d=8$，求下列各式的值.

(1)$a-b+c+d$； (2)$a-b-(-c)+(-d)$.

**解**：因为 $a=-2,b=5,c=-7,d=8$

所以 $a-b+c+d$

$=(-2)-5+(-7)+8$

$=-2-5-7+8$

$=-14+8$

$=-6.$

$a-b-(-c)+(-d)$

$=(-2)-5-(+7)+(-8)$

$=-2-5-7-8$

$=-22.$

**注意**：求式子的值需要注意：一是正确代入，二是认真仔细地计算.

**例 3** 一位病人在某天五次测量体温，变化情况记录如下(说明：前一天最后一次测量体温是 37.8℃)

| 时间 | 7:00 | 10:00 | 14:00 | 18:00 | 22:00 |
|---|---|---|---|---|---|
| 体温变化(同前一次比较) | +1.3 | −0.2 | −1 | +0.6 | −0.3 |

1. 计算这一天病人在 14:00 时的体温.

2. 与前一天比较，该病人这天最后的体温是上升了还是下降了？

**分析**：这位病人 14:00 的体温是前一天的体温加上这天前三次的体温变化的和；这天的最后的体温是五次体温变化之和加上前一天的体温.

**解**：(1)依题意得

$37.8+(+1.3-0.2-1)$

$=37.8+0.1$

$=37.9.$

(2)依题意得

$37.8+(+1.3-0.2-1+0.6-0.3)$

$=37.8+0.4$

$=38.2.$

**答**：这一天在 14:00，病人体温为 37.9℃，这天最后的体温是 38.2℃，比前一天上升了 0.4℃.

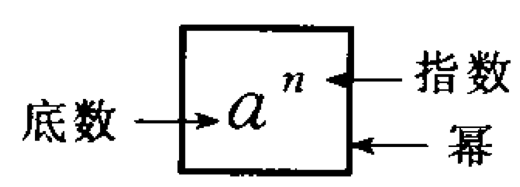
## 8. 有理数的乘法
## 9. 有理数的除法
## 10. 有理数的乘方

### 双基表解

表 2－4 有理数的乘法 有理数的除法 有理数的乘方

| 项目 | 运算法则和有关内容 | 知识要点及注意事项 |
|---|---|---|
| 有理数的乘法 | 两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘.<br>任何一个数和 0 相乘，积仍为 0.<br>乘法交换律：<br>$a\times b=b\times a$<br>乘法结合律：<br>$a\times b\times c=(a\times b)\times c$<br>$=a\times(b\times c)$<br>乘法分配律：<br>$a\times(b+c)=a\times b+a\times c$<br>乘积为 1 的两个有理数互为倒数. | 有理数的乘法运算和除法运算，最重要的是理解掌握好其中的符号法则. 例$(-2)\times5$，先确定符号(异号取负)，再确定积的绝对值($2\times5=10$)，即$(-2)\times5=-10$. 同学们注意到，确定符号以后，积的绝对值的运算方法和小学的是一样的. 因此，平时的练习，应侧重于符号运算的训练.<br>对于两个以上的有理数相乘，积的符号是由式子中负因数的个数来决定的，请同学们自己总结一下.<br>倒数和相反数是完全不同的概念，请同学们注意加以区别. 特别地强调，0 没有倒数. |

续表 2—4

<table>
<tr><th>项目</th><th>运算法则和有关内容</th><th>知识要点及注意事项</th></tr>
<tr><td>有理数的除法</td><td>两数相除，同号得正，异号得负，把绝对值相除。<br>特别地，0除以任何不等于0的数都等于0。</td><td rowspan="2">有理数的除法，和有理数的乘法一样，有相同的符号法则，不同的是，把绝对值相除。<br>同学们注意到，利用倒数的定义，可以把乘除运算统一为乘法运算．实际上，在很多时候，我们都采用这种方式来进行乘除法运算．另外，利用倒数的定义进行乘除法运算有时对简化计算过程有很好的作用。<br>如$(-2)\div\frac{1}{2}=(-2)\times2=4$<br>请同学们总结乘方的符号法则。<br>乘方运算的理解：乘方运算是因数相同的几个数相乘，是乘法运算的一种特例。<br>注意区别：$10\times2$ 与 $10^2$<br>观察幂的变化，体会乘方运算过程中幂的变化趋势，如教材上折纸游戏、棋盘上的学问等这样的例子，都能帮助我们理解乘方运算。</td></tr>
<tr><td>有理数的乘方</td><td>求 $n$ 个相同因数 $a$ 的积的运算叫做乘方．乘方的结果叫做幂．<br></td></tr>
</table>

## 典型题解

**例 1** 选择题

1. 下列运算正确的是(　　)．

A. $-7\times5=35$　　B. $-3^2=-6$

C. $\frac{2}{3}\div\left(-\frac{3}{2}\right)=-1$　　D. $-2^2+(-2)^2=0$

2. 下列判断语句中，正确的是(　　)．

A. 零除以任何数得零

B. 零乘以任何数得零

C. 一个不等于零的有理数除以它的倒数得 1

D. 平方数等于本身的数是 0

**解**：1. D；　2. B.

**例 2** 填空题

(1)倒数是它本身的数是______；

(2)相反数是它本身的数是______；

(3)$-\frac{1}{3}$的倒数的绝对值等于______；

(4)$(-2)^3$ 的底数是______，指数是____，幂等于____；

(5)平方后等于 9 的数有________．

**解**：(1)1 和 −1；(2)0；(3)3；

(4)−2，3，−8；(5)+3 和 −3.

解这样的题目，关键是对概念的理解要透，否则常常出现错漏现象。

**例 3** 利用乘除的符号法则判定下列各式的符号．

(1)$6\times(-3)$．

(2)$(-7)\times(-4)$．

(3)$(-1)^{2003}$．

(4)$-2^{2003}$．

(5)$(-1)^{2000}\times10$．

(6)$(-2)\times(-3)\times(-4)\times(-5)$．

**解**：(1)−；(2)+；(3)−；(4)−；(5)+；(6)+．

几个因式的积的符号，是由负因数的个数来决定的，偶数个负因数取“+”号，奇数个负因数取“−”号．

**例 4** 计算

(1)$\frac{2}{3}\times\left(-\frac{1}{2}\right)$．

(2)$\left(-\frac{4}{27}\right)\div\frac{2}{3}$．

(3)$-3\times(-5)\times7\times(-2)$．

(4)$1.5\times\left(-\frac{5}{6}\right)\times1\frac{4}{5}\times\left(-\frac{2}{3}\right)$．

**解**：(1)原式$=-\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=-\frac{1}{3}$．

(2)原式$=-\frac{4}{27}\times\frac{3}{2}=-\frac{2}{9}$．

(3)原式$=-3\times7\times(-5)\times(-2)$

$=-21\times10$

$=-210$．

(4)原式$=\frac{3}{2}\times\frac{5}{6}\times\frac{9}{5}\times\frac{2}{3}$

$=\frac{3}{2}$．

**例 5** 用简便方法计算

(1)$96\times(-4)\times0.25\times\left(-\frac{1}{48}\right)$；

(2)$\left(-\frac{1}{2}+\frac{5}{12}+\frac{1}{3}-\frac{3}{4}\right)\times(-12)$．

**解**：(1)原式$=96\times\left(-\frac{1}{48}\right)\times(-4)\times\frac{1}{4}$

$=2\times1$

$=2.$

(2)原式$=-\frac{1}{2}\times(-12)+\frac{5}{12}\times(-12)+\frac{1}{3}\times(-12)-\frac{3}{4}\times(-12)$

$=6+(-5)+(-4)+9$

$=6-9+9$

$=6.$

适当地运用乘法运算律是简便计算的关键.

**例 6** 小虫在一棵大树上顺树干上下爬行,向上爬行的速度是每分钟 0.8 米,向下爬行的速度是每分钟 1.1 米,试求小虫向上爬行 7 分钟后又向下爬行 5 分钟时距离出发点多少米?

**解:**设向上爬行为正,依题意列式得

$7\times0.8+(-5\times1.1)$

$=5.6-5.5$

$=0.1$

**答:**小虫在距出发点为 0.1 米的上方.

**例 7** 有 10 筐苹果,每筐苹果的重量如下(单位为千克):28,31,29.5,32,31.5,27.5,29,27,28.5,30.5. 你能用较简便的算法计算出这 10 筐苹果的总重量是多少吗?

**分析:**这 10 筐苹果的重量基本上在 30 千克左右,所以,我们以 30 千克为基准,超过的部分记为"+",不足的部分记为"−",只需将超过或不足部分相加,再加上 10 筐苹果的基准数,即可求出总重量.

**解:**将每筐苹果的标准重量记为 30 千克,那么这 10 筐苹果超出或不足部分分别为:−2,+1,−0.5,+2,+1.5,−2.5,−1,−3,−1.5,+0.5.

这 10 筐苹果的总重量为:

$30\times10+(-2+1-0.5+2+1.5-2.5-1-3-1.5+0.5)$

$=300+(-2-0.5-2.5-1-3-1.5+1+2+1.5+0.5)$

$=300-5.5$

$=294.5$

**答:**这 10 筐苹果的总重量为 294.5 千克.

**例 8** 长度为 100 米的铁丝,第一次截去一半,第 2 次截去剩下的一半,如此下去,第 6 次后剩下的铁丝的长度是多少? 第 100 次呢?

**分析:**第一次剩下的长度为 $100\times\frac{1}{2}$,第二次剩下的长度为 $10\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=100\times\left(\frac{1}{2}\right)^2$……第六次为 $100\times\left(\frac{1}{2}\right)^6$,第 100 次为 $100\times\left(\frac{1}{2}\right)^{100}$.

**解:**略.

## 11. 有理数的混合运算

### 双基表解

表 2—5 有理数的混合运算

| 项目 | 运算法则 | 注意事项 |
| --- | --- | --- |
| 有理数的混合运算 | 先算乘方,再算加减.<br>如果有括号,先算括号里面的. | 有理数的混合运算,首先必须严格地按照有理数的混合运算法则,确定好运算顺序.<br>有理数的运算,要仔细地观察符号,确定运算的方式,这就是它与小学的四则运算不同的地方.<br>进行有理数的混合运算,要注意合理地运用运算律来简化计算的过程,提高解题的速度和能力. |

## 典型题解

**例 1** 选择题

(1)下面计算正确的是(　　).

A. $-(-3)^2=3^2$　　B. $(-3)^2\times\left(-\frac{2}{3}\right)=6$

C. $-5-2=-3$　　D. $(-0.2)^2=0.2^2$

(2)下面说法正确的是(　　).

A. 几个不为零的有理数相乘，当负因数的个数为奇数个时积为负

B. 一个数的平方一定小于这个数

C. 一个数的绝对值是3，那么这个数是3

D. 如果两个数的绝对值相等，那么这两个数一定相等

(3)如果 $a+b>0$，$ab>0$，那么(　　).

A. $a,b$ 都是正数　　B. $a,b$ 都是负数

C. $a,b$ 中一正一负　　D. $a,b$ 不能确定的符号

**解**:(1)D;　(2)A.

(3)**分析**:由 $ab>0$ 知，$a$ 与 $b$ 同号，又由 $a+b>0$ 知，$a>0$ 且 $b>0$，所以选 A.

**例 2** 填空题

(1)若 $|a|=5$，$|b|=2$ 且 $a,b$ 异号，则 $a+b=$______，$ab=$______.

(2)已知 $(a-1)^2+|b+3|=0$，则 $-a^{2003}+b^2=$______.

(1)**分析**:由 $|a|=5$，$|b|=2$ 可知 $a=5$ 或 $a=-5$，$b=2$ 或 $b=-2$. 由于 $a,b$ 异号，所以当 $a=5$ 时，$b=-2$，这时，$a+b=5+(-2)=3$；当 $a=-5$ 时，$b=2$，这时，$a+b=(-5)+2=-3$.

对于 $ab$，由于 $a,b$ 异号，所以积的符号为负，再将绝对值相乘，即有 $ab=-|5|\times|2|=-10$.

**解**:3 或 $-3$；$-10$.

(2)**分析**:由于 $(a-1)^2$ 与 $|b+3|$ 均为非负数，它们的和为 0，只有 $a-1=0$ 且 $b+3=0$，即 $a=1$，$b=-3$，所以 $-a^{2003}+b^2=-1^{2003}+(-3)^2=-1+9=8$.

**解**:略.

**例 3** 计算

(1) $-3^2\times(-2)^3$；

(2) $(-3)^2\times\left(-\frac{2}{3}\right)^2\div(-0.5)$；

(3) $-1^4\div(-5)^2\times\left(-\frac{5}{3}\right)+|0.8-1|$.

**解**:(1)原式 $=-9\times(-8)=72$.

(2)原式 $=9\times\frac{4}{9}\div\left(-\frac{1}{2}\right)$

$=4\times(-2)$

$=-8$.

(3)原式 $=-1\div25\times\left(-\frac{5}{3}\right)+|-0.2|$

$=-1\times\frac{1}{25}\times\left(-\frac{5}{3}\right)+\frac{1}{5}$

$=\frac{1}{15}+\frac{1}{5}$

$=\frac{4}{15}$.

**例 4** 给四个有理数 3，4，$-6$，10，请你运用“24 点”游戏规则写出三种不同的运算式子，使其结果等于 24.

**解**:(1) $10-4-3\times(-6)=6+18=24$.

(2) $3\times(4-6+10)=3\times8=24$.

(3) $4-(-6)\div3\times10=4+20=24$.

**评析**:这个题要求熟练地应用有理数运算的法则设计编排运算的顺序，由于组合的方式较多，需要同学们积极动手，不断尝试，才能取得成功.

**例 5** 已知 $|a|=2$，$b$ 的倒数是 $-1$，求代数式 $(a+b)^2+(a+b)(a-b)$ 的值.

**分析**:由 $|a|=2$ 可知 $a=2$ 或 $a=-2$，所以代入时，分成两种情况进行：(1) $a=2$，$b=-1$；(2) $a=-2$，$b=-1$.

**解**:由 $|a|=2$ 可知，$a=2$ 或 $a=-2$，又由 $b$ 的倒数是 $-1$ 可知 $b=-1$.

当 $a=2$，$b=-1$ 时.

$(a+b)^2+(a+b)(a-b)$

$=(2-1)^2+(2-1)[2-(-1)]$

$=1+3$

$=4$.

当 $a=-2$，$b=-1$ 时

$(a+b)^2+(a+b)(a-b)$

$=(-2-1)^2+(-2-1)[-2-(-1)]$

$=(-3)^2+(-3)\times(-1)$

$=9+3$

$=12$.