高等职业教育系列教材

上册

高职数学及其应用

GAOZHISHUXUEJIQIYINGYONGFUDAOYUCESHI

辅导与测试

主　编　耿恭健　韩乐文
副主编　胡先富

重庆大学出版社

辅导与测试

高等职业教育系列教材

高职数学及其应用
辅导与测试
上册

主　编　耿恭健　韩乐文
副主编　胡先富

重庆大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

高职数学及其应用辅导与测试/李和逊主编．—重庆：重庆大学出版社，2001．9
高等职业教育系列教材

ISBN 7-5624-2468-3

Ⅰ．高...Ⅱ．李...Ⅲ．数学—高等教育：技术教育—教学参考资料 Ⅳ．01

中国版本图书馆CIP数据核字（2001）第064145号

高职数学及其应用
辅导与测试
上 册
主编 耿恭健 韩乐文
责任编辑 彭 宁
*
重庆大学出版社出版发行
新 华 书 店 经 销
重庆迪美印务公司封面印刷
重 庆 电 力 印 刷 厂 印 刷
*
开本：850×1168 1/32 印张：9 插页：1 字数：242千
2001年 9月 第 1 版 2001年 9月 第 1 次印刷
印数：1-5 000
ISBN 7-5624-2468-3/O·202 定价：10.00元

前 言

为了全面贯彻《中共中央关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》精神，根据《教育部关于加强高职高专人才培养工作的意见》，进一步搞好高职高专的教育改革和教学工作质量，更好地帮助高职高专学生学好数学，在编写完《高职数学及其应用》教材上、中、下三册后，此次应出版社的聘约，以及高职院校学生的要求，编写组编写了同现行《高职数学及其应用》教材相配套的辅导与测试一书。在编写过程中，以教材为主线，章、节秩序不变，突出高职基础教育的特点，知识以必须够用为度、重应用。注重学生能力和创新意识的培养。全书由基本要求，内容提要，题型示例解析，习题、测试与解答，考试与解答等内容组成，使该书成为与教材优化配套的辅导与测试集。可提供招收初中毕业生五年制高职和高中、中职毕业生三年制高职高专选用。

本书的特点是：

1. 根据教学基本要求，精心组织素材，突出了学习目标。

2. 基础知识以“必须够用”为度，重应用、注重学生能力和创新意识的培养。

3. 题型示例解析求真、求实、学有所用。

4. 习题、自测试题、考试试题、可组建试题库，便于组织测试和试卷质量分析。

5. 结合学生实际，配合教材，极具可导、可练、可测性。

编写组：

上册：主编　耿恭健　韩乐文　副主编　胡先富

中册：主编　李和逊　副主编　李勇　参编　焦合华

下册:主编　龙辉　副主编　曾乐辉　主审：　黄锡年

参编　郑文　代子玉

本书编写过程中得到了市教委领导,高职院校以及一些举办了高职、高专学校领导和教师的支持和帮助,在此表示诚挚的感谢。

由于编写水平有限,且时间较仓促,难免有缺点和错误,恳请使用本书的读者批评指正。

《高职数学及其应用》编写组

2001 年 6 月 14 日

目录

第一章　集合与函数

【基本要求】

1. 理解集合的概念，掌握集合的两种表示法，会进行集合的交、并、差、补的运算.

2. 理解区间的概念，掌握绝对值不等式和一元二次不等式的解法.

3. 理解函数的有关概念，掌握函数的定义域的求法，会求函数值.

4. 理解函数的单调性和奇偶性并能进行判断，熟悉常见作函数图像的方法.

5. 理解反函数的概念，掌握反函数的求法，了解互为反函数的图像间的关系.

【知识点】

集合的概念，集合的交、并、差、补的运算；区间的概念及表示，绝对值不等式与一元二次不等式的求法；函数的定义，函数值及函数定义域的求法；函数的单调性与奇偶性，常见几种作函数图像的方法；反函数的定义及反函数的求法.

§1-1　集合的概念

一、内容提要

集合的意义，集合的表示法，子集、真子集、集合的相等.

二、题型示例

例 1　指出下列各题是否可以构成一个集合.

(1) 正方形的全体；(2) 细长的圆柱体的全体；(3) 绝对值不超过 2 的全体实数；(4) 方程 $x^4=1$ 的所有解；(5) 某班中身材高大的学生；(6) $\sqrt{3}$ 的所有近似值.

解　(1)，(3)，(4) 是集合. (2) 不是集合，例如底半径为 1cm，高为 2cm 的圆柱体是否算作细长的圆柱体就不明确. (5) 不是集合，因为身材高大无确切的标准. (6) 不是集合，例如 3 是否作为 $\sqrt{3}$ 的近似值不明确.

例 2　用集合的表示法表示“不大于 12 的正奇数所组成的集合”.

[分析] 本题可用集合的两种表示法来表示，应注意表示的准确性.

解

(1) 列举法表示为：$\{1,3,5,7,9,11\}$；

(2) 描述法表示为：{不大于 12 的正奇数} 或 $\{x \mid 0<x\leqslant 12,$ x 为奇数$\}$ 或 $\{x \mid x=2n-1, 1\leqslant n\leqslant 6, n\in N\}$ 或 $\{2n-1 \mid 1\leqslant n\leqslant 6, n\in N\}$.

例 3　试表示“被 3 整除余 1 的正整数”的集合.

解　设 x 是被 3 整除余 1 的正整数，

于是　$x=3n+1, n\in N$，

所以，用描述法表示为 $\{x \mid x=3n+1, n\in N\}$.

例 4　设集合 $M=\{x \mid x>3\}$，$N=\{x \mid x>k\}$，试讨论 M

与 N 的关系.

[分析] 本题是讨论集合与集合间的包含关系,应对常数 k 进行讨论.

解 当 $k > 3$ 时,$M \supset N$;

当 $k = 3$ 时,$M = N$;

当 $k < 3$ 时,$M \subset N$.

三、习　题

1. 选择题

(1) 集合 $\{x \mid x = 0\}$ 可表示为(　　).

A. $\varnothing$　　B. $\{0\}$　　C. $x = 0$　　D. 0

(2) 设集合 $M = \{x \mid x^2 - 3x = 0\}$,下述结论正确的是(　　).

A. $3 \in M$　　B. $3 \subset M$　　C. $\{3\} \in M$　　D. $\{2\} \subset M$

(3) $\varnothing$ 与 $\{0\}$ 的关系是(　　).

A. $\varnothing \in \{0\}$　　B. $\varnothing \subset \{0\}$

C. $\varnothing \notin \{0\}$　　D. $\varnothing \supset \{0\}$

(4) 方程组 $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + y = 3 \end{cases}$ 的解集可以表示为(　　).

A. $\{1,2\}$　　B. $(1,2)$　　C. $\{(1,2)\}$　　D. 1,2

(5) 集合 $\{0,1,2\}$ 的真子集有(　　).

A. 6 个　　B. 7 个　　C. 8 个　　D. 9 个

2. 填空题

(1) 用"$\in$、$\notin$、$=$、$\supset$、$\subset$"填空:

0 ____ $\varnothing$; $-\dfrac{2}{3}$ ____ Q; $\{0\}$ ____ Z; $\{a\}$ ____ $\varnothing$; $\dfrac{\pi}{3}$ ____ R^+; $\{a,b,c\}$ ____ $\{b,c,a\}$.

(2) 用列举法表示小于 5 的自然数平方的集合为____________.

(3) 不等式 $x^2 - 3x + 2 < 0$ 的解集用描述法表示为

__________.

(4) 集合 $A = \{x \mid x = 2k+1, k \in Z\}$ 与集合 $B = \{x \mid x = k+1, k \in Z\}$ 的关系是 A ____ B.

(5) 若 $A = \{x \mid x > 2\}$,$B = \{x \mid x - a \geqslant 0\}$,且 $A \subset B$,则 a 的取值范围是________________.

3. 写出集合 $A = \{x \mid x(x-1)(x-2) = 0\}$ 的所有子集.

4. 讨论下列两个集合的关系：

(1)$A = \{x \mid x = 4n, n \in N, 且 n < 6\}$ 与 $B = \{4,8,12,16,20\}$;

(2)$A = \{2,3,5,7,11,13\}$ 与 $B = \{小于 15 的质数\}$.

5. 设集合 $M = \{x \mid x+2 > 1\}$,$N = \{x \mid -\frac{1}{2} < x < 4\}$,试用文氏图表示 M 与 N 之间的关系.

§1-2　交集、并集、差集、补集

一、内容提要

交集,并集,差集,全集和补集.

二、题型示例

例 1　设 $A = \{x \mid x > -1\}$,$B = \{x \mid x < 3\}$,$C = \{x \mid -3 < x < 1\}$,求(1)$(A \cap B) \cup C$;(2)$(A \cup C) \cap (B \cup C)$

解　(1)$(A \cap B) \cup C = \{x \mid -1 < x < 3\} \cup \{x \mid -3 < x < 1\} = \{x \mid -3 < x < 3\}$;

(2)$(A \cup C) \cap (B \cup C) = \{x \mid x > -3\} \cap \{x \mid x < 3\} = \{x \mid -3 < x < 3\}$.

例 2　设方程 $x^2 - px - q = 0$ 的解集为 A,方程 $x^2 + qx - p = 0$ 的解集为 B,若 $A \cap B = \{1\}$,求实数 p 和 q 的值和 $A \cup B$.

[分析]由 $A\cap B=\{1\}$，可知1是 A 中的元素，又是 B 中的元素，于是可解出 p、q.

解 因为 $A\cap B=\{1\}$，将 $x=1$ 代入题设的两个方程，得 $\begin{cases}p+q=1\\p-1=1\end{cases}$，解方程组得

$p=1,q=0$，于是，方程可化为 $x^2-x=0$ 和 $x^2-1=0$，它们的解集分别为 $A=\{0,1\},B=\{-1,1\}$，

所以 $A\cup B=\{-1,0,1\}$.

例3 设 $\Omega=R,A=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 4\},B=\{x\mid 2\leqslant x<5\}$，求 $A-B,B-A,A\cap C_\Omega B,C_\Omega A\cup B$.

解 $A-B=\{x\mid -1\leqslant x<2\},B-A=\{x\mid 4<x<5\}$，

因为 $C_\Omega A=\{x\mid x<-1$ 或 $x>4\},C_\Omega B=\{x\mid x<2$ 或 $x\geqslant 5\}$，

所以 $A\cap C_\Omega B=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 4\}\cap\{x\mid x<2$ 或 $x\geqslant 5\}=\{x\mid -1\leqslant x<2\}$；

$C_\Omega A\cup B=\{x\mid x<-1$ 或 $x>4\}\cup\{x\mid 2\leqslant x<5\}=\{x\mid x<-1$ 或 $x\geqslant 2\}$.

例4 设 $M=\{(x,y)\mid x+y=4\},N=\{(x,y)\mid x-y=2\}$，求 $M\cap N,M\cup N$.

解
$$M\cap N=\left\{(x,y)\,\middle|\,\begin{cases}x+y=4\\x-y=2\end{cases}\right\}=\left\{(x,y)\,\middle|\,\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}\right\}=\{(3,1)\},$$

$M\cup N=\{(x,y)\mid x+y=4$ 或 $x-y=2\}$.

三、习题

1. 选择题

(1) 设 $M=\{1,2\},N=\{2,3\},P=\{1,3\}$，则集合 $M\cap(N\cup P)$ 是(　　).

A. $\{1,2,3\}$　　B. $\{1\}$　　C. $\varnothing$　　D. $\{1,2\}$

(2) 设 $\Omega=\{$不大于10的自然数$\}$，$A=\{1,2,5,10\}$，$B=\{5,6,7,8,9\}$，那么集合 $\{0,3,4\}$ 是(　　).

A. $A\cap B$　　　　B. $C_\Omega A\cup B$

C. $A\cap C_\Omega B$　　　　D. $C_\Omega A\cap C_\Omega B$

(3) 设 $A=\{x\mid -2<x\leqslant 3\}$，$B=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 4\}$，则以下结论正确的是(　　).

A. $A\cup B=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 3\}$

B. $A\cap B=\{x\mid -2<x<4\}$

C. $A-B=\{x\mid -2<x<0\}$

D. $B-A=\{x\mid -2<x<4\}$

2. 填空题

(1) 设 $A=\{$正整数$\}$，$B=\{$正分数$\}$，则 $A\cup B=$ ____.

(2) 设 $A=\{x\mid x+1>0\}$，$B=\{x\mid x+2<3\}$，则 $A\cap B=$ ____.

(3) $\{1,2,5,$ ____ $\}\cup\{2,4,6\}=\{1,2,6,$ ____ , ____ $\}$.

(4) 设 $A=\{(x,y)\mid x-y=3\}$，$B=\{(x,y)\mid x+y=5\}$，则 $A\cap B=$ ________.

(5) 下列图中的阴影部分用集合的运算关系表示是

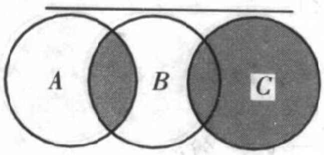


图 1-1

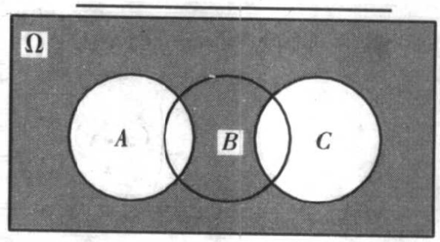


图 1-2

3. 设 $A=\{x\mid x<5\}$，$B=\{x\mid x\geqslant -2\}$，$C=\{x\mid x<0\}$，求(1)$(A\cap B)\cap C$；(2)$A\cup(B\cap C)$；(3)$(A\cap C)\cup(B\cap C)$.

4. 设 $\Omega=\{x\mid -3\leqslant x\leqslant 3, x\in Z\}$，$A=\{x\mid x(x+2)(x-3)=0\}$，$B=\{x\mid x^2+x-2=0\}$，求(1)$A\cup B$；(2)$A\cap B$；

(3)$C_{\Omega}A \cap C_{\Omega}B$;(4)$C_{\Omega}A \cup C_{\Omega}B$.

5. 设集合 A,B,C 都是全集 Ω 的子集,试在下列图形中用阴影表示题中的集合.

(1)$A \cap (B-C)$;(2)$(A \cup B) \cap C_{\Omega}C$.

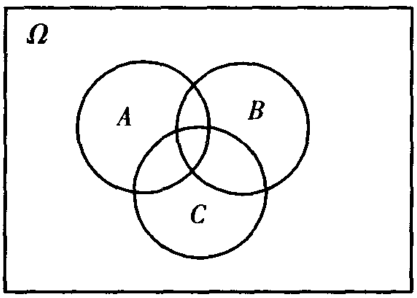


图 1-3

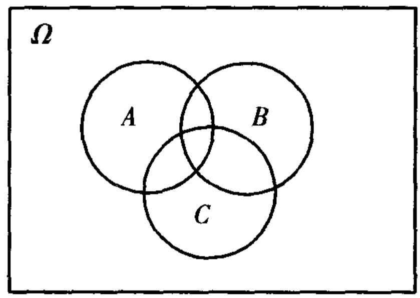


图 1-4

§1-3　区间、一元不等式

一、内容提要

区间、绝对值不等式,一元二次不等式.

二、题型示例

例 1　解下列不等式,并用数轴和区间形式表示其解集.

(1) $|2-3x|-5 \leqslant 0$;(2) $\left|\frac{2x-5}{3}-1\right| > \frac{2}{3}$.

解　(1) 不等式为 $|2-3x| \leqslant 5$,得 $-5 \leqslant 2-3x \leqslant 5$,

各端减去 2 得　$-7 \leqslant -3x \leqslant 3$,

各端除以 -3 得　$\frac{7}{3} \geqslant x \geqslant -1$,即 $-1 \leqslant x \leqslant \frac{7}{3}$,

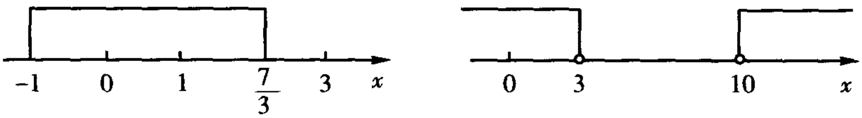
所以,原不等式的解集为$[-1,\frac{7}{3}]$.

(2) 不等式为$\left|\frac{2x-5-3}{3}\right| > \frac{2}{3}$,即 $|2x-8| > 2$,

得　$2x-8<-2$ 或 $2x-8>2$,

于是　$2x<6$ 或 $2x>10$,即 $x<3$ 或 $x>10$,

所以,原不等式的解集为$(-\infty,3)\cup(10,+\infty)$.用数轴表示为



(1)　　(2)

图 1-5

例 2　解不等式 $|x^2-5x|>6$.

[分析] 本题先由绝对值不等式的解法,得到两个一元二次不等式,再分别求出它们的解集.

解　这个不等式等价于不等式

$$x^2-5x<-6 \quad 或 \quad x^2-5x>6$$

不等式 $x^2-5x+6<0$,解得　$2<x<3$,

不等式 $x^2-5x-6>0$,解得　$x<-1$ 或 $x>6$,

所以,原不等式的解集是

$$\{x \mid 2<x<3\}\cup\{x \mid x<-1 或 x>6\}.$$

例 3　求不等式 $-4<x^2-5x+2<26$ 的正整数解.

解　原不等式即为$\begin{cases} x^2-5x+2<26 & (1) \\ x^2-5x+2>-4 & (2) \end{cases}$

解不等式(1) 得　$-3<x<8$,

解不等式(2) 得　$x<2$ 或 $x>3$.

于是,原不等式的解为 $-3<x<2,3<x<8$;

所以,原不等式的正整数解是 1,4,5,6,7.

例 4　若一元二次不等式 $ax^2+bx+2>0$ 的解集是 $-\frac{1}{2}<x<\frac{1}{3}$,求 a,b 的值.

[分析] 因为 $ax^2+bx+2>0$ 的解集是 $-\frac{1}{2}<x<\frac{1}{3}$,可知