

高等职业教育系列教材

上册

高职数学及其应用

GAOZHISHUXUEJIQIYINGYONGFUDAOYUCESI

辅导与测试

主 编 耿恭健 韩乐文
副主编 胡先富

重庆大学出版社

高中数学必修5教师用书



高中数学必修5教师用书

学情分析与测试

主 编 廖晓燕 廖小燕
副主编 廖晓燕 廖小燕

● 教师用书 ●

高等职业教育系列教材

高职数学及其应用
辅导与测试
上册

主 编 耿恭健 韩乐文
副主编 胡先富

重庆大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高职数学及其应用辅导与测试/李和逊主编. —重庆:
重庆大学出版社, 2001. 9
高等职业教育系列教材

ISBN 7-5624-2468-3

I. 高... II. 李... III. 数学—高等教育: 技术教育—
教学参考资料 IV. 01

中国版本图书馆CIP数据核字(2001)第064145号

高职数学及其应用

辅导与测试

上册

主编 耿恭健 韩乐文

责任编辑 彭宇

★

重庆大学出版社出版发行

新华书店经销

重庆迪美印务公司封面印刷

重庆电力印刷厂印刷

★

开本: 850×1168 1/32 印张: 9 插页: 1 字数: 242千

2001年 9月 第 1 版 2001年 9月 第 1 次印刷

印数: 1-5 000

ISBN 7-5624-2468-3/O·202 定价: 10.00元

前 言

为了全面贯彻《中共中央关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》精神,根据《教育部关于加强高职高专人才培养工作的意见》,进一步搞好高职高专的教育改革和教学工作质量,更好地帮助高职高专学生学好数学,在编写完《高职数学及其应用》教材上、中、下三册后,此次应出版社的聘约,以及高职院校学生的要求,编写组编写了同现行《高职数学及其应用》教材相配套的辅导与测试一书。在编写过程中,以教材为主线,章、节秩序不变,突出高职基础教育的特点,知识以必须够用为度、重应用。注重学生能力和创新意识的培养。全书由基本要求,内容提要,题型示例解析,习题、测试与解答,考试与解答等内容组成,使该书成为与教材优化配套的辅导与测试集。可提供招收初中毕业生五年制高职和高中、中职毕业生三年制高职高专选用。

本书的特点是:

1. 根据教学基本要求,精心组织素材,突出了学习目标。
2. 基础知识以“必须够用”为度,重应用、注重学生能力和创新意识的培养。
3. 题型示例解析求真、求实、学有所用。
4. 习题、自测试题、考试试题、可组建试题库,便于组织测试和试卷质量分析。
5. 结合学生实际,配合教材,极具可导、可练、可测性。

编写组:

上册:主编 耿恭健 韩乐文 副主编 胡先富

中册:主编 李和逊 副主编 李勇 参编 焦合华

下册:主编 龙辉 副主编 曾乐辉 主审: 黄锡年
参编 郑文 代子玉

本书编写过程中得到了市教委领导,高职院校以及一些举办了高职、高专学校领导和教师的支持和帮助,在此表示诚挚的感谢。

由于编写水平有限,且时间较仓促,难免有缺点和错误,恳请使用本书的读者批评指正。

《高职数学及其应用》编写组

2001 年 6 月 14 日

目 录

第一章 集合与函数	(1)
§ 1-1 集合的概念	(2)
§ 1-2 交集、并集、差集、补集	(4)
§ 1-3 区间、一元不等式	(7)
§ 1-4 函数	(10)
§ 1-5 反函数	(14)
自测试题及解答	(17)
第二章 幂函数、指数函数、对数函数	(25)
§ 2-1 幂函数	(25)
§ 2-2 指数函数	(28)
§ 2-3 对数	(32)
§ 2-4 对数函数	(35)
自测试题及解答	(37)
第三章 任意角的三角函数	(45)
§ 3-1 角的概念的推广、弧度制	(46)
§ 3-2 任意角的三角函数	(50)
§ 3-3 三角函数在单位圆上的表示法	(53)
§ 3-4 三角函数的基本恒等式	(56)
自测试题及解答	(60)

第四章 三角函数的图像及正弦型曲线	(70)
§ 4-1 三角函数的简化公式	(70)
§ 4-2 三角函数的图像和性质	(76)
§ 4-3 正弦型曲线	(82)
自测试题及解答	(86)
第五章 两角和或差的三角函数	(96)
§ 5-1 两角和或差的三角函数	(96)
§ 5-2 二倍角公式	(102)
§ 5-3 半角公式	(106)
§ 5-4 三角函数的积化和差与和差化积	(110)
自测试题及解答	(114)
第六章 反三角函数与简单的三角方程	(125)
§ 6-1 反三角函数	(125)
§ 6-2 简单的三角方程	(132)
自测试题及解答	(135)
第七章 数列	(145)
§ 7-1 数列的概念	(145)
§ 7-2 等差数列	(149)
§ 7-3 等比数列	(151)
§ 7-4 数列应用举例	(154)
自测试题及解答	(156)
第八章 直 线	(164)
§ 8-1 两点间的距离公式和中点公式	(164)
§ 8-2 直线方程的概念	(166)
§ 8-3 直线方程的几种形式	(168)
§ 8-4 直线与直线间的位置关系	(171)

自测试题及解答·····	(176)
第九章 二次曲线 ·····	(184)
§ 9-1 曲线与方程 ·····	(184)
§ 9-2 圆 ·····	(186)
§ 9-3 椭圆 ·····	(190)
§ 9-4 双曲线 ·····	(193)
§ 9-5 抛物线 ·····	(196)
§ 9-6 坐标轴的平移 ·····	(199)
自测试题及解答·····	(202)
第十章 极坐标与参数方程 ·····	(210)
§ 10-1 极坐标 ·····	(210)
§ 10-2 参数方程 ·····	(213)
自测试题及解答·····	(217)
第十一章 空间图形 ·····	(225)
§ 11-1 平面及其基本性质 ·····	(225)
§ 11-2 直线与直线的位置关系 ·····	(228)
§ 11-3 直线与平面的位置关系 ·····	(230)
§ 11-4 平面与平面的位置关系 ·····	(234)
自测试题及解答·····	(238)
考试试题及解答·····	(248)
习题答案 ·····	(260)

第一章 集合与函数

【基本要求】

1. 理解集合的概念,掌握集合的两种表示法,会进行集合的交、并、差、补的运算.
2. 理解区间的概念,掌握绝对值不等式和一元二次不等式的解法.
3. 理解函数的有关概念,掌握函数的定义域的求法,会求函数值.
4. 理解函数的单调性和奇偶性并能进行判断,熟悉常见作函数图像的方法.
5. 理解反函数的概念,掌握反函数的求法,了解互为反函数的图像间的关系.

【知识点】

集合的概念,集合的交、并、差、补的运算;区间的概念及表示,绝对值不等式与一元二次不等式的求法;函数的定义,函数值及函数定义域的求法;函数的单调性与奇偶性,常见几种作函数图像的方法;反函数的定义及反函数的求法.

§ 1-1 集合的概念

一、内容提要

集合的意义,集合的表示法,子集、真子集、集合的相等.

二、题型示例

例 1 指出下列各题是否可以构成一个集合.

(1) 正方形的全体;(2) 细长的圆柱体的全体;(3) 绝对值不超过 2 的全体实数;(4) 方程 $x^4 = 1$ 的所有解;(5) 某班中身材高大的学生;(6) $\sqrt{3}$ 的所有近似值.

解 (1),(3),(4) 是集合.(2) 不是集合,例如底半径为 1cm,高为 2cm 的圆柱体是否算作细长的圆柱体就不明确.(5) 不是集合,因为身材高大无确切的标准.(6) 不是集合,例如 3 是否作为 $\sqrt{3}$ 的近似值不明确.

例 2 用集合的表示法表示“不大于 12 的正奇数所组成的集合”.

[分析] 本题可用集合的两种表示法来表示,应注意表示的准确性.

解

(1) 列举法表示为: $\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$;

(2) 描述法表示为: $\{\text{不大于 } 12 \text{ 的正奇数}\}$ 或 $\{x \mid 0 < x \leq 12, x \text{ 为奇数}\}$ 或 $\{x \mid x = 2n - 1, 1 \leq n \leq 6, n \in N\}$ 或 $\{2n - 1 \mid 1 \leq n \leq 6, n \in N\}$.

例 3 试表示“被 3 整除余 1 的正整数”的集合.

解 设 x 是被 3 整除余 1 的正整数,

于是 $x = 3n + 1, n \in N$,

所以,用描述法表示为 $\{x \mid x = 3n + 1, n \in N\}$.

例 4 设集合 $M = \{x \mid x > 3\}, N = \{x \mid x > k\}$,试讨论 M

与 N 的关系.

[分析] 本题是讨论集合与集合间的包含关系, 应对常数 k 进行讨论.

解 当 $k > 3$ 时, $M \supset N$;

当 $k = 3$ 时, $M = N$;

当 $k < 3$ 时, $M \subset N$.

三、习 题

1. 选择题

(1) 集合 $\{x \mid x = 0\}$ 可表示为().

A. $\emptyset$ B. $\{0\}$ C. $x = 0$ D. 0

(2) 设集合 $M = \{x \mid x^2 - 3x = 0\}$, 下述结论正确的是().

A. $3 \in M$ B. $3 \subset M$ C. $\{3\} \in M$ D. $\{2\} \subset M$

(3) $\emptyset$ 与 $\{0\}$ 的关系是().

A. $\emptyset \in \{0\}$ B. $\emptyset \subset \{0\}$
C. $\emptyset \notin \{0\}$ D. $\emptyset \supset \{0\}$

(4) 方程组 $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + y = 3 \end{cases}$ 的解集可以表示为().

A. $\{1, 2\}$ B. $(1, 2)$ C. $\{(1, 2)\}$ D. 1, 2

(5) 集合 $\{0, 1, 2\}$ 的真子集有().

A. 6 个 B. 7 个 C. 8 个 D. 9 个

2. 填空题

(1) 用“ $\in$ 、 $\notin$ 、 $=$ 、 $\supset$ 、 $\subset$ ”填空:

0 $\underline{\hspace{1cm}} \emptyset$; $-\frac{2}{3}$ $\underline{\hspace{1cm}} \mathbb{Q}$; $\{0\}$ $\underline{\hspace{1cm}} \mathbb{Z}$; $\{a\}$ $\underline{\hspace{1cm}} \emptyset$; $\frac{\pi}{3}$ $\underline{\hspace{1cm}} \mathbb{R}^+$;

$\{a, b, c\}$ $\underline{\hspace{1cm}} \{b, c, a\}$.

(2) 用列举法表示小于 5 的自然数平方的集合为

$\underline{\hspace{4cm}}$.

(3) 不等式 $x^2 - 3x + 2 < 0$ 的解集用描述法表示为

_____.

(4) 集合 $A = \{x \mid x = 2k + 1, k \in Z\}$ 与集合 $B = \{x \mid x = k + 1, k \in Z\}$ 的关系是 A _____ B .

(5) 若 $A = \{x \mid x > 2\}$, $B = \{x \mid x - a \geq 0\}$, 且 $A \subset B$, 则 a 的取值范围是_____.

3. 写出集合 $A = \{x \mid x(x-1)(x-2) = 0\}$ 的所有子集.

4. 讨论下列两个集合的关系:

(1) $A = \{x \mid x = 4n, n \in N, \text{且 } n < 6\}$ 与 $B = \{4, 8, 12, 16, 20\}$;

(2) $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 与 $B = \{\text{小于 } 15 \text{ 的质数}\}$.

5. 设集合 $M = \{x \mid x + 2 > 1\}$, $N = \{x \mid -\frac{1}{2} < x < 4\}$, 试用文氏图表示 M 与 N 之间的关系.

§ 1-2 交集、并集、差集、补集

一、内容提要

交集, 并集, 差集, 全集和补集.

二、题型示例

例 1 设 $A = \{x \mid x > -1\}$, $B = \{x \mid x < 3\}$, $C = \{x \mid -3 < x < 1\}$, 求 (1) $(A \cap B) \cup C$; (2) $(A \cup C) \cap (B \cup C)$

解 (1) $(A \cap B) \cup C = \{x \mid -1 < x < 3\} \cup \{x \mid -3 < x < 1\} = \{x \mid -3 < x < 3\}$;

(2) $(A \cup C) \cap (B \cup C) = \{x \mid x > -3\} \cap \{x \mid x < 3\} = \{x \mid -3 < x < 3\}$.

例 2 设方程 $x^2 - px - q = 0$ 的解集为 A , 方程 $x^2 + qx - p = 0$ 的解集为 B , 若 $A \cap B = \{1\}$, 求实数 p 和 q 的值和 $A \cup B$.

[分析] 由 $A \cap B = \{1\}$, 可知 1 是 A 中的元素, 又是 B 中的元素, 于是可解出 p, q .

解 因为 $A \cap B = \{1\}$, 将 $x = 1$ 代入题设的两个方程, 得
$$\begin{cases} p + q = 1 \\ p - 1 = 1 \end{cases}$$
, 解方程组得

$p = 1, q = 0$, 于是, 方程可化为 $x^2 - x = 0$ 和 $x^2 - 1 = 0$, 它们的解集分别为 $A = \{0, 1\}, B = \{-1, 1\}$,

所以 $A \cup B = \{-1, 0, 1\}$.

例 3 设 $\Omega = R, A = \{x \mid -1 \leq x \leq 4\}, B = \{x \mid 2 \leq x < 5\}$, 求 $A - B, B - A, A \cap C_{\Omega}B, C_{\Omega}A \cup B$.

解 $A - B = \{x \mid -1 \leq x < 2\}, B - A = \{x \mid 4 < x < 5\}$,
因为 $C_{\Omega}A = \{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > 4\}, C_{\Omega}B = \{x \mid x < 2 \text{ 或 } x \geq 5\}$,

所以 $A \cap C_{\Omega}B = \{x \mid -1 \leq x \leq 4\} \cap \{x \mid x < 2 \text{ 或 } x \geq 5\} =$
 $\{x \mid -1 \leq x < 2\};$

$C_{\Omega}A \cup B = \{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > 4\} \cup \{x \mid 2 \leq x < 5\} =$
 $\{x \mid x < -1 \text{ 或 } x \geq 2\}.$

例 4 设 $M = \{(x, y) \mid x + y = 4\}, N = \{(x, y) \mid x - y = 2\}$, 求 $M \cap N, M \cup N$.

解 $M \cap N = \left\{ (x, y) \mid \begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases} \right\} =$
 $\left\{ (x, y) \mid \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases} \right\} = \{(3, 1)\},$

$M \cup N = \{(x, y) \mid x + y = 4 \text{ 或 } x - y = 2\}.$

三、习题

1. 选择题

(1) 设 $M = \{1, 2\}, N = \{2, 3\}, P = \{1, 3\}$, 则集合 $M \cap (N \cup P)$ 是().

A. $\{1, 2, 3\}$ B. $\{1\}$ C. $\emptyset$ D. $\{1, 2\}$

(2) 设 $\Omega = \{\text{不大于10的自然数}\}$, $A = \{1, 2, 5, 10\}$, $B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$, 那么集合 $\{0, 3, 4\}$ 是().

A. $A \cap B$

B. $C_{\Omega}A \cup B$

C. $A \cap C_{\Omega}B$

D. $C_{\Omega}A \cap C_{\Omega}B$

(3) 设 $A = \{x | -2 < x \leq 3\}$, $B = \{x | 0 \leq x \leq 4\}$, 则以下结论正确的是().

A. $A \cup B = \{x | 0 \leq x \leq 3\}$

B. $A \cap B = \{x | -2 < x < 4\}$

C. $A - B = \{x | -2 < x < 0\}$

D. $B - A = \{x | -2 < x < 4\}$

2. 填空题

(1) 设 $A = \{\text{正整数}\}$, $B = \{\text{正分数}\}$, 则 $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 设 $A = \{x | x+1 > 0\}$, $B = \{x | x+2 < 3\}$, 则 $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$.

(3) $\{1, 2, 5, \underline{\hspace{1cm}}\} \cup \{2, 4, 6\} = \{1, 2, 6, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}\}$.

(4) 设 $A = \{(x, y) | x - y = 3\}$, $B = \{(x, y) | x + y = 5\}$, 则 $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$.

(5) 下列图中的阴影部分用集合的运算关系表示是

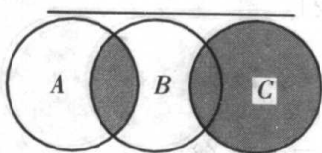


图 1-1

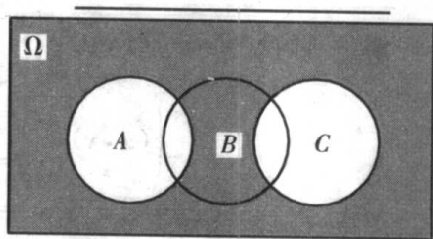


图 1-2

3. 设 $A = \{x | x < 5\}$, $B = \{x | x \geq -2\}$, $C = \{x | x < 0\}$, 求(1) $(A \cap B) \cap C$; (2) $A \cup (B \cap C)$; (3) $(A \cap C) \cup (B \cap C)$.

4. 设 $\Omega = \{x | -3 \leq x \leq 3, x \in \mathbb{Z}\}$, $A = \{x | x(x+2)(x+3) = 0\}$, $B = \{x | x^2 + x - 2 = 0\}$, 求(1) $A \cup B$; (2) $A \cap B$;

(3) $C_A A \cap C_B B$; (4) $C_A A \cup C_B B$.

5. 设集合 A, B, C 都是全集 Ω 的子集, 试在下列图形中用阴影表示题中的集合.

(1) $A \cap (B - C)$; (2) $(A \cup B) \cap C_A C$.

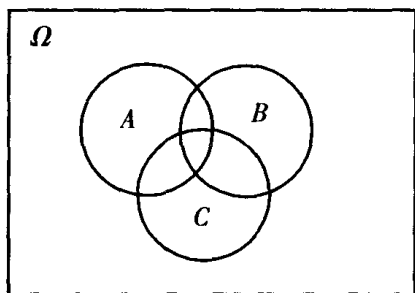


图 1-3

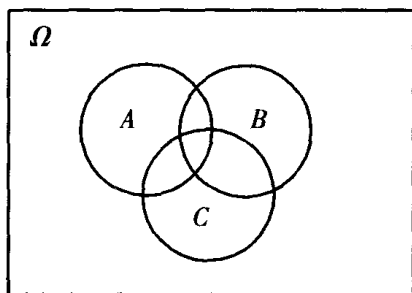


图 1-4

§ 1-3 区间、一元不等式

一、内容提要

区间、绝对值不等式, 一元二次不等式.

二、题型示例

例 1 解下列不等式, 并用数轴和区间形式表示其解集.

$$(1) |2 - 3x| - 5 \leq 0; (2) \left| \frac{2x - 5}{3} - 1 \right| > \frac{2}{3}.$$

解 (1) 不等式为 $|2 - 3x| \leq 5$, 得 $-5 \leq 2 - 3x \leq 5$,
各端减去 2 得 $-7 \leq -3x \leq 3$,

各端除以 -3 得 $\frac{7}{3} \geq x \geq -1$, 即 $-1 \leq x \leq \frac{7}{3}$,

所以, 原不等式的解集为 $[-1, \frac{7}{3}]$.

$$(2) \text{ 不等式为 } \left| \frac{2x - 5 - 3}{3} \right| > \frac{2}{3}, \text{ 即 } |2x - 8| > 2,$$

得 $2x - 8 < -2$ 或 $2x - 8 > 2$,

于是 $2x < 6$ 或 $2x > 10$, 即 $x < 3$ 或 $x > 10$,

所以, 原不等式的解集为 $(-\infty, 3) \cup (10, +\infty)$. 用数轴表示为

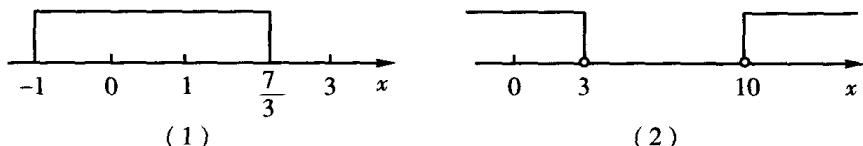


图 1-5

例 2 解不等式 $|x^2 - 5x| > 6$.

[分析] 本题先由绝对值不等式的解法, 得到两个一元二次不等式, 再分别求出它们的解集.

解 这个不等式等价于不等式

$$x^2 - 5x < -6 \quad \text{或} \quad x^2 - 5x > 6$$

不等式 $x^2 - 5x + 6 < 0$, 解得 $2 < x < 3$,

不等式 $x^2 - 5x - 6 > 0$, 解得 $x < -1$ 或 $x > 6$,

所以, 原不等式的解集是

$$\{x \mid 2 < x < 3\} \cup \{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > 6\}.$$

例 3 求不等式 $-4 < x^2 - 5x + 2 < 26$ 的正整数解.

解 原不等式即为
$$\begin{cases} x^2 - 5x + 2 < 26 & (1) \\ x^2 - 5x + 2 > -4 & (2) \end{cases}$$

解不等式(1) 得 $-3 < x < 8$,

解不等式(2) 得 $x < 2$ 或 $x > 3$.

于是, 原不等式的解为 $-3 < x < 2, 3 < x < 8$;

所以, 原不等式的正整数解是 1, 4, 5, 6, 7.

例 4 若一元二次不等式 $ax^2 + bx + 2 > 0$ 的解集是 $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{3}$, 求 a, b 的值.

[分析] 因为 $ax^2 + bx + 2 > 0$ 的解集是 $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{3}$, 可知