21世纪 高等职业教育通用教材

高等数学

王胜军 李志文 主编

上海交通大学出版社

21 世纪高等职业教育通用教材

高 等 数 学

主　编　王胜军　李志文

副主编　邵正芝　段春媚　王宗传

主　审　张国雁　徐政先

上 海 交 通 大 学 出 版 社

内 容 提 要

全书内容分11章，包括函数、极限与连续、导数与微分、微分中值定理与导数的应用、不定积分、定积分及其应用、向量代数与空间解析几何、多元函数微分学、多元函数积分学、级数、微分方程. 书后附有常用数学公式及习题答案.

本书可作高职院校“高等数学”课程的教材，也可供大专自学考试、成人高校的有关读者参考.

图书在版编目(CIP)数据

高等数学/王胜军，李志文主著. 一上海：上海交通大学出版社，2004

21世纪高等职业教育通用教材

ISBN7-313-03811-9

Ⅰ. 高... Ⅱ. ①王...②李... Ⅲ. 高等数学—高等学校：技术学校—教材 Ⅳ. O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第066600号

高等数学

王胜军 李志文 主编

上海交通大学出版社出版发行

(上海市番禺路877号 邮政编码200030)

电话：64071208 出版人：张天蔚

上海颛辉印刷厂 印刷 全国新华书店经销

开本：880mm×1230mm 1/32 印张：14.25 字数：401千字

2004年9月第1版 2004年9月第1次印刷

印数：1—3050

ISBN7-313-03811-9/O·166 定价：23.00元

序

发展高等职业教育，是实施科教兴国战略、贯彻《高等教育法》与《职业教育法》、实现《中国教育改革与发展纲要》及其《实施意见》所确定的目标和任务的重要环节；也是建立健全职业教育体系、调整高等教育结构的重要举措.

近年来，年轻的高等职业教育以自己鲜明的特色，独树一帜，打破了高等教育界传统大学一统天下的局面，在适应现代社会人才的多样化需求、实施高等教育大众化等方面，做出了重大贡献，从而在世界范围内日益受到重视，得到迅速发展.

我国改革开放不久，从1980年开始，在一些经济发展较快的中心城市就先后开办了一批职业大学.1985年，中共中央、国务院在关于教育体制改革的决定中提出，要建立从初级到高级的职业教育体系，并与普通教育相沟通.1996年《中华人民共和国职业教育法》的颁布，从法律上规定了高等职业教育的地位和作用.目前，我国高等职业教育的发展与改革正面临着很好的形势和机遇：职业大学、高等专科学校和成人高校正在积极发展专科层次的高等职业教育；部分民办高校也在试办高等职业教育；一些本科院校也建立了高等职业技术学院，为发展本科层次的高等职业教育进行探索.国家学位委员会1997年会议决定，设立工程硕士、医疗专业硕士、教育专业硕士等学位，并指出，上述学位与工程学硕士、医学科学硕士、教育学硕士等学位是不同类型的同一层次.这就为培养更高层次的一线岗位人才开了先河.

高等职业教育本身具有鲜明的职业特征，这就要求我们在改革课程体系的基础上，认真研究和改革课程教学内容及教学方法，努力加强教材建设.但迄今为止，符合职业特点和需求的教材却还不多.由泰州职业技术学院、上海第二工业大学、金陵职业大学、扬州职业大学、彭城职业大学、沙洲职业工学院、上海交通高等职业技术学校、上海交通大学技术学院、上海汽车工业总公司职工大学、立信会计高等专科学校、江阴职工大学、江南学院、常州技术师范学院、苏州职业大学、锡山职业

教育中心、上海商业职业技术学院、潍坊学院、上海工程技术大学等百余所院校长期从事高等职业教育、有丰富教学经验的资深教师共同编写的《21世纪高等职业教育通用教材》,将由上海交通大学出版社等陆续向读者朋友推出,这是一件值得庆贺的大好事,在此,我们表示衷心的祝贺,并向参加编写的全体教师表示敬意.

高职教育的教材面广量大,花色品种甚多,是一项浩繁而艰巨的工程,除了高职院校和出版社的继续努力外,还要靠国家教育部和省(市)教委加强领导,并设立高等职业教育教材基金,以资助教材编写工作,促进高职教育的发展和改革.高职教育以培养一线人才岗位与岗位群能力为中心,理论教学与实践训练并重,二者密切结合.我们在这方面的改革实践还不充分.在肯定现已编写的高职教材所取得的成绩的同时,有关学校和教师要结合各校的实际情况和实训计划,加以灵活运用,并随着教学改革的深入,进行必要的充实、修改,使之日臻完善.

阳春三月,莺歌燕舞,百花齐放,愿我国高等职业教育及其教材建设如春天里的花园,群芳争妍,为我国的经济建设和社会发展作出应有的贡献!

叶春生

编者的话

教材建设工作是整个高职高专教育教学工作中的重要组成部分.在各级教育行政部门、学校和有关出版社的共同努力下,各地已出版了一批高职高专教育教材.但从整体上看,具有高职高专教育特色的教材还是很少.为此,我们这些工作在教学第一线的教师,从高等职业教育的特点出发,吸取兄弟院校教材的长处,结合自己的教学实践,编写了这本书.

本书取材与编排紧扣教学基本要求,坚持必需、够用为度,遵循由易到难、逐步加深的原则,突出重点,分散难点,力求删繁就简,便于学生掌握,并注意理论与实际的结合.

全书内容共分 11 章,包括函数、极限与连续、导数与微分、微分中值定理与导数的应用、不定积分、定积分及其应用、向量代数与空间解析几何、多元函数微分学、多元函数积分学、级数、微分方程,书后附有常用数学公式及习题答案.

参加本书编写的有:王胜军(第一、八、九章)、李志文(第七、十章)、邵正芝(第四、十一章)、段春媚(第二、三章)、王宗传(第五、六章).最后由主编统一定稿.

本书出版得到了青岛职业技术学院领导和数理系领导的大力支持与鼓励,在此表示感谢;徐政先副教授、张国雁同志认真审查了书稿,担任本书的主审,为本书提出了很多宝贵意见,在此一并表示感谢.

由于编者水平所限,加上时间仓促,书中难免会有不当之处,恳请同行和读者批评指正.

编者

2004 年 6 月

目　录

1 函 数

初等数学的研究对象基本上是不变的量，而高等数学则以变量为研究对象．函数关系就是变量之间的依赖关系．本章将在中学数学已有函数知识的基础上，进一步加深理解函数概念，并介绍反函数、复合函数及初等函数的主要性质，为微积分的学习打下基础．

1.1 集合

1.1.1 集合

集合是数学的一个最基本概念，现代数学的各个分支普遍地运用集合的方法和符号．

集合是指具有某种特定属性的一组对象的全体．例如，某班的全体同学；自然数的全体；太阳系的九大行星；方程 $x^2-4=0$ 的根等，都分别组成一个集合．组成集合的每一个对象称为该集合的**元素**．通常用大写英文字母 $A,B,C,\cdots$ 表示集合，用小写字母 $a,b,c,\cdots$ 表示集合中的元素．如果 a 是集合 A 的元素，就记为 $a\in A$，如果 a 不是集合 A 的元素，就记为 $a\notin A$．

通常用$\mathbb{N}$ 表示自然数集合；用$\mathbb{Z}$ 表示整数集合；用$\mathbb{Q}$ 表示有理数集合；用$\mathbb{R}$ 表示实数集合；用$\mathbb{C}$ 表示复数集合．

集合的表示方法有两种：一种是列举法，即把集合中的元素一一列举出来，写在大括号里；例如，小于 9 的正偶数所组成的集合，可以表示为 $A=\{2,4,6,8\}$．又如 $x^2-4=0$ 的根所组成的集合可以表示为 $B=\{-2,2\}$．用列举法表示集合时，必须列出集合中的所有元素，既不能遗漏也不能重复．另一种方法是描述法，即把集合中的元素所具有的属性，写在大括号里．例如上述集合 A,B 也可表示为 $A=\{x|x$ 是小于 9

的正偶数}，$B=\{x|x^2-4=0\}$.

如果集合 A 的每一个元素都是集合 B 的元素，就称 A 是 B 的子集. 记为 $A\subseteq B$ 或者 $B\supseteq A$. 例如：$\mathbb{N}\subseteq\mathbb{Z}$，$\mathbb{Z}\subseteq\mathbb{Q}$，$\mathbb{Q}\subseteq\mathbb{R}$，$\mathbb{R}\subseteq\mathbb{C}$.

不含任何元素的集合称为空集. 记为 $\varnothing$. 例如，在实数范围内集合 $\{x|x^2+1=0\}$ 是空集，空集可以是任何一个集合 A 的子集，即 $\varnothing\subseteq A$. 注意空集 $\varnothing$ 不能与含有单个元素“0”的集合 $\{0\}$ 相混淆.

若 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$,，则称 A 与 B 相等，记为 $A=B$ 或 $B=A$.

1.1.2 区间

区间是常见的实数集合.

一般地，给定两个数 a 和 b（假定 $a<b$），我们把所有满足 $a<x<b$ 的数的全体记为 (a,b)，称为开区间；把所有满足 $a\leqslant x\leqslant b$ 的数的全体记为 $[a,b]$，称为闭区间. 并称 a,b 为区间的端点. 在几何上，(a,b) 和 $[a,b]$ 表示数轴上点 a 和点 b 之间的线段，前者不包括端点 a 和 b，后者包括这两点. 类似地 $[a,b)$，和 $(a,b]$，都是“半开区间”，且

$$x\in[a,b)\text{ 表示 }a\leqslant x<b,$$

$$x\in(a,b]\text{ 表示 }a<x\leqslant b.$$

$b-a$ 称为区间 (a,b) 或 $[a,b]$、$[a,b)$、$(a,b]$ 的长度.

进而，引入记号 $+\infty$（读做“正无穷大”）和 $-\infty$（读做“负无穷大”）如下：

$$x\in(a,+\infty)\text{ 表示 }a<x;$$

$$x\in[a,+\infty)\text{ 表示 }a\leqslant x;$$

$$x\in(-\infty,a)\text{ 表示 }x<a;$$

$$x\in(-\infty,a]\text{ 表示 }x\leqslant a;$$

$$x\in(-\infty,+\infty)\text{ 表示 }x\text{ 是一个实数.}$$

这些出现 $\pm\infty$ 的区间都称为无穷区间.

需要注意的是，在这里 $+\infty$ 和 $-\infty$ 仅仅是一种记号，不是数，因此不能把它们当作数来进行运算. 有时，$+\infty$ 和 $-\infty$ 统一地记为 ∞.

1.1.3 绝对值

对于任意一个实数 x，它的绝对值为 $|x|=\begin{cases} x, & x\geqslant 0, \\ -x, & x<0. \end{cases}$

在数轴上，$|x|$ 表示点 x 到原点 O 的距离，显然，$|x-y|$ 表示点 x 与点 y 之间的距离.

绝对值有下列性质：

设 a,b 为任意实数，则有

(1) $|a|=\sqrt{a^2}$；

(2) $|a|\geqslant 0$；

(3) $|-a|=|a|$；

(4) $-|a|\leqslant a\leqslant |a|$；

(5) $|a+b|\leqslant |a|+|b|$；

(6) $||a|-|b||\leqslant |a-b|$；

(7) $|a\cdot b|=|a|\cdot|b|$；

(8) $\left|\dfrac{b}{a}\right|=\dfrac{|b|}{|a|}$.

下面引入在高等数学中常用的某点的“邻域”概念.

设 δ 是一个正数，我们把满足不等式 $|x-x_0|<\delta$ 的点的全体，称为**点 x_0 的 δ 邻域**，记为 $U(x_0,\delta)$. 即

$$U(x_0,\delta)=\{x \mid |x-x_0|<\delta\}.$$

而

$$|x-x_0|<\delta \Leftrightarrow -\delta<x-x_0<\delta,$$

$$\Leftrightarrow x_0-\delta<x<x_0+\delta \Leftrightarrow x\in(x_0-\delta,x_0+\delta).$$

所以点 x_0 的 δ 邻域就是以 x_0 点为中心，以 δ 为半径的开区间 $(x_0-\delta, x_0+\delta)$. 如图 1-1 所示.

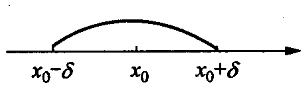

图 1-1

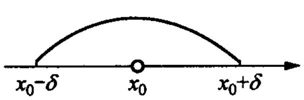

图 1-2

在 x_0 的 δ 邻域中去掉点 x_0，所得集合记作 $U(\hat{x}_0,\delta)$，称为点 x_0 的**去心邻域**. 即 $U(\hat{x}_0,\delta)=\{x\,|\,0<|x-x_0|<\delta\}$，或用区间的并表示为 $(x_0-\delta,x_0)\cup(x_0,x_0+\delta)$. 如图 1-2 所示.

例如，$U(2,0.5)=\{x\,|\,|x-2|<0.5\}$表示点 2 的 0.5 邻域，它就是开区间(1.5，2.5).

$U(\hat{1},0.25)=\{x\,|\,0<|x-1|<0.25\}$表示点 1 的 0.25 去心邻域，它是两个开区间的并：$(0.75,1)\cup(1,1.25)$.

习题 1.1

1. 用描述法表示下列集合：

(1) 不小于 7 的所有实数集合；

(2) 直线 $y=1$ 与抛物线 $y=x^2$ 的交点的集合；

(3) 点 3 的去心 0.5 邻域.

2. 用列举法表示下列集合：

(1) 方程 $x^2-2x-3=0$ 的根的集合；

(2) 集合$\{x\,|\,0<|x-3|\leqslant 1, x\in z\}$；

(3) 抛物线 $y^2=x$ 与 $x=1$ 的交点的集合.

3. 用区间表示变量的变化范围：

(1) $-1\leqslant x<5$；　　(2) $|x-2|<3$；

(3) $x>-4$；　　(4) $0<|x+1|<6$.

1.2　函数及其性质

1.2.1　函数的概念

在同一个自然现象或技术过程中，往往同时有几个变量在变化着. 这些变量并不是孤立地在变，而是相互联系并遵循着一定的变化规律. 下面我们先就两个变量的情形举两个例子.

例 1　自由落体运动，设物体下落的时间为 t，落下的距离为 s. 假