九章丛书

材料力学 全程辅导

浙大·第三版

（上册）

主编 苏志平
编写 九章系列课题组

精教 精学 精练

中国建材工业出版社

材 料 力 学

（浙大·第三版）

全程辅导（上册）

主编　苏志平
编写　九章系列课题组

中国建材工业出版社

图书在版编目(CIP)数据

材料力学(浙大·第三版)全程辅导/苏志平主编. -北京:中国建材工业出版社,2004.2

ISBN 7-80159-592-0

Ⅰ.材… Ⅱ.苏… Ⅲ.材料力学—高等学校—教学参考资料 Ⅳ.TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 010698 号

【内容简介】 本书为配合浙江大学刘鸿文主编的《材料力学》(上、下册)第三版内容而编写的配套辅导。本书是高等学校机电类课程的教学辅导书。全书由重点内容概述、经典例题解析、考研试题选编、课后习题详解四部分组成,旨在帮助读者掌握课程内容的重点、难点和疑点,提高分析问题、解决问题的能力。

本书可供使用浙江大学刘鸿文主编的《材料力学》(上、下册)第三版教材的学生和教师参考,并可作为使用其他教材的读者或考研者的参考书。

材料力学(浙大·第三版)全程辅导(上册)

主编　苏志平

出版发行:中国建材工业出版社

地　　址:北京市西城区车公庄大街 6 号院 3 号楼

邮　　编:100044

经　　销:全国各地新华书店

印　　刷:北京理工大学印刷厂

开　　本:850mm × 1168mm　1/32

印　　张:29.5

字　　数:750 千字

版　　次:2004 年 2 月第 1 版

印　　次:2004 年 2 月第 1 次印刷

印　　数:1 ~ 6000 册

书　　号:ISBN 7-80159-592-0/G · 108

定　　价:16.80 元(上册)

本书如出现印装质量问题,由我社发行部负责调换,联系电话:(010)68345931

前　言

《材料力学》一直是大中专院校机电类专业学生必修课程,其内容也随着科学技术的发展而日趋丰富,这就产生了一个矛盾:一方面学生因所修课程越来越多而导致课内外时间减少;另一方面因为技术的进步又要求学生去学习了解比以前更多的知识。

本书正是为了解决这一矛盾而精心编写的。作为浙江大学刘鸿文主编的教材《材料力学》(上、下册)第三版的配套辅导,本书除了有传统习题的解题过程外,主要有以下特点:

1. 知识点窍:运用公式、定理及定义来点明知识点。

2. 逻辑推理:阐述习题的解题过程。

3. 解题过程:概念清晰、步骤完整、数据准确、附图齐全。

把**知识点窍—逻辑推理—解题过程**串起来,做到融会贯通,最后给出书后习题的答案,在解题思路和解题技巧上进行精练分析和引导,巩固所学,达到举一反三的效果。

“知识点窍”和**“逻辑推理”**是本书的精华所在,是由多位著名教授根据学生答题的弱点分析而研究出来的一种新型的拓展思路的训练方法。**“知识点窍”**提纲挈领地抓住了题目核心知识,让学生清楚地了解出题者的意图,而**“逻辑推理”**则注重引导学生思维,旨在培养学生科学的思维方法,及掌握答题的思维技巧。本书在此基础上,还提供了详细的**“解题过程”**,使学生熟悉整个答题的思维技巧。

由于编者水平有限及编写时间仓促,不妥之处在所难免,希望广大读者不吝批评、指正。

编者

2004 年 2 月

目 录

第一章 绪 论

材料力学是固体力学在工程中应用最为广泛的分支，它主要研究杆件的强度、刚度和稳定性。材料力学的任务就是在满足强度、刚度和稳定性的要求下，为设计既经济又安全的构件，提供必要的理论基础和计算方法。研究构件的强度、刚度和稳定性时，应了解材料在外力作用下表现出的变形和破坏等方面的性能，即材料的力学性能。对固体变形的研究应作下列假设：连续性假设、均匀性假设和各向同性假设。本章属绪论部分，着重理解相关概念。

1.1 内容概要

1. 外力及其分类

按外力的作用方式可分为表面力和体积力。表面力是作用于物体表面的力，又可分为分布力和集中力。

载荷按随时间变化的情况，又可分为静载荷和动载荷。动载荷又可分为交变载荷和冲击载荷。

2. 内力、截面法

材料力学中的内力，是指外力作用下，物体内部各部分之间因外力而引起的附加相互作用力，即“附加内力”。

内力是分布于截面上的一个分布力系，我们把这个分布力系向截面上某一点简化后得到的主矢和主矩，称为截面上的内力。用截面假想地把构件分成两部分，以显示并确定内力的方法称为截面法。

3. 应力和应变

平均应力：单位面积上的内力

$$p_m = \frac{\Delta P}{\Delta A}$$

若将 ΔP 分解为与截面垂直的分量 ΔN 和与截面相切的分量 ΔQ 则

$$\sigma_m = \frac{\Delta N}{\Delta A}, \quad \tau_m = \frac{\Delta Q}{\Delta A}$$

分别称为平均正应力和平均剪应力

因为内力一般地说不是均匀分布的，所以使 $\Delta A \to 0$，便得到某一点处的应力

全应力 $$p = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta P}{\Delta A}$$

正应力 $$\sigma = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta N}{\Delta A}$$

剪应力 $$\tau = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta A}$$

线应变又称正应变，是弹性体变形时一点沿某一方向微小线段的相对改变量，是一无量纲量，用 ε 表示为

$$\varepsilon = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta l}{\Delta x}$$

角应变又称切应变，是弹性体变形的某点处一对相互正交的微线段所夹直角的改变量，也是一个无量纲量，用 γ 表示为

$$\gamma = \lim_{\substack{\Delta x \to 0 \\ \Delta y \to 0}} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

式中，α 为变形后原来的二正交线段间的夹角。

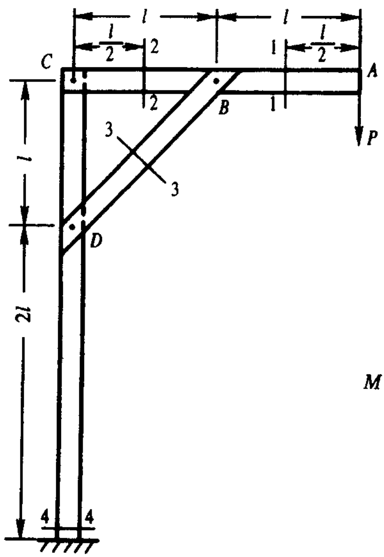
1.2 经典例题解析

例 1-1 托架如图 1-1(a) 所示，试求 1-1、2-2、3-3 及 4-4 各截面上的内力。

知识点窍 指定截面的内力计算，用截面法。

逻辑推理 求解内力我们一般用截面法。可将其归纳为以下三个步骤：① 欲求某一截面上的内力，就沿该截面假想地把构件分成两部分，任意地留下一部分作为研究对象，并弃去另一部分。② 用作用于截面上的内力代替弃去部分对留下部分的作用。③ 建立留下部分的平衡方程，确定未知的内力。基于此，下面就将用此方法对 1－1 截面进行内力计算，其余各截面方法原理均相同。

解题过程 （1）沿 1－1 截面假想将托架分成两部分，取 1－1 截面右边部分作为研究对象（图 1－1b），选取该截面的形心 O 为矩心。



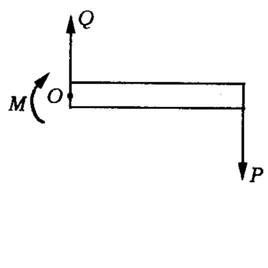


图 1－1

（2）外力 P 将使截面 1－1 的右半部分沿 y 轴方向移动，并绕 O 点转动，1－1 截面的左半部分必然以内力 Q 及 M 作用于截面上，以保持右边部分的平衡。这里 Q 为通过 O 点的力，M 为力偶。

（3）由平衡方程

$$\Sigma F_y = 0,\quad Q - P = 0$$
$$\Sigma M_o = 0,\quad M - P \times l/2 = 0$$

求得内力 Q 和 M 为

$$Q = P \quad M = Pl/2$$

用同样方法可求得其余各截面的内力为

2－2 截面：$N = 2P$(拉)，$Q = P$，$M = Pl/2$

3－3 截面：$N = 2\sqrt{2}P$

4－4 截面：$N = P$(压)，$M = 2Pl$

例 1－2　矩形平板变形后为图 1－2 所示的平行四边形，水平轴线在四边形 AC 边保持不变。求(1) 沿 AB 边的平均线应变；(2) 平板 A 点的剪应变。

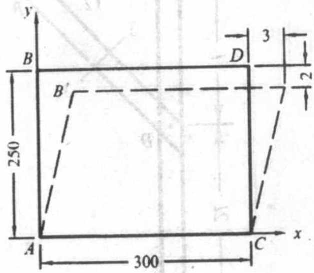


图 1－2

知识点窍　指定方向上的平均线应变和剪应变分别由公式 $\varepsilon_m = \dfrac{\Delta s}{\Delta x}$ 和 $\gamma = \lim\limits_{\substack{MN \to 0 \\ ML \to 0}} \left(\dfrac{\pi}{2} - \angle L'M'N'\right)$ 计算。

逻辑推理　本例考查平均线应变和剪应变。线应变是指弹性体变形时一点沿某一方向微小线段的相对改变量，平均线应变公式为 $\varepsilon_m = \dfrac{\Delta S}{\Delta x}$。切应变是指弹性体变形的某点处一对互相正交的微线段所夹直角的改变量，公式为

$$\gamma = \lim_{\substack{\Delta x \to 0 \\ \Delta y \to 0}} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

式中 α 指变形后原来的二正交线段间的夹角。亦可直接由几何关系求解。

解题过程　(1) 变形前　$\overline{AB} = 250$

变形后　$\overline{AB'} = \sqrt{(250 - 2)^2 + 3^2} = 248.018$

由定义知 AB 边的平均线应变为

$$\varepsilon_m = \frac{\overline{AB} - \overline{AB'}}{\overline{AB}} = \frac{250 - 248.018}{250} = 7.93 \times 10^{-3}$$

(2) 由图知 $\angle BAB'$ 即为所求角应变

$$\tan\angle BAB' = \frac{3}{250 - 2} = 0.0121$$

由于该角度非常微小，显然有

$\gamma \approx \tan\gamma = \tan\angle BAB' = 0.0121\text{rad}$

1.3 考研试题选编

本章属绪论部分，主要做基本概念介绍，一般没有单独的考研试题列出，材料力学主要研究内力、应力和应变，而求内力必然要求外力，所以求解外力是材料力学的基础，这方面需要一定的理论力学方面的知识。

例 1 - 3 三角形平板沿底边固定，顶点 A 的水平位移为 5mm(图 1 - 3)

求(1) 顶点 A 的切应变 γ_{xy}；

(2) 沿 x 轴的平均线应变 ε_x；

(3) 沿 x' 轴的平均线应变

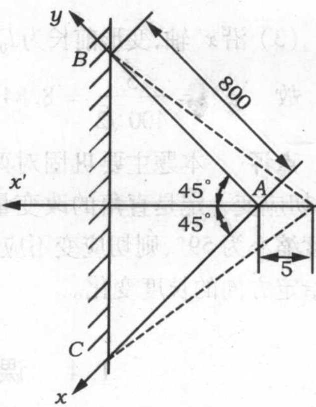


图 1 - 3

知识点窍 切应变公式 $\gamma = \lim\limits_{\substack{\overline{MN}\to 0\\ \overline{ML}\to 0}}\left(\frac{\pi}{2} - \angle L'M'N'\right)$，平均线应变公式 $\varepsilon_m = \dfrac{\Delta s}{\Delta x}$。

逻辑推理 切应变是指两条正交线段变形后的直角改变量，

本例可直接由几何关系求解平均线应变指某点沿某一方向上单位长度内的伸长量，先由几何关系求出变形前后的伸长量，再除以原来的长度，即得单位长度的伸长量。

解题过程　(1) 依照切应变的定义，切应变指给定平面内两条正交线段变形后直角的改变量。

γ_{xy} 即 $\angle BAC$ 的改变量为

$$\gamma_{xy} = \{45° - \cos^{-1}[(400\sqrt{2}+5)/[(400\sqrt{2}+5)^2 + (400\sqrt{2})^2]^{\frac{1}{2}}]\} \times 2$$
$$= 0.504° = 8.80 \times 10^{-3}\mathrm{rad}$$

(2) 线应变是指某点沿某一方向上单位长度内的伸长量，A 点沿 x 轴平板边长为 $l_0 = 800\mathrm{mm}$，变形后伸长为 $l_1 = [(400\sqrt{2}+5)^2 + (400\sqrt{2})^2]^{\frac{1}{2}}$。根据平均线应变的定义　$\varepsilon_x = \dfrac{\Delta l}{l} = \dfrac{l_1 - l_0}{l_0} = 4.43 \times 10^{-3}$

(3) 沿 x' 轴，变形前长为 $l_0 = 400\sqrt{2}$，变形后长 $l_1 = 400\sqrt{2}+5$

故　$\varepsilon'_x = \dfrac{5}{400\sqrt{2}} = 8.84 \times 10^{-3}$

点评　本题主要巩固对两种基本变形的定义，需要特别强调，切应变一定是直角的改变量，如果一个平面角为60°，变形后角度缩小为59°，则切应变不应为1°；而线应变一定要注意给定点沿给定方向的长度变化。

1.4　课后习题详解

1.1　对教材中图 1.2(a) 所示钻床，试求 $n-n$ 截面上的内力。

知识点窍　指定截面的内力计算，用截面法。

逻辑推理　用截面法求内力可按例 1－1 中的步骤依次求

解，在第一步选取研究对象时，我们要选取结构和受力简单的那部分，本题我们选 $n-n$ 截面右半部分为研究对象。

解题过程 (1) 取 $n-n$ 截面右半部分为研究对象，以截面形心 O 为原点，建立如图所示的坐标系。

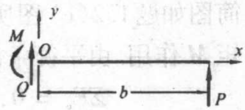
(2) 为保持平衡 $n-n$ 截面左半部分必然以内力 Q 和 M 作用于截面上。

(3) 由平衡方程

$$\Sigma F_y = 0,\quad Q + P = 0$$

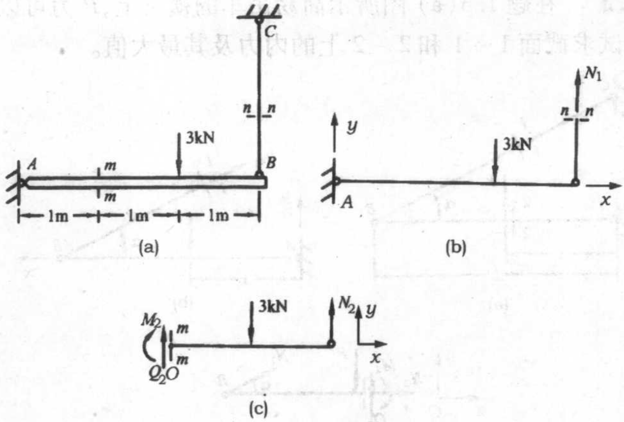
$$\Sigma M_0 = 0,\quad Pb - M = 0$$

求得内力 $Q = -P,\quad M = Pb$



题 1.1 图

1.2 试求题 1.2(a) 图所示结构 $m-m$ 和 $n-n$ 两截面上的内力，并指出 AB 和 BC 两杆的变形属于何类基本变形。



题 1.2 图

知识点窍 用截面法利用静力平衡方程求解指定截面的内力。

逻辑推理 用截面法的三步骤时，关键是列平衡方程，这属于理论力学方面的知识，也是材料力学的基础，通常有 $\Sigma F_x = 0$，$\Sigma F_y = 0$，$\Sigma M = 0$

解题过程 对题1.2(a)图取截面$n-n$以下部分为研究对象进行受力分析,其受力简图如题1.2(b)图所示,在截面$n-n$处受内力N。由平衡条件有

$$\Sigma M_A = 0,\quad N\times 3 - 3\times 2 = 0, 求得 N = 2\text{kN}$$

BC杆受拉力作用,属拉伸变形。

取$m-m$截面以右部分作为研究对象进行受力分析,其受力简图如题1.2(c)图所示,为保持平衡,$m-m$截面受剪力Q和力偶矩M作用。由平衡条件有

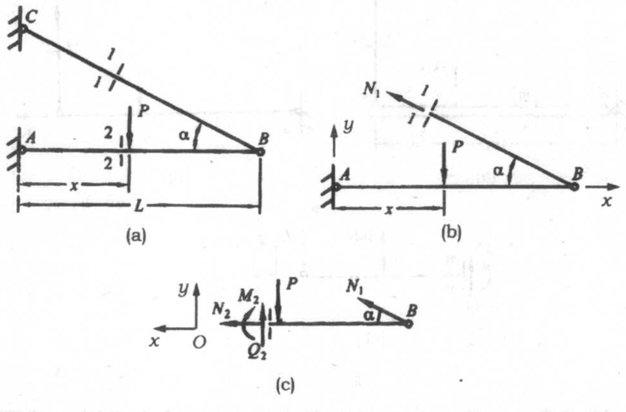
$$\Sigma F_y = 0,\quad Q + N - 3 = 0$$

$$\Sigma M_0 = 0,\quad N\times 2 - 3\times 1 - M = 0$$

求得内力 $Q = 1\text{kN}$, $M = 1\text{kN}\cdot\text{m}$

AB杆受弯矩作用,属弯曲变形。

1.3 在题1.3(a)图所示简易吊车的横梁上,P力可以左右移动。试求截面1-1和2-2上的内力及其最大值。



题1.3图

知识点窍 用截面法求解作用力大小固定但作用点不固定的截面内力,一般为内力函数。

逻辑推理 BC杆属二力杆件,可首先由此着手。由于P可以左右移动,所以所求内力不是一个确定值,而与P的位置有关。P

的位置可由 P 到 A 的距离 x 确定，最后求最大值属数学方法。

解题过程 取 1 - 1 截面右下半部分为研究对象，其受力简图如题 1.3(b) 图所示。在 1 - 1 截面受轴力 N_1 作用。

由平衡条件

$$\Sigma M_A = 0, \quad N_1 \sin\alpha L - Px = 0$$

求得 $N_1 = \dfrac{Px}{L\sin\alpha}$

取 2 - 2 截面右半部分为研究对象，其受力简图如题 1.3(c) 图所示。在 2 - 2 截面受轴力 N_2，剪力 Q_2 和弯矩 M_2 作用。

由平衡条件

$$\Sigma F_x = 0, \quad N_2 + N_1\cos\alpha = 0$$

$$\Sigma F_y = 0, \quad Q_2 - P + N_1\sin\alpha = 0$$

$$\Sigma M_0 = 0, \quad N_1\sin\alpha(L - x) - M_2 = 0$$

求得 $N_2 = \dfrac{Px}{L}\cot\alpha \qquad Q_2 = \dfrac{P(L-x)}{L} \qquad M_2 = \dfrac{x(L-x)}{L}P$

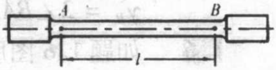
由于 $0 \leqslant x \leqslant L$ 由数学方法可分别求出其最大值为

当 $x = L$ 时，$N_{1\max} = \dfrac{P}{\sin\alpha}$，当 $x = L$ 时，$N_{2\max} = P\cot\alpha$

当 $x = 0$ 时，$Q_{2\max} = P$，当 $x = \dfrac{L}{2}$ 时，$M_{2\max} = \dfrac{1}{4}PL$

1.4 拉伸试件上 A，B 两点的距离 l 称为标距（见题 1.4 图）。受拉力作用后，用变形仪量出两点距离的增量为 $\Delta l = 5 \times 10^{-2}$mm。若 l 的原长为 $l = 100$mm，试求 A，B 两点间的平均应变 ε_m。

知识点窍 平均线应变公式 $\varepsilon_m = \dfrac{\Delta l}{l}$



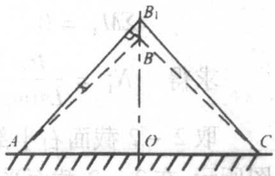
题 1.4 图

逻辑推理 本题主要考查平均线应变的概念，Δl 与 l 均已给出，可直接代入定义公式求解。

解题过程 由线应变的定义可知 AB 的平均应变为

$$\varepsilon_m = \Delta l/l = 5\times10^{-2}/100 = 5\times10^{-4}$$

1.5 题1.5图所示三角形薄板因受外力作用而变形，角点B垂直向上的位移为0.03mm，但AB和BC仍保持为直线。试求沿OB的平均应变，并求AB，BC两边在B点的角度改变。



题1.5图

知识点窍 平均线应变定义及公式，角应变定义及公式。

逻辑推理 平均线应变按题目指定方向由公式$\varepsilon_m = \dfrac{\Delta l}{l}$求解，$\Delta l = BB'$，$l = OB$，则$\varepsilon_m = \dfrac{BB'}{OB}$。角应变是指直角的改变量，通常由几何关系求得，本题的角应变即为$\gamma = \dfrac{\pi}{2} - \angle AB_1C$，由几何关系可知$\gamma = 2\angle BAB_1$，而$\angle BAB$可由三角函数求得。

解题过程 由线应变的定义可知沿OB的平均应变为

$$\varepsilon_m = (OB_1 - OB)/OB = \frac{BB_1}{OB} = \frac{0.03}{120} = 2.5\times10^{-4}$$

AB边的长度为 $AB = 240\cos45° = 169.7\text{mm}$

A点的角度改变为

$$\angle BAB_1 = \frac{BB_1\cos45°}{AB} = \frac{0.03\times\cos45°}{169.7}$$
$$= 1.25\times10^{-4}\text{rad}$$

所以B点的角度改变即剪应变为

$$\gamma_B = 2\angle BAB_1 = 2\times1.25\times10^{-4} = 2.5\times10^{-4}\text{rad}$$

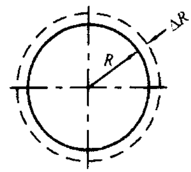
1.6 如题1.6图所示，圆形薄板的半径为R，变形后R的增量为ΔR。若$R = 80\text{mm}$，$\Delta R = 3\times10^{-3}\text{mm}$，试求沿半径方向和外圆圆周方向的平均应变。

知识点窍 平均线应变的定义及其公式$\varepsilon_m = \dfrac{\Delta l}{l}$

逻辑推理　由平均线应变公式 $\varepsilon_m = \dfrac{\Delta l}{l}$ 知，当沿半径方向时，$\Delta l = \Delta R, l = R$，从而有 $\varepsilon_m \dfrac{\Delta R}{R}$；当沿圆周方向时

$\Delta l = 2\pi(R + \Delta R) - 2\pi R, l = 2\pi R$

从而有 $\varepsilon_m = \dfrac{2\pi(R + \Delta R) - 2\pi R}{2\pi R}$



题 1.6 图

解题过程　由线应变的定义可知

沿半径方向的平均应变为

$$\varepsilon_R = \frac{\Delta R}{R} = \frac{3 \times 10^{-3}}{80} = 3.75 \times 10^{-5}$$

沿圆周方向的平均应变为

$$\varepsilon_t = \frac{2\pi(R + \Delta R) - 2\pi R}{2\pi R} = \frac{\Delta R}{R} = \varepsilon_R = 3.75 \times 10^{-5}$$