

与新课程同行

数学

SHUXUE  
JIAOYU JIAOXUE GAILUN

教育教学概论

曾超益◎编著

华南理工大学出版社

# **与新课程同行—— 数学教育教学概论**

**曾超益 编著**

**华南理工大学出版社  
·广州·**

### **图书在版编目 (CIP) 数据**

与新课程同行：数学教育教学概论/曾超益编著. —广州：华南理工大学出版社，2004. 7

ISBN 7-5623-2077-2

I. 与… II. 曾… III. 数学课－教学研究－中学 IV. G633. 602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 055168 号

**总发行：**华南理工大学出版社（广州五山华南理工大学 17 号楼，邮编 510640）

发行部电话：020 - 87113487 87111048（传真）

E-mail：scut202@scut.edu.cn http://www.scutpress.com

**责任编辑：**梁文厚 黄丹丹

**印 刷 者：**广东省阳江市教育印务公司

**开 本：**787 × 960 1/16 **印 张：**14 **字 数：**314 千

**版 次：**2004 年 7 月第 1 版第 1 次印刷

**印 数：**1 ~ 3 000 册

**定 价：**24.00 元

**版权所有 盗版必究**

## 前 言

本书是结合全日制义务教育阶段《数学课程标准（实验稿）》与普通高中《数学课程标准（实验）》（以下统一简称《标准》）的基本理念和我国数学教育的成功经验编著而成，原讲义曾在数学教育专业本、专科班上连续实践4届，收到了良好的效果。编者在讲义的基础上经多次修改，增加了《标准》的内容。本书的特点：系统介绍数学课程、数学教学和数学学习的基本理论与方法，要求的实践环节多，具有可操作性。

本书绪论介绍了《标准》的基本理念与数学教育教学的任务与方法；第一章中学数学课程介绍了古今中外的中学数学课程标准，对普通高中数学课程的内容标准进行了深入阐述；第二章数学课程的逻辑基础介绍了数学逻辑思维的基本规律；第三章中学数学教学、第四章高中数学课程的实施建议和第五章中学数学教学研究属数学教学的基本内容，对数学教学方法、数学教学工作的具体实施做了详细的讨论，并对新课程进行了分析探讨；第六章中学数学学习概要介绍了数学学习的基本过程与方法，重点讨论了数学学习的评价问题，体现了与《标准》的吻合。

随着我国基础教育改革的不断深入，无论是教育观念，还是教师的角色都发生了深刻变化，教师是实施基础教育改革的关键力量，高等师范院校肩负着培养与培训教师的责任。本书为新课程的实施提供了数学教育教学的基础理论与实践指导，可作为数学教育专业本、专科教学论课程的教材，也可作为中学数学教师继续教育的培训教材。

编著本书时，作者借鉴了数学教育界的前辈与同仁们在教学实践和理论方面的成功经验，以及诸多教育专家在近几年来对我国基础教育改革的研究成果，使得本书得到了进一步的充实与完善。本书的讲义作为韩山师范学院教学改革的重点扶持课题，得到了学院教学管理部门的全力支持，出版之际又得到了学院教材出版基金的资助，华南理工大学出版社对本书的出版给予了大力支持，在此一并表示谢意。

由于编者水平有限，不当和错误之处，恳请读者和同仁指正。

韩山师范学院 曾超益

2004年1月

## 作 者 简 介

曾超益，男，1958年生，湖南邵东人。大学本科学历，副教授，工作于韩山师范学院数学系，现任广东省数学教育学会理事，主要从事数学教育方向的教学与研究工作。在省级以上刊物发表论文20余篇，参与教育部师范司教学改革的研究课题1项，广东省21世纪教改工程研究课题1项，主持韩山师范学院教学改革与教学研究课题3项，主编教材2部，参编教材2部。获韩山师范学院第四、第五届教学成果一等奖，2003年被评为潮州市教书育人优秀教师。

# 目 录

绪 论 .....	(1)
<b>第一章 中学数学课程 .....</b>	<b>(11)</b>
第一节 基本数学观点 .....	(11)
第二节 国外中学数学课程标准 .....	(16)
第三节 高中数学课程设计思路 .....	(22)
第四节 高中数学课程内容标准 .....	(26)
<b>第二章 数学课程的逻辑基础 .....</b>	<b>(55)</b>
第一节 数学概念及其定义 .....	(55)
第二节 数学判断与命题 .....	(62)
第三节 数学逻辑思维的基本规律 .....	(69)
第四节 数学推理 .....	(74)
第五节 数学证明 .....	(80)
<b>第三章 中学数学教学 .....</b>	<b>(90)</b>
第一节 怎样确定中学数学教学目的 .....	(90)
第二节 中学数学教学目的 .....	(92)
第三节 中学数学教学原则 .....	(99)
第四节 中学数学教学过程及其基本工作 .....	(111)
<b>第四章 高中数学课程实施建议 .....</b>	<b>(125)</b>
第一节 高中数学必修课程实施建议 .....	(125)
第二节 高中数学选修系列课程教学建议 .....	(134)
<b>第五章 中学数学教学研究 .....</b>	<b>(147)</b>
第一节 中学数学教学方法研究 .....	(147)
第二节 中学数学教学常规研究 .....	(159)
第三节 中学数学思维训练教学研究 .....	(166)
第四节 中学数学教学语言艺术 .....	(174)
第五节 微格教学训练 .....	(178)
<b>第六章 中学数学学习 .....</b>	<b>(187)</b>
第一节 数学学习方式 .....	(187)

第二节 数学学习特点 .....	(188)
第三节 数学学习的心理分析 .....	(190)
第四节 数学学习的典型方法 .....	(196)
第五节 数学学习评价 .....	(199)
附录 1 普通高中数学典型课示例 .....	(206)
附录 2 新课程教学示例（初中） .....	(211)
附录 3 中学数学微格教学教案 .....	(214)
参考文献 .....	(215)

# 绪 论

## 一、《数学课程标准》的基本理念

新的世纪，我国教育事业迎来了新的挑战，同时也面临着新的发展机遇。规模、效益、质量是高等教育大众化前提下的三大主题，新课程标准的实施是致力于构建符合素质教育要求的新的基础教育体系的重要步骤。“数学教育作为基础教育的组成部分，在发展和完善人的教育活动中、在形成人们认识世界的态度和思想方法方面、在推动社会进步和发展的进程中起着重要的作用。”<sup>①</sup> 教育部相继出台了全日制义务教育和普通高中数学《标准》，培养和培训适应《标准》要求的课程改革需要的新型数学教师，是高等师范数学教育的一项重要而紧迫的任务。2001年6月，教育部颁布的《基础教育课程改革纲要（试行）》特别强调：“师范院校和其他承担基础教育师资培养和培训任务的高等院校和培训机构应根据基础教育课程改革的目标与内容，调整培养目标，专业设置，课程结构，改革教学方法。”根据这一要求，我们必须具有与《标准》一致的基本理念。

1999年10月，国家教学课程标准研制工作小组在北京召开了“国家数学课程标准研制工作研讨会”，形成了六点共识：

- (1) 必须在对社会、数学和学生重新认识的基础上，建立旨在促进人的健康发展的新数学课程体系，这是一项十分重要而紧迫的任务；
- (2) 新课程标准的研制应该继承我国数学教育原有的优秀传统，对基础知识和基本技能给予充分关注，但不能任意提高要求；
- (3) 要致力于弥补我国数学教育存在的不足；
- (4) 要充分重视新技术的运用；
- (5) 在保证让学生发展基本要求的基础上，应具有弹性；
- (6) 课程的实施过程非常重要。<sup>②</sup>

为了了解《标准》的基本理念，下面对九年制义务教育和普通高中两个阶段分别阐述。

---

<sup>①</sup> 中华人民共和国教育部普通高中数学课程标准（试验）。北京：人民教育出版社，2001.1

<sup>②</sup> 曾超益。小学数学教育理念与教学示例。广州：华南理工大学出版社，2003.9～10

## (一) 九年制义务教育阶段

《标准》从六个方面体现了现代数学教育的基本理念。

### 1. 数学课程应突出体现基础性、普及性和发展性，使数学教育面向全体学生

《标准》的基础性指的是“三基性”，即数学的基本知识、数学的基本技能和数学的基本观念。普及性指的是数学是一种文化，人们已经形成共识，数学已经渗透于社会的各个层面，并且发挥着越来越重要的作用。同时，数学文化已构成人们文化系统的一部分，这种文化来源于数学的广泛应用性和基本的工具性。数学的发展性，一方面包含着充分考虑学生学习数学的“最佳发展区”，给学生获取知识、提高能力、形成创新意识的空间，从而发展良好的个性及智力；另一方面，数学学习应充分考虑未来社会与科学发展的趋势，充分考虑学习者的发展不平衡，形成一种“近似、动态的不平衡状态”。<sup>①</sup>

从这一基本理念出发，数学教学的目的，就是人入学有价值的数学，人人都能获得必需的数学，不同的人在数学上得到不同的发展。要实现这一目标，必须深刻体会到，第一，新课程数学不再像从前那样作为普通教育核心的一部分，要从“精英”数学转变为“大众”数学；第二，数学教学要能有效地教给所有的人；第三，将数学教给所有的人，但我们要冷静对待“未必所有人都懂”的问题。

### 2. 体现数学的价值

数学的价值教育，可以从四个方面去形成。第一，数学的应用方式。我们要利用数学思想方法解决生活和社会实际中的问题，从而认识数学的实用价值。第二，比较关联的方式。通过数学知识的历史比较，认识数学的文化价值。第三，智力训练方式。数学是人的大脑思维的体现，其特点决定了数学教学在发展学生智力方面的重要作用，这从根本上表明了数学的教育价值。第四，形成数学观念的方式。数学观念的形成有利于学生学习数学，数学中的基本观念如一与多、相等与不等、算术运算的统一性、简单与复杂等，都是解决一类问题的共性，通过基本观念的形成，使学生学会观察纷繁复杂的世界和处理复杂问题，树立自己的信心，坚信自己的能力。

### 3. 数学学习的内容要具有现实的内容，是学生生活的体验，要富有挑战性

这就是说，教师对教学内容的选择要有利于学生主动地进行观察、试验、猜测、验证、推理与交流等教学活动，内容的呈现应采用不同的方法，解决问题的方式要体现不同的策略，以满足多样化的学习需求。在数学学习过程中，要克服传统的纯依赖性的模仿和记忆，鼓励学生动手实践、自主探索和合作交流，要根据学生所处的文化环境、家庭背景和自身思维方式的不同，将数学学习活动变为一个生动活泼的、主动的和富有个性的过程。

<sup>①</sup> 葛军. 数学教学论与数学教学改革. 沈阳：东北师范大学出版社，2000. 5

#### 4. 数学教学活动应该建立在学生的认知发展水平和已有的知识经验基础之上

学习过程层次理论认为，学习是一种不断的活动，但其间有相对层次，在进入较高层次时，较低层次的活动就成为分析的对象。数学活动是一个可分层的经验领域和组织方法都很特殊的组织经验的活动，数学教学必须加强最低层次的教学，发展下一层的教学。从认知心理学分析，学习过程是构建自己认知结构的过程<sup>①</sup>。因此，数学教学就是为学生建构新的认知结构创设情境，让学生自主活动、自我更新的过程。数学教学应激发学生学习的积极性，向学生提供充足的数学活动机会，帮助学生在自主探索和合作交流的过程中真正理解和掌握数学基本知识和技能，掌握数学思想方法，获得广泛的数学活动经验，正确处理好学生与教师之间的关系，即学生是数学学习的主人，而教师是数学活动的组织者、引导者和合作者。

#### 5. 学会数学学习的自我评价

传统数学学习通过考试来判定学生掌握知识与否，这显然是片面的。《标准》中强调数学学习的评价，其目的就是要通过评价，调整数学教育系统与整个教育环境以及其他学科之间的相互影响和效应。数学学习评价具有决策指导作用，通过评价所提供的信息，促使教学过程中调整策略，采取相应的改进措施。数学学习评价具有诊断和反馈作用，通过评价可以发现学生在学习数学过程中的长处和存在的不足，拟定相应的调整方案。教师应建立有利于数学教学活动的开展、有利于学生心理与身体健康发展的多元化的评价体系。数学教学中，要在关注学生学习结果的同时，更加关注学生学习的过程，更加关注学生在数学活动中所表现出来的情感和态度，帮助学生认识自我，完善自我。

#### 6. 充分认识现代信息技术对数学教育的价值、目标、内容以及学与教的方式所产生的重大影响

新课程鼓励师生尽可能使用计算机和计算器，教师应将信息技术与数学课程有效地整合。为此，我们应该做到：第一，用计算机进行课堂演示。将传统教学中的黑板板书改为用投影胶片、课件媒体展示各种信息，由计算机加工成文字、图形、影像等资料，并进行一些必要的动画处理。要求教师通过精心设计，使深奥的数学知识以简单、直观的形式展现出来，缩短客观对象与学生之间的距离，更好地帮助学生思考知识点之间的联系，促进新的认知结构的形成。第二，利用计算机帮助学生自主学习。认知心理学为 CAI 的发展注入了新的活力，计算机学习的功能不仅只体现它是一种提供刺激、进行强化的工具，而且它的应用可以创造一种以学生为中心，促使学生自主学习的环境。因此，在数学教学中，教师可以设计并提出问题，让学生利用计算机进行积极思考、讨论、动手演算、解答问题。同时，教师应参加学生的讨论，仔细观察其过程，掌握遇到的问题并注意即时解答，对有共性的问题组织全班讨论讲评。

<sup>①</sup> 葛军. 数学教学论与数学教学改革. 沈阳：东北师范大学出版社，2000. 43

## (二) 普通高中阶段

《标准》从十个方面体现了现代数学教育的基本理念。<sup>①</sup>

### 1. 构建共同基础，让所有学生获得必需的数学知识，提供学生发展平台

高中教育属于基础教育。高中数学课程应具有基础性，它包括两方面的内容：第一，在义务教育阶段之后，为学生适应现代生活和未来发展提供更高水平的数学基础，使他们获得更高的数学素养。第二，为学生进一步学习提供必要的数学准备。在《标准》的基本框架里，一方面谋求学生智力和人格的协调发展；另一方面又追求个体、自然与社会进步的和谐发展，将高中数学课程分为必修系列课程和选修系列课程。必修系列课程是为了满足所有学生的共同数学需求；选修系列课程是为了满足学生不同的数学需求，但它仍然是学生发展所需要的基础性数学课程。

### 2. 提供多样课程，让不同学生获得最佳发展

高中数学课程应具有多样性与选择性，使不同的学生在数学方面得到不同的发展。

高中数学课程应为学生提供选择和发展的空间，为学生提供多层次、多类型选择，以促进学生的个性发展和对未来人生规划的思考。学生可以在教师的指导下进行自主选择，必要时还可以进行适当的转换、调整。同时，高中数学课程也应给学校和教师留有一定的选择空间，他们可以根据学生的基本需求和自身条件，制订课程发展计划，不断地丰富和完善供学生选择的课程。

### 3. 倡导积极主动、勇于探索的学习方式

学生的数学学习活动不应只限于接受、记忆、模仿和练习，高中数学课程还应该倡导自主探索、动手实践、合作交流、阅读自学等学习方式。这些方式有助于发挥学生的主动性，使学生的学习过程成为在教师引导下的“再创造”过程。同时，高中数学课程设立“数学探究”“数学建模”等学习活动，为学生形成积极主动的多样的学习方式进一步创造有利的条件，激励学生的数学学习兴趣，培养独立思考、积极探索的习惯，并力求通过各种不同的形式让学生们体验数学发现和创造的历程，发展他们的创新意识。

高中阶段的数学学习主要以形象思维、直觉活动思维为主。为了调动学生的数学思维，必须改变传统的教学方式，培养学生的“再创造”精神。

### 4. 注重提高学生的数学思维能力

高中数学课程应注重提高学生的数学思维能力，这是数学教育的基本目标之一。人们在学习数学和运用数学解决问题时，不断地经历直观感知、观察发现、归纳类比、空间想象、抽象概括、符号表示、运算求解、数据处理、演绎证明、反思与建构等思维过程。这些过程是数学思维能力的具体体现，有助于学生对客观事物中蕴含的数学模式进行思考和做出判断。数学思维能力对于理性思维的形成发挥着独特的作用。

<sup>①</sup> 普通高中课程标准（试验稿），北京：人民教育出版社，2001，2～5

### 5. 发展学生的数学应用意识

20世纪下半叶以来，数学应用的巨大发展是数学发展的显著特征之一。在当今知识经济时代，数学不仅为其他学科的发展提供了基础，而且它正在从幕后走向台前，特别是它与计算机技术的结合，使得数学能够在许多方面直接为社会创造了价值，同时也为数学自身的发展开拓了广阔的前景。我国的数学教育在很长一段时间内对于数学与实际、数学与其他学科的联系未能给予充分的重视，因此，高中数学在数学应用和联系实际方面需要大力加强。近几年来，我国大学、中学数学建模的实践表明，开展数学应用的教学活动符合社会要求，有利于激发学生学习数学的兴趣，有利于增强学生的应用意识，有利于扩展学生的视野。

高中数学课程应提供基本内容的实际背景，反映数学的应用价值，并通过开展“数学建模”活动设立体现数学某些重要应用的专题课程。高中数学课程应力求使学生体验数学在解决实际问题中的作用，体验数学与日常生活及其他学科的联系，促进学生逐步形成和发展数学应用意识，提高实践能力。

### 6. 与时俱进地认识“双基”

我国的数学教学具有重视基础知识教学、基本技能训练和能力培养的传统，新世纪的高中数学课程应发扬这种传统。但随着时代的发展，特别是数学的广泛应用、计算机技术和现代信息技术的发展，数学课程的设置应重新审视基础知识、基本技能和能力的内涵，形成符合时代要求的新的“双基”。例如，为了适应信息时代发展的需要，高中数学课程应增加算法的内容，把最基本的数据处理、统计知识等作为新的数学基础知识和基本技能。同时，应删减繁琐的计算人为技巧化的难题和过分强调细枝末节的内容，克服“双基异化”的倾向。

### 7. 强调本质，注意适度形式化

形式化是数学的基本特征之一。在数学教学中，学习形式化的表达是一项基本要求，但是不能只限于形式化的表达，要强调对数学本质的认识，否则会将生动活泼的数学思维活动淹没在形式化的海洋里。现代数学，全盘形式化是不可能的。因此，高中数学课程应该返璞归真，努力揭示数学概念、法则、结论的发展过程和本质。要讲逻辑推理，更要讲道理，通过典型例子的分析和学生自主探索活动，使学生理解数学概念、结论逐步形成的过程，体会蕴含在其中的思想方法，追寻数学发展的历史足迹，把数学的学术形态转化为学生易于接受的教育形态。

### 8. 体现数学的文化价值

数学是人类文化的重要组成部分。数学课程应适当反映数学的历史应用和发展趋势，数学对推动社会发展的作用，数学的社会需求，社会发展对数学发展的推动作用，数学科学的思想体系，数学的美学价值，数学家的精神等。数学课程应帮助学生了解数学在人类文明发展中的作用，逐步形成正确的数学观。为此，高中数学课程应体现数学的文化价值，在适当的内容中提出对“数学文化”的学习要求，设立“数学史选讲”等专题。

### 9. 注重信息技术与数学课程的整合

现代信息技术的广泛应用正在对数学课程内容、数学教学、数学学习等方面产生深刻的影响。首先，由于现代信息技术的运用，出现了多媒体读物，如电子读物，既有文字，又有动画，也有音频。其次，通过现代教育媒体，利用计算机网络，使学生跨越时空的限制，为学生的创造活动提供情境。高中数学课程应提倡实现信息技术与课程内容的有机整合（如把算法融入到数学课程的各个相关部分），整合的基本原则是有利于学生认识数学的本质。同时，应提倡利用信息技术来呈现以往数学中难以呈现的课程内容，在保证笔算训练的前提下，尽可能使用计算型计算器、各种数学教育技术平台，加强数学教学与信息技术的结合，鼓励学生运用计算机、计算器进行探索和发现。

### 10. 建立合理、科学的评价体系

现代社会对人的发展要求，引起了评价体系的深刻变化。高中数学课程评价体系，包括评价理念、评价内容、评价形式和评价体制等方面，都应力求做到科学、合理。评价既要关注学生数学学习的结果，也要关注他们学习数学的过程；既要关注学生数学学习水平，也要关注他们在数学活动中所表现出来的情感、态度的变化。在数学教育中，评价应建立多元化的目标，关注学生个性与潜能的发展。例如，过程性评价应关注对学生理解数学概念、数学思想等过程的评价，关注对学生提出、分析、解决问题等过程的评价，以及在过程中表现出来的与人合作的态度、表达与交流的意识和探索的精神。对于数学探究、数学建模等学习活动，要建立相应的过程评价内容和方法。

“不同的人能在数学上得到不同的发展”是数学课程改革的一个重要目标。高中数学课程采用模块的设计方式，突出了课程内容的多样性和选择性的要求，为不同的学生发展提供不同的课程，这是与传统数学区别最突出的地方。设置选修课程，力求使每个学生都能获得发展，同时使优秀学生脱颖而出，这是世界各国数学课程改革的通例。

## 二、数学教育教学的任务和研究方法

数学教育教学包括数学教育学和数学教学法两部分，是研究数学处于一定发展水平时数学教育和数学教学的规律性的一门科学。中学数学教育教学是高等师范院校数学教育专业的一门必修的实践性课程，要求师范院校数学教育专业的学生应掌握数学教育教学的基础知识、基本过程及基本技能，为教育实习和今后从事数学教学工作、开展数学教育研究做好必要的准备。

### （一）国内外中学数学教育教学研究概况<sup>①</sup>

近20年来，我国数学教育教学的研究组织普遍建立起来，成为数学教育科学的研究的

<sup>①</sup> 张奠宙主编. 数学教育研究导引. 南京：江苏教育出版社，1998

一支重要力量。1982 年在河南郑州成立了“中国教育学会数学教学研究会”，并先后多次举行了年会。1985 年原全国高等师范院校中学数学教材协作编写组改名，正式成立“全国高师数学教育研究会”，大部分省、市、自治区也成立了相应的分会，并定期召开关于数学教育的课题研究、学术讨论、教材编写等会议。全国性的数学教育期刊 1985 年就有 42 份，以后每年均有增加。数学教育理论研究日趋完善，出版了大量著作，发表了许多论文，其中研究的热点是数学解题方法及数学习题理论、数学学习理论、数学教学方法、思维与数学教学、数学课程以及数学教育评价，这些研究使我国中小学数学教师的理论水平和教学能力得到了明显的提高。

国际数学教育心理组织机构积累了不少研究成果，提出了一批用于了解数学习程的基本原理和概念，其中以英国的斯根普 (Skemp. R) 教授的著作《学习数学的心理学》为代表。这些成果还涉及具体的数学教学内容、特定的数学教学过程。20 世纪 50 年代以来，国外数学教育的面貌发生了巨大的变化，60 年代提倡“新数”运动，70 年代“回到基础”。经过数学教育教学的理论和实践研究，现在提倡“为大众的数学”，并为此提出了数学教育的研究方向：数学是否应在为大众的课程中保持核心地位；什么样的数学才符合大多数学生的需要；如何建设这些课程；如何解释数学教育中的“机会均等”与“各取所需”的矛盾。“为大众的数学”是国际数学教育的思潮，将对整个数学教育产生深远的影响。

## (二) 数学教育教学的任务

目前，关于数学教育教学研究对象的说法并不统一。我们认为：数学教育学是研究数学教育过程的客观规律及其应用的科学。数学教育教学的过程是数学信息的传递过程，教师、学生与数学知识是这一过程中基本的三要素。因此，数学教育教学要以数学教学、数学习、数学课程为主要研究对象。中学数学教育教学应以中学教育目标为依据，根据中学数学教育中教与学两方面的规律性，着力解决下列问题：

- (1) 中学数学教材内容是什么，以及教材体系应遵循的原则。
- (2) 中学数学教师怎样去教数学，以及教学过程应遵循的基本原则。
- (3) 中学生如何学习数学，以及学生学习数学的心理原则。
- (4) 如何提高中学数学教育教学的质量。

除数学课程论和数学教学论的研究外，中学数学教育教学还应研究包括相对独立的“数学问题解决”的理论，以及数学教育教学的评估理论。“数学问题解决”理论实际上就是为了在中学数学教育教学中培养学生的创新能力，包括如下内容：①如何综合运用已有的数学知识、思想方法解决实际问题，这涉及数学的基本方法，如数学模型方法、数学公理化方法、数学化归方法、数学结构方法、数学构造方法等；②数学思维方法，包括数学中的逻辑思维方法和心理学方法；③数学创造发明的方法，如试验归纳法、类比推理法、美学方法等。数学教育教学中“数学问题解决”的理论是从数学教育教学的角度出

发，研究数学问题解决的方法论问题。数学课程论、数学教学论都将涉及一个测量与评价的问题，因此，数学教育教学应包括对数学教育评估理论的研究。

下面介绍国外关于数学教学研究对象的观点：

(1) 日本横地清教授认为数学教育教学有七个研究领域，它们是：①关于学习者的数学认识和实践的研究；②关于教与学之间的问题研究；③关于数学教育教学内容的确定和课程的研究；④关于公共教育机关（保育院、幼儿园、小学、初中、高中、大学）的数学教育教学研究；⑤关于数学在社会中的作用研究；⑥关于数学教育史的研究；⑦关于世界数学的教育教学的研究。这实际上是从不同角度提出了数学教育教学的研究对象。

(2) 原苏联数学教育家斯托利亚尔在他的著作《数学教育学》中提到：“数学教育学的对象是数学教学”，“从广义上说，数学教育是研究数学教学过程的一门科学”。他把数学教学过程分解为：①数学教学的目的（为什么教？）；②数学教学的对象（教谁？）；③数学教学的内容（教什么？）；④数学的教学法（如何教？）。用我们的观点分析，斯托利亚尔的数学教育的观点实际上就是“中学数学教材教法”。作者在该书中认为：“数学教学是‘数学活动’的教学，而不仅是数学活动的结果——数学知识的教学”；“数学现代化不是教现代数学，而是指数学的现代教学，即把学校数学建立在现代数学的思想基础上并且使用现代数学的方法和语言。”这种新的观点对我国中学数学教育教学改革有很大启迪。

(3) 美国学者凯伦在一篇题为《数学教育研究——三角形》的文章中，对数学教育教学的研究对象做了形象的比喻和描述，他把前西德数学教育家鲍斯费德在第三届国际数学教育大会上描述数学教育教学的三个研究对象（课程、教学、学习）比做三角形的三个顶点，分别对应于三类人：课程设计者、教师、学生。相应地，数学教育教学的三个研究方向就是课程论、教学论、学习论。这三个方面紧密相连，很难独立地研究，它们的关系就相当于三角形的三边，研究一个顶点，对其他两个顶点的研究也会发挥作用。这个三角形有一个“兴趣中心”，就是“儿童和成人实验，研究者都希望自己的研究会直接或间接地提高这些经验。从拓扑学观点来分析，三角形应包括内部和外部，其外部指的是数学、哲学、心理学、技术手段、符号和语言等，其内部指的是备课、教学及分析课堂活动的研究。

综合国际上有关数学教育教学研究对象的观点，曹木翰教授指出：“数学教育学应是以数学的课程论、教学论和学习论为主要研究对象的一门实践性很强的综合性科学。”

### (三) 数学教育教学的学科特点

(1) 数学教育教学是一门综合性很强又相对独立的边缘学科。数学教育教学涉及数学和教育学两方面的问题；数学教学过程的客观规律由数学科学的特点决定，这正是数学教育学不同于其他学科教育学的根本所在。

(2) 数学教育教学受到社会、学校、家庭、学生、教材等各种因素的影响，要研究

学生学习数学的心理原则和学习方法，以及学生数学思维的培养和发展规律。因此，数学教育教学是受多种因素影响的处于发展中的理论学科。

(3) 数学教育教学是一门实践性很强的理论学科，它同数学教学的实践过程紧密联系。数学教育的理论、观点、方法和经验是人类数学教育实践经验的总结。

总之，数学教育教学是一门综合性、独立性、实践性并具有不断发展的边缘交叉学科。

#### (四) 学习数学教育教学的重要意义

生产要靠工具，教学要有方法。学习和掌握数学教育教学理论和规律，对提高数学教育教学质量意义重大。

第一，作为高师院校数学教育专业的学生，受到高师培养标准的限制，当一名出色的数学教师要有数学教育理论指导。现代社会的发展，要求教育面向未来，这对数学教育教学提出了更高的要求：要启迪学生思维，培养学生良好的素质，提高学生分析问题和解决问题的能力。数学教师要出色完成这些任务，自觉地开展这些工作，就要有教育理论指导，从而克服教学工作上的盲目性，减轻工作和精神负担，使自己变得聪明。

第二，培养 21 世纪的创新人才，要有先进的数学教育理论指导。未来要培养新型的劳动者、科技人员，师者首先应具有优良的素质。如敢于开创新领域，善于获取多方面的信息，具有严谨的科学态度、良好的行为习惯、优良的思想品质和数学文化素质，学生在学习中有些什么问题出现，都需要有教育理论去分析、研究、启发、诱导、调动学生的自觉性和积极性，从而才能达到预期的目的。

第三，数学教育教学对当前数学教育具有明显意义。当前我们要摆脱应试教育，建立素质教育的培养模式。数学教育需要解决一些重大的课题：如何培养学生的数学能力，发展学生智力；数学教育教学内容如何适应“四个现代化”建设的需要；中学数学教育如何顾及优劣差别、性别差异、智力差异；如何大面积提高数学教育教学质量而又能培养尖子的人才，等等。即要解决这些问题，必须具有数学教育的基本理论，掌握数学教育规律，改革原有的教学方法，适应教育改革形势的需要。

#### (五) 数学教育教学的研究方法

数学教育教学是一门思想性、理论性、实践性很强的学科。它的理论观点与普通教育理论、思维科学有内在联系。因此，研究数学教育教学理论，必须以马克思主义哲学为指导，全面运用辩证唯物主义的立场、观点、方法去分析问题和解决问题，从实际出发，实事求是地去分析古今中外数学教育理论观点和经验教训。在学习和研究该课程时，应从如下几方面去进行：

(1) 深入调查，系统研究当前数学教育教学的现状、问题和经验教训。要从实际中发现新问题、总结新经验，就必须对当前数学教育教学的现状问题做深入细致的调查研

究。要根据数学的基本方法，根据大量事实，归纳总结出正确的结论。

(2) 广泛学习与运用有关学科的知识和方法。特别是有关哲学、心理学、教育学、逻辑学等理论和新方法。运用高等数学的知识解决数学教育教学的问题。

(3) 大力开展实验研究和数学探究活动。

新时期数学教育必须适应“四化”建设需要。要改革、要创新，就必须有长期的教学改革实验，才能创造出符合国情、行之有效的数学教育教学的理论与方法。因此，广大的数学教师，要积极开展教改试验研究，不断改进教法，探索规律，提高能力，从而不断丰富和完善数学教育教学理论。

## 思考与练习

1. 学习数学教育教学理论有哪些重要意义？
2. 教育教学理论研究应包括哪些内容，国内外的观点如何？
3. 数学教育教学有何学科特点？
4. 怎样对待数学教育教学课程的学习？