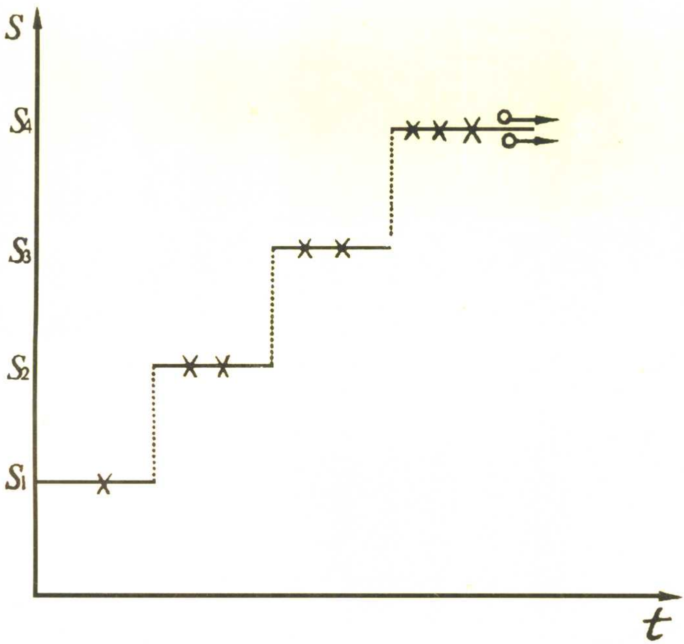
本书获得河北省教委学术著作出版基金资助

加速寿命试验数据分析

马海训　李彩霞　著



河北科学技术出版社

加速寿命试验数据分析

马海训　李彩霞　著

河北科学技术出版社

葛广平　审

内　容　提　要

本书系统地介绍了寿命试验、恒定应力加速寿命试验、步进应力加速寿命试验和序进应力加速寿命试验数据分析的理论和方法。可供广大从事质量管理、质量检验的研究人员和工程技术人员及高等院校有关专业的教师和学生阅读参考。

加速寿命试验数据分析

马海训　李彩霞　著

河北科学技术出版社出版发行（石家庄市和平西路新文里 8 号）
河北新华印刷三厂印刷　　新华书店经销

850×1168　1/32　6.75 印张　169000 字　1998 年 8 月第 1 版
1998 年 8 月第 1 次印刷　　印数：1—2000　　定价：12.00 元
ISBN 7-5375-1748-7/T・21
（如发现印装质量问题，请寄回我厂调换）

序

为了了解产品的可靠性指标和产品的失效机理，就要进行产品的寿命试验。在一批产品中选取一定数量的样品，在实际使用过程中进行跟踪，记录下样品的失效时间(即寿命)，或在实验室模拟实际使用过程中的主要条件，在人工控制的条件下进行试验，记录下样品的失效时间，对失效数据，利用统计方法进行分析，就可以得到产品可靠性指标的估计或对产品的失效机理进行研究。

随着科学技术的发展，出现了许多高可靠、长寿命的产品，例如，有的半导体元器件的寿命可达数百万小时以上，即使进行数年试验，也可能没有失效，或只有一二个失效。根据这样的失效数据，要对产品的可靠性指标作出估计是困难的，甚至试验尚未做完，新的产品已研制出来了，这就要求人们改进试验方法，以期在较短的试验时间内，获得较多的失效样品，加速寿命试验正是适应这种需要孕育产生的。所谓加速寿命试验，是指在保持失效机理不变的条件下，把样品放在比通常严酷得多的条件下进行试验，来加速样品的失效。

按照寿命试验的术语，人们把造成产品失效的因素叫做应力，通常的应力有热应力(如温度)、机械应力(如振动、摩擦、压力、载荷、频率)、电应力(如电压、电流、功率)、湿应力(如湿度)等。应力的取值叫应力水平，如应力温度取 20℃、40℃，20℃、40℃就叫温度的应力水平，通常条件下的应力水平，叫做正常(或设定)应力水平。把应力加大到超过正常应力水平，叫做加速应力水平，如对家用电器来说，电压 220V 叫做正常应力水平，把电压加大到 300V，300V 就叫做加速应力水平。在加速应力水平条件下所做的寿命

试验，就是加速寿命试验。

加速寿命试验，按照应力施加方式的不同，通常分为三种类型：恒定应力加速寿命试验、步进应力加速寿命试验、序进应力加速寿命试验。恒定应力加速寿命试验是把全部样品分成几组，每组样品都在某个恒定加速应力水平下进行的寿命试验；步进应力加速寿命试验，则是把全部样品先放在某个加速应力水平下进行试验，待到一定时间或一定个数的样品失效，把未失效样品放在更高的加速应力水平下继续进行试验，直至规定时间或达到一定数量的样品失效个数试验结束；序进应力加速寿命试验和步进应力加速寿命试验基本相同，只是施加的加速应力水平，随着时间的增加连续上升。

加速寿命试验获得的产品失效数据，是加速应力水平下产品的寿命信息。统计分析的任务是根据加速应力水平下产品的寿命信息，外推出正常应力水平下产品的寿命信息，从而估计出正常应力水平条件下产品的各种可靠性指标。因此，试验前的最优设计和试验后的统计分析是加速寿命试验的两大问题。

加速寿命试验是 70 年代传入我国的，由于其巨大的潜在应用性，引起了各方面的关注，特别是近十几年，加速寿命试验方法已在我国电子、机械等行业中获得大量应用，取得了很大成效，同时也出现了许多理论问题需要人们去解决，我们正是在这种背景下从事加速寿命试验研究的，可以说本书的特点之一就是概括了我们的主要研究成果。我们在威布尔和对数正态分布场合下步进应力加速寿命试验方面，提出了一种新的统计分析方法，它的计算步骤更具有程式化，更便于计算，特别是上计算机计算。对此，本书第三章用大量篇幅进行介绍。我们推导了对数正态分布场合下序进应力加速寿命试验模型相应的寿命分布，从而为该条件下的统计分析提供了基础。实践证明，循环应力可以加速产品的失效，而且以产品失效前所经历的循环周期个数所表示的离散型数据比连续型寿命数据，使用起来更方便，但一直缺乏严格的数据处理方法，我们第一次建立了威布尔分布场合下循环应力加速寿命试验离散

型数据处理的数学模型，上述内容撰写在本书第四章。我们在最优设计方面也做过一些有价值的工作，由于大部分论文已投稿但尚未公开发表，本书第五章只能作一个概括介绍。

任何一部具有综合性、系统性的学术著作，都离不开前人的研究成果，本书也不例外。本书参考、引用了国内外大量的文献。W. B. Nelson、茆诗松、弗鹤良、王玲玲等专家学者的研究成果成为本书内容强有力的支撑。与众不同的是，本书不局限收集各种统计分析方法，为使本书具有完整性和系统性，我们还花费很大精力，将各种统计方法的比较研究的结论写进书中，使各种统计方法有了一个比较明确的应用空间，这是本书的第二个特点。

本书的第三个特点是具有实用性。我们早在1989年承担河北省科委“加速寿命试验模型及其应用的研究”课题时，就对黑白电视机进行了温度步进现场加速寿命试验，开创了国内整机步加试验的先例。我们对电视机的步加试验以及郭峻对变容二极管的步加试验、谢灿敏对电容器的步加试验等都作为实例撰写在书中，为本书增加了许多亮点，令人惋惜的是，我们做过的一些大的应用课题，由于牵涉保密的缘故，只能割爱。

我对本书情有独钟固然是因为书中包括了我们的研究成果，但更主要的是因为本书确实具有较高的学术价值、理论价值和应用价值，具有较强的综合性、系统性和实用性，值得广大从事质量管理的研究人员和工程技术人员及高等院校有关专业的教师和学生阅读参考。

希望本书的问世，能为加速寿命试验的理论宝库添砖加瓦。更希望书中介绍的方法，能在实际应用中发扬光大。

葛广平

1998年2月

前　言

产品的质量问题是一个重大的战略问题，是一个关系到一种产品、一个企业，甚至整个国家能否在世界贸易竞争中立于不败之地的问题，而产品质量重要的指标之一是产品的可靠性指标。通常，产品的可靠性指标是采用国家标准规定的抽样方法进行可靠性试验来测定的，但这种方法试验时间长、试验费用大，对于高可靠、长寿命的产品几乎无法实现，因此，必须进行加速寿命试验。加速寿命试验包括恒定应力加速寿命试验、步进应力加速寿命试验和序进应力加速寿命试验。在我国，恒定应力加速寿命试验的研究始于 70 年代，并于 1981 年发布了“寿命试验和加速寿命试验方法”的国家标准。这种试验方法虽然已经成熟，但由于广大工人、工程技术人员和管理人员对这种方法的理论不够熟悉，加上试验时间和试验费用的困难难以克服，因此在我国现场应用还不够广泛。

1980 年，W. Nelson 发表了“Accelerated Life Testing-Step-Stress Models and Data Analyses”的著名论文，首次提出了步进应力加速寿命试验数据分析的基本假定，这一基本假定成为后来人们研究加速寿命试验的理论依据。Nelson 在这篇论文中建立了步进应力加速寿命试验模型和分析方法，还介绍了绝缘材料电压步进加速寿命试验统计分析的结果。1985 年，茆诗松教授在 Nelson 的基础上研究了指数分布场合下的步进应力加速寿命试验的数据分析方法。我们在已有研究成果的基础上对加速寿命试验的数据分析方法进行了比较系统的理论研究和应用研究。应该指出，这项研究工作的开展，得益于河北省科委的“加速寿命试验模型及

其应用的研究”的立项课题，课题组的成员葛广平教授、秘自强教授，以及张和平同志、王维星同志都做了大量的工作。此项课题的研究成果“属国内领先，达到目前国际先进水平”，获1992年河北省科技进步三等奖，本书大量篇幅是介绍此项研究成果。此外，本书还包括葛广平教授及他在上海大学的学生在本领域近年来的研究成果。因为这些成果发表在国内外几种杂志之中，不论是理论工作者还是工程技术人员都很难收集到这样齐全的参考文献，这正是作者要撰写此书的目的之一。撰写此书的另一目的，是想促进步进和序进应力加速寿命试验标准的制订工作。科学研究的真正价值在于用于实践，转化为生产力。在国内，对加速寿命试验数据分析的研究自80年代就热起来了，十多年来，有关人员取得了大量这方面的研究成果。然而，这些成果真正在工业生产中广泛应用，在没有标准之前是根本不可能实现的。本书收集了国内外本领域的主要成果，因此，它不仅将成为本领域读者的良师益友，还将成为标准制订人员的主要参考书。

本书得到了中国现场统计研究会副理事长葛广平教授的大力支持，他在百忙之中为本书作序并亲自参加了第五章的撰写工作，还担任了本书的主审；河北经贸大学的叶金国同志和河北经贸管理干部学院的赵凌华同志参加了第一章的撰写工作，在此一并致谢。

限于作者的水平和时间，错误和不当之处在所难免，敬请读者批评指正。

作者

1998年1月

目　录

第一章　寿命试验数据分析

本章主要介绍寿命试验的基本概念、常用失效分布，以及在常用分布下寿命数据的统计分析方法. 考虑的寿命分布有：指数分布、威布尔分布及对数正态分布；考虑的数据类型主要为定时截尾及定数截尾试验时的截尾子样.

§1.1　寿命分布

1.1.1　几个基本概念

1. 失效分布函数、平均寿命

产品在规定的条件下和规定的时间内，完成规定功能的能力称为产品的可靠性. 产品丧失规定的功能称为失效或故障. 产品从开始工作到首次失效前的一段时间称为寿命，一般用英文字母 T 表示. 易知寿命 T 是一个随机变量，其分布函数为 $F(t)$.

定义 1.1　寿命 T 的分布函数

$$F(t)=P(T\leqslant t)$$

称为失效分布函数，或称寿命分布函数.

寿命分布函数 $F(t)$ 表示在规定条件下，产品的寿命不超过 t 的概率，即产品在 t 时刻前发生失效的概率.

如果 T 是一个连续型随机变量，那么其密度函数

$$f(t)=F'(t)$$

称为失效概率密度函数，简称失效密度. 失效密度 $f(t)$ 像寿命分

布函数 $F(t)$一样，完全确定了产品寿命的统计规律性.

定义 1.2 设寿命 T 的失效概率密度函数为 $f(t)$，则称其数学期望

$$E(T)=\int_0^{\infty} tf(t)\mathrm{d}t$$

为产品的平均寿命.

平均寿命是一个描述产品平均能工作多长时间的量，不少产品，如显像管、电视机、计算机等常用平均寿命作为可靠性指标. 产品可分为不可修复产品（如灯泡、晶体管等）和可修复产品（如电视机、计算机等）两类. 对不可修复产品，平均寿命就是平均寿终时间，记为 MTTF(Mean Time To Failure). 对可修复产品，平均寿命指的是平均无故障工作时间，记为 MTBF(Mean Time Between Failure). 如果我们仅考虑首次失效前的一段工作时间，那么二者就没有什么区别了.

2. 可靠度函数、可靠寿命

定义 1.3 产品在规定的时间 t 内和规定的条件下，完成规定功能的概率称为产品的可靠度函数，简称可靠度，记为 $R(t)$.

$R(t)$表示“产品在时间 t 内完成规定功能”的概率，即“产品寿命 T 大于 t”的概率，因此

$$R(t)=P(T>t)=1-P(T\leqslant t)=1-F(t)$$

或
$$R(t)+F(t)=1$$

$R(t)$与 $F(t)$的关系如图 1—1 所示.

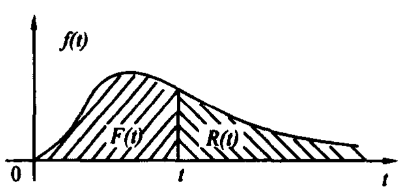


图 1—1

由上式可知，$R(t)$和$F(t)$可以相互唯一确定，所以，$R(t)$与$F(t)$、$f(t)$一样可以用来描述寿命T的统计规律性.

定义 1.4 设产品的可靠度函数为$R(t)$，使可靠度等于给定值r的时间t_r称为可靠寿命，其中r称为可靠水平，满足

$$R(t_r)=r$$

特别地$t_{0.5}$称为中位寿命，$t_{e^{-1}}$称为特征寿命.

由定义可知，产品工作到可靠寿命t_r，大约有$100(1-r)\%$产品失效；产品工作到中位寿命$t_{0.5}$大约有一半失效；产品工作到特征寿命$t_{e^{-1}}$大约有63.2%的产品失效.

3. 失效率函数

产品的失效率是可靠性理论中的重要概念，是产品可靠性的重要指标，许多产品就是用失效率的大小来确定其等级的.

定义 1.5 已工作到时刻t的产品，在时刻t后单位时间内发生失效的概率称为该产品在时刻t的失效率函数，简称失效率，记为$\lambda(t)$.

设T是产品的寿命，其失效分布函数为$F(t)$，失效密度为$f(t)$，则

$$\lambda(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{P(t<T\leqslant t+\Delta t\mid T>t)}{\Delta t}$$

又因为

$$\begin{aligned}&P(t<T\leqslant t+\Delta t\mid T>t)\\&=\frac{P(t<T\leqslant t+\Delta t)}{P(T>t)}\\&=\frac{P(T\leqslant t+\Delta t)-P(T\leqslant t)}{P(T>t)}\\&=\frac{F(t+\Delta t)-F(t)}{1-F(t)}\end{aligned}$$

于是

$$\lambda(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{F(t+\Delta t)-F(t)}{\Delta t}\cdot\frac{1}{1-F(t)}=\frac{F'(t)}{1-F(t)}$$

或 $$\lambda(t)=\frac{F'(t)}{R(t)}=\frac{f(t)}{R(t)}=\frac{-R'(t)}{R(t)}$$

从这些关系式中可以看出，假如已知失效分布 $F(t)$ 或可靠度函数 $R(t)$，就可以确定失效率函数 $\lambda(t)$.

反之，假如已知失效率函数 $\lambda(t)$，解微分方程

$$\frac{R'(t)}{R(t)}=-\lambda(t)$$

可得 $$R(t)=\mathrm{e}^{-\int_0^t \lambda(t)\mathrm{d}t}$$

进而 $$F(t)=1-R(t)=1-\mathrm{e}^{-\int_0^t \lambda(t)\mathrm{d}t}$$

$$f(t)=F'(t)=\lambda(t)\mathrm{e}^{-\int_0^t \lambda(t)\mathrm{d}t}$$

可见 $\lambda(t)$ 与 $F(t)$、$f(t)$、$R(t)$ 一样，全面描述了寿命 T 的统计规律性.

1.1.2 常用失效分布

1. 指数分布

若产品寿命服从指数分布，则产品的失效分布函数与失效密度分别为

$$F(t)=1-\mathrm{e}^{-\lambda t}, t\geqslant 0$$

$$f(t)=\lambda \mathrm{e}^{-\lambda t}, t\geqslant 0$$

其中 $\lambda>0$ 是参数.

由 $\lambda(t)=\dfrac{F'(t)}{1-F(t)}$，可得

$$\lambda(t)=\frac{\lambda \mathrm{e}^{-\lambda t}}{1-(1-\mathrm{e}^{-\lambda t})}=\lambda$$

即，若产品寿命服从指数分布，则产品的失效率为常数 λ.

指数分布的密度函数与失效率函数分别如图 1－2、图 1－3 所示.

指数分布可以用来描述像电视机、电容器、变容二极管等产品的寿命分布情况.

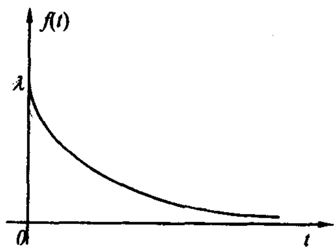


图 1—2

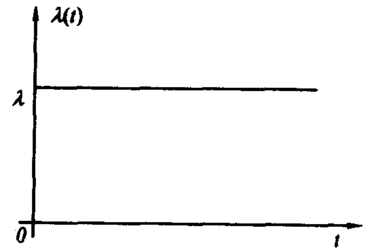


图 1—3

根据数理统计知识，指数分布的数学期望(平均寿命)与方差可以通过下述方法求得：

$$E(T^k)=\int_{-\infty}^{\infty} t^k f(t)\mathrm{d}t=\lambda\int_{0}^{\infty} t^k \mathrm{e}^{-\lambda t}\mathrm{d}t=\frac{\Gamma(k+1)}{\lambda^k}$$

于是

$$E(T)=\frac{\Gamma(2)}{\lambda\cdot}=\frac{1}{\lambda}$$

$$D(T)=E(T^2)-E^2(T)=\frac{\Gamma(3)}{\lambda^2}-\frac{1}{\lambda^2}=\frac{1}{\lambda^2}$$

可见，指数分布的平均寿命 θ 与失效率 λ 互为倒数.

指数分布的可靠度函数为

$$R(t)=1-F(t)=\mathrm{e}^{-\lambda t},t\geqslant 0$$

解 $R(t_r)=r$，即 $\mathrm{e}^{-\lambda t_r}=r$ 得可靠寿命

$$t_r=-\frac{1}{\lambda}\ln r=-\theta\ln r$$

特别地，特征寿命与中位寿命分别为

$$t_{\mathrm{e}^{-1}}=-\frac{1}{\lambda}\ln\mathrm{e}^{-1}=\frac{1}{\lambda}=\theta$$

$$t_{0.5}=-\frac{1}{\lambda}\ln 0.5=-\theta\ln 0.5$$

$t_{\mathrm{e}^{-1}}=\theta$ 表示寿命服从指数分布的产品，大约有 63.2%的产品

在工作到平均寿命以前失效.

最后简单介绍一下指数分布的"无记忆性".

设寿命 T 服从指数分布,则对任意的 $s>0$ 和 $t>0$ 有

$$
\begin{aligned}
P(T>s+t|T>s) &= \frac{P(T>s+t,T>s)}{P(T>s)} \\
&= \frac{P(T>s+t)}{P(T>s)} = \frac{R(s+t)}{R(s)} = \frac{e^{-\lambda(s+t)}}{e^{-\lambda s}} \\
&= e^{-\lambda t} = R(t) = P(T>t)
\end{aligned}
$$

这表明,如果已知产品工作了 s 小时,则它再工作 t 小时的概率与已工作过的时间 s 的长短无关,而好像一个新产品开始工作那样,这个性质通常称为指数分布的"无记忆性". 正是因为这个特性,在实际工作中,把服从指数分布的零件在它还完好时就把它替换下来是无任何好处的.

2. 威布尔分布

威布尔分布在可靠性试验中占有重要地位,它既可描述失效率递增,也可描述失效率递减的情况. 威布尔分布可以从最弱环模型导出,适于因某一局部失效而引起全局机能停止的现象. 譬如,轴承、陶瓷制品、金属材料及绝缘材料等产品或材料的寿命都可以用威布尔分布来描述. 威布尔分布的分布函数为

$$F(t)=1-e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^m},t>0$$

其中 $m>0$ 是形状参数,$\eta>0$ 是尺度参数.

威布尔分布的分布密度函数为

$$f(t)=\frac{mt^{m-1}}{\eta^m}e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^m}$$

如图 1—4 所示.

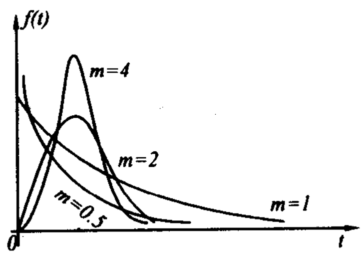


图 1—4

威布尔分布的失效率函数

$$\lambda(t)=\frac{F'(t)}{1-F(t)}=\frac{mt^{m-1}}{\eta^m}$$

当 $m>1$ 时，$\lambda(t)$是递增的；当 $m<1$ 时，$\lambda(t)$是递减的；当 $m=1$ 时，$\lambda(t)$是常数，这就是指数分布，如图 1－5 所示.

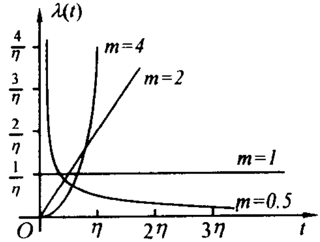


图 1－5

威布尔分布的可靠度函数为

$R(t)=1-F(t)=e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^m},t>0$

解 $R(t_r)=e^{-\left(\frac{t_r}{\eta}\right)^m}=r$ 可得可靠寿命 t_r.

特别地，当 $r=e^{-1}$时，可得特征寿命 $t_{e^{-1}}=\eta$. 即分布函数的尺度参数 η 就是产品的特征寿命.

威布尔分布的平均寿命和方差可由如下方法算出

$$E(T^k)=\int_0^\infty t^k f(t)\mathrm{d}t$$
$$=\int_0^\infty \frac{m}{\eta}\left(\frac{t}{\eta}\right)^{m-1}t^k e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^m}\mathrm{d}t$$

作变量替换

$$u=\left(\frac{t}{\eta}\right)^m,\ t=\eta u^{\frac{1}{m}},\ \mathrm{d}t=\frac{\eta}{m}u^{\frac{1}{m}-1}\mathrm{d}u$$

于是

$$E(T^k)=\eta^k\int_0^\infty u^{\frac{k}{m}}e^{-u}\mathrm{d}u=\eta^k\Gamma\left(\frac{k}{m}+1\right)$$

所以

$$E(T)=\eta\Gamma\left(\frac{1}{m}+1\right)$$

$$D(T)=\eta^2\left[\Gamma\left(\frac{2}{m}+1\right)-\Gamma^2\left(\frac{1}{m}+1\right)\right]$$

3. 对数正态分布

对数正态分布也是可靠性中常用到的一种分布，当寿命 T 的对数 $\lg T$ 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$时，寿命 T 所服从的分布即为对