

21  
世纪

21世纪高职高专系列教材

# 高等数学学习指导书

(理工科用)

中国机械工业教育协会 组编



机械工业出版社  
China Machine Press

21世纪高职高专系列教材

# 高等数学 学习指导书

(理工科用)

中国机械工业教育协会 组编

**主 编** 金华职业技术学院 费定晖  
**副主编** 燕山大学 刘德有  
成都航空职业技术学院 黄兴廉  
金华职业技术学院 方晓华  
北方交通大学 桂文豪  
**参 编** 成都航空职业技术学院 刘红  
燕山大学 尚德平 毕燕影  
金华职业技术学院 吕焱飞  
北方交通大学 程飞  
**主 审** 天津大学 齐植兰

机械工业出版社

本书是与 21 世纪高职高专系列教材中的《高等数学》(理工科用,机械工业出版社,2000 年 8 月第 1 版)配套的学习指导书,系根据高等职业技术教学要求编写的。全书共 12 章,内容与《高等数学》教材相呼应,包括函数、极限与连续,导数与微分,导数的应用,定积分与不定积分,定积分应用,常微分方程,空间解析几何与向量代数,多元函数微分学,二重积分与曲线积分,矩阵及其应用,概率与统计和级数。每章均由基本要求、内容提要、例题分析、习题选解与答案、自我检测题与答案五部分组成。

本书可作为高等职业技术学院、高等学校专科、职工大学、业余大学、夜大学、函授大学、成人教育学院等大专层次的理工科类高等数学课程的教学用书,也可作为广大自学者及工程技术人员自学用书。

## 图书在版编目(CIP)数据

高等数学学习指导书/中国机械工业教育协会组编.  
—北京:机械工业出版社,2001.8  
21 世纪高职高专系列教材·理工科用  
ISBN 7-111-09221-X

I.高… II.中… III.高等数学-高等学校:技术  
学校-教学参考资料 IV.013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 051449 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)  
责任编辑:余茂祚 版式设计:冉晓华  
封面设计:姚毅 责任印制:路琳  
北京机工印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行  
2001 年 8 月第 1 版·第 1 次印刷  
890mm×1240mm A5·10.5 印张·310 千字  
0001-7000 册  
定价:20.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换  
本社购书热线电话(010)68993821、68326677-2527

## 21 世纪高职高专系列教材编委会名单

**编委会主任** 中国机械工业教育协会 郝广发

**编委会副主任** (单位按笔画排)

山东工程学院 仪垂杰

大连理工大学 唐志宏

天津大学 周志刚

甘肃工业大学 路文江

江苏理工大学 杨继昌

成都航空职业技术学院 陈玉华

机械工业出版社 陈瑞藻 (常务)

沈阳工业大学 李荣德

河北工业大学 檀润华

武汉船舶职业技术学院 郭江平

金华职业技术学院 余党军

**编委会委员** (单位按笔画排)

广东白云职业技术学院 谢瀚华

山东省职业技术教育师资培训中心  
邹培明

上海电机技术高等专科学校 徐余法

天津中德职业技术学院 李大卫

天津理工学院职业技术学院 沙洪均

日照职业技术学院 李连业

北方交通大学职业技术学院 佟立本

辽宁工学院职业技术学院 李居参

包头职业技术学院 郑刚

北京科技大学职业技术学院 马德青

北京建设职工大学 常莲

北京海淀走读大学 成运花

江苏理工大学 吴向阳

合肥联合大学 杨久志

同济大学 孙章

机械工业出版社 李超群  
余茂祚 (常务)

沈阳建筑工程学院 王宝金

佳木斯大学职业技术学院 王跃国

河北工业大学 范顺成

哈尔滨理工大学工业技术学院 线恒录

洛阳大学 吴锐

洛阳工学院职业技术学院 李德顺

南昌大学 肖玉梅

厦门大学 朱立秒

湖北工学院高等职业技术学院 吴振彪

彭城职业大学 陈嘉莉

燕山大学 刘德有

# 序

1999年6月中共中央国务院召开第三次全国教育工作会议，作出了“关于深化教育改革，全面推进素质教育的决定”的重大决策，强调教育在综合国力的形成中处于基础地位，坚持实施科教兴国的战略。决定中明确提出要大力发展高等职业教育，培养一大批具有必备的理论知识和较强的实践能力，适应生产、建设、管理、服务第一线急需的高等技术应用性专门人才。为此，教育部召开了关于加强高职高专教学工作会议，进一步明确了高职高专是以培养技术应用性专门人才为根本任务；以适应社会需要为目标；以培养技术应用能力为主线设计学生的知识、能力、素质结构和培养方案；以“应用”为主旨和特征来构建课程和教学内容体系；高职高专的专业设置要体现地区、行业经济和社会发展的需要，即用人的需求；教材可以“一纲多本”，形成有特色的高职高专教材系列。

“教书育人，教材先行”，教育离不开教材。为了贯彻中共中央国务院以及教育部关于高职高专人才培养目标及教材建设的总体要求，中国机械工业教育协会、机械工业出版社组织全国部分有高职高专教学经验的职业技术学院、普通高等学校编写了这套《21世纪高职高专系列教材》。教材首批80余本（书目附书后）已陆续出版发行。

本套教材是根据高中毕业3年制（总学时1600~1800）、兼顾2年制（总学时1100~1200）的高职高专教学计划需要编写的。在内容上突出了基础理论知识的应用和实践能力的培养。基础理论课以应用为目的，以必需、够用为度，以讲清概念、强化应用为重点；专业课加强了针对性和实用性，强化了实践教学。为了扩大使用面，在内容的取舍上也考虑到电大、职大、业大、函大等教育的教学、自学需要。

每类专业的教材在内容安排和体系上是有机联系、相互衔接的，但每本教材又有各自的独立性。因此各地区院校可根据自己的教学特

点进行选择使用。

为了提高质量，真正编写出有显著特色的 21 世纪高职高专系列教材，组织编写队伍时，采取专门办高职的院校与办高职的普通高等院校相互协作编写并交叉审稿，以便实践教学和理论教学能相互渗透。

机械工业出版社是我国成立最早、规模最大的科技出版社之一，在教材编辑出版方面有雄厚的实力和丰富的经验，出版了一大批适用于全国研究生、大学本科、专科、中专、职工培训等各种层次的成套系列教材，在国内享有很高的声誉。我们相信这套教材也一定能成为具有我国特色的、适合 21 世纪高职高专教育特点的系列教材。

中国机械工业教育协会

# 前 言

本书是与 21 世纪高职高专系列教材中的《高等数学》(理工科用,机械工业出版社 2000 年 8 月第 1 版)配套的学习指导书。

在编写本书时,我们注意到初学者对高等数学的一些基本概念理解不透或产生错误,对掌握解题的方法感到困难,对于怎样将一个实际问题抽象成一个数学模型缺乏分析能力和解决能力。而教材本身由于受篇幅等诸多因素的限制,不可能对学生在学习过程中所遇到的各种问题都给出详细的解答。为此,我们编写了这本学习指导书。其目的是帮助高等数学的初学者正确理解与掌握基本概念和有关的基本理论;帮助学生总结解题规律,提高分析问题和解决实际问题的能力,开拓视野、活跃思路;帮助学生逐步解决学习中的困难,为他们在学习过程中提供一个良师益友;同时也是对《高等数学》教材的一种补充。

本书每章由基本要求、内容提要、例题分析、习题选解与答案、自我检测题与答案五部分组成。基本要求按教学要求的不同,分为两个层次。文中用黑体字排印的属较高要求,必须使学生深入理解,牢固掌握,熟练应用。其中,概念、理论用“理解”一词表述,方法、运算用“掌握”一词表述。非黑体字排印的,也是必不可少的,只是在教学要求上低于前者。其中,概念、理论用“了解”一词表述,方法、运算用“会”或“了解”表述。例题及习题选解中的题目一般都是较典型的或较难的习题。自我检测题的命题既注意知识的覆盖面,又注意突出各章的基本要求,学生通过做自我检测题,可使他们及时了解知识的掌握情况和解题能力,对于不足之处可及时予以提高,起到温故知新的作用。对于内容提要,力求克服内容的复述或内容的缩影的倾向,而把重点放在如何理解相应内容和应注意事项以及揭示知识的内在联系上,这样就能帮助学生更好地复习和巩固本章的知识。

编写本书的指导思想为强化基本概念的教学；淡化数学技巧的训练；删去不必要的逻辑推导；突出应用能力的培养。

编写时力求应用性较强，适用面较宽，文字简明通顺，加大信息量，渗透现代数学思想。由于本书是通过实际问题来说明数学思想方法的，所以它比抽象的叙述要丰富、具体，而且易为读者接受。因此，本书除可作为高职理工科类教学用书外，也可作为成人高校、高专、夜大、职大、业大、函大等大专层次的教学用书和广大自学者及工程技术人员的自学用书。

本书章序与《高等数学》（理工科用）相一致，共 12 章。参加编写的单位及人员有：

第 1 章、第 8 章、附录 金华职业技术学院 方晓华；第 2 章、第 3 章、第 4 章 成都航空职业技术学院 黄兴廉、刘红；第 5 章、第 6 章、第 11 章 北方交通大学 桂文豪、程飞；第 7 章 燕山大学 尚仲平；第 9 章 燕山大学 刘德有；第 10 章 金华职业技术学院 吕焱飞；第 12 章 燕山大学 牛燕影。

本书由金华职业技术学院理工学院费定晖教授任主编，他提出了全书的总体构思及编写的指导思想和应注意事项。刘德有、黄兴廉、方晓华、桂文豪为副主编。全书的修改和统稿工作由费定晖、刘德有和桂文豪完成。

本书由天津大学齐植兰教授主审，她认真、仔细地审阅了全稿，并提出了许多宝贵的修改意见，对此表示衷心感谢。

在本书的编写过程中，得到作者所在院校的大力支持和帮助，在此一并表示感谢。

限于作者水平，加之时间仓促，书中难免有缺点和不当之处，敬请专家、同仁和广大读者批评指正。

编 者



# 目 录

序

前言

第 1 章 函数、极限与连续 .....	1
1.1 基本要求 .....	1
1.2 内容提要 .....	1
1.2.1 函数 .....	1
1.2.2 极限 .....	6
1.2.3 极限运算 .....	8
1.2.4 函数的连续性 .....	9
1.3 例题分析 .....	11
1.4 习题选解与答案 .....	18
1.4.1 习题选解 .....	18
1.4.2 习题答案 .....	27
1.5 自我检测题与答案 .....	30
1.5.1 自我检测题 .....	30
1.5.2 自我检测题答案 .....	31
第 2 章 导数与微分 .....	33
2.1 基本要求 .....	33
2.2 内容提要 .....	33
2.2.1 导数的概念 .....	33
2.2.2 导数的运算 .....	35
2.2.3 高阶导数 .....	36
2.2.4 微分的概念 .....	36
2.2.5 曲线的曲率 .....	38

2.3	例题分析 .....	38
2.4	习题选解与答案 .....	44
2.4.1	习题选解 .....	44
2.4.2	习题答案 .....	49
2.5	自我检测题与答案 .....	52
2.5.1	自我检测题 .....	52
2.5.2	自我检测题答案 .....	53
第3章 导数的应用 .....		55
3.1	基本要求 .....	55
3.2	内容提要 .....	55
3.2.1	微分中值定理 .....	55
3.2.2	函数的单调性与极值 .....	56
3.2.3	曲线的凹凸和拐点 .....	58
3.2.4	方程根的近似求法 .....	58
3.3	例题分析 .....	59
3.4	习题选解与答案 .....	65
3.4.1	习题选解 .....	65
3.4.2	习题答案 .....	69
3.5	自我检测题与答案 .....	70
3.5.1	自我检测题 .....	70
3.5.2	自我检测题答案 .....	71
第4章 定积分与不定积分 .....		72
4.1	基本要求 .....	72
4.2	内容提要 .....	72
4.2.1	定积分的概念 .....	72
4.2.2	微积分基本定理 .....	74
4.2.3	不定积分的性质与基本积分公式 .....	75
4.2.4	基本积分法 .....	76
4.2.5	定积分的近似计算 .....	79

4.3	例题分析 .....	79
4.4	习题选解与答案 .....	86
4.4.1	习题选解 .....	86
4.4.2	习题答案 .....	94
4.5	自我检测题与答案 .....	96
4.5.1	自我检测题 .....	96
4.5.2	自我检测题答案 .....	97
第5章 定积分的应用 .....		98
5.1	基本要求 .....	98
5.2	内容提要 .....	98
5.2.1	定积分的微元法 .....	98
5.2.2	平面图形的面积 .....	98
5.2.3	体积 .....	99
5.2.4	平面曲线的弧长 .....	100
5.2.5	定积分在物理方面的应用 .....	100
5.3	例题分析 .....	101
5.4	习题选解与答案 .....	104
5.4.1	习题选解 .....	104
5.4.2	习题答案 .....	115
5.5	自我检测题与答案 .....	116
5.5.1	自我检测题 .....	116
5.5.2	自我检测题答案 .....	117
第6章 常微分方程 .....		118
6.1	基本要求 .....	118
6.2	内容提要 .....	118
6.2.1	常微分方程的概念 .....	118
6.2.2	一阶微分方程 .....	119
6.2.3	二阶常系数线性微分方程 .....	120
6.2.4	微分方程应用 .....	122

6.3	例题分析 .....	122
6.4	习题选解与答案 .....	127
6.4.1	习题选解 .....	127
6.4.2	习题答案 .....	139
6.5	自我检测题与答案 .....	142
6.5.1	自我检测题 .....	142
6.5.2	自我检测题答案 .....	142
第7章 向量代数与空间解析几何 .....		144
7.1	基本要求 .....	144
7.2	内容提要 .....	144
7.2.1	空间直角坐标系 .....	144
7.2.2	向量 .....	145
7.2.3	两向量的数量积与向量积 .....	147
7.2.4	平面和空间直线 .....	148
7.2.5	曲面和空间曲线 .....	149
7.3	例题分析 .....	150
7.4	习题选解与答案 .....	155
7.4.1	习题选解 .....	155
7.4.2	习题答案 .....	161
7.5	自我检测题与答案 .....	164
7.5.1	自我检测题 .....	164
7.5.2	自我检测题答案 .....	165
第8章 多元函数微分学 .....		166
8.1	基本要求 .....	166
8.2	内容提要 .....	166
8.2.1	多元函数的概念 .....	166
8.2.2	偏导数 .....	167
8.2.3	全微分的概念 .....	168
8.2.4	多元函数求导法则 .....	168

8.2.5	偏导数的几何应用 .....	170
8.2.6	多元函数的极值 .....	170
8.3	例题分析 .....	172
8.4	习题选解与答案 .....	177
8.4.1	习题选解 .....	177
8.4.2	习题答案 .....	185
8.5	自我检测题与答案 .....	188
8.5.1	自我检测题 .....	188
8.5.2	自我检测题答案 .....	189
<b>第9章 多元函数积分学 .....</b>		<b>190</b>
9.1	基本要求 .....	190
9.2	内容提要 .....	190
9.2.1	二重积分 .....	190
9.2.2	对坐标的曲线积分 .....	194
9.3	例题分析 .....	196
9.4	习题选解与答案 .....	205
9.4.1	习题选解 .....	205
9.4.2	习题答案 .....	214
9.5	自我检测题与答案 .....	216
9.5.1	自我检测题 .....	216
9.5.2	自我检测题答案 .....	217
<b>第10章 矩阵及其应用 .....</b>		<b>219</b>
10.1	基本要求 .....	219
10.2	内容提要 .....	219
10.2.1	矩阵 .....	219
10.2.2	行列式 .....	221
10.2.3	逆矩阵及其求法 .....	222
10.2.4	矩阵的秩与初等变换 .....	223
10.2.5	线性方程组 .....	223

10.3	例题分析	225
10.4	习题选解与答案	233
10.4.1	习题选解	233
10.4.2	习题答案	241
10.5	自我检测题与答案	245
10.5.1	自我检测题	245
10.5.2	自我检测题答案	246
第 11 章 概率与统计		248
11.1	基本要求	248
11.2	内容提要	248
11.2.1	随机事件与概率	248
11.2.2	随机变量及其数字特征	250
11.2.3	常用数理统计方法	251
11.3	例题分析	253
11.4	习题选解与答案	258
11.4.1	习题选解	258
11.4.2	习题答案	267
11.5	自我检测题与答案	268
11.5.1	自我检测题	268
11.5.2	自我检测题答案	269
第 12 章 级 数		270
12.1	基本要求	270
12.2	内容提要	270
12.2.1	数项级数	270
12.2.2	幂级数	273
12.2.3	傅立叶级数	275
12.3	例题分析	278
12.4	习题选解与答案	286
12.4.1	习题选解	286

12.4.2 习题答案 .....	294
<b>12.5 自我检测题与答案 .....</b>	<b>300</b>
12.5.1 自我检测题 .....	300
12.5.2 自我检测题答案 .....	301
<b>附录 A 初等数学常用公式 .....</b>	<b>303</b>
<b>附录 B 简易积分表 .....</b>	<b>309</b>
<b>附录 C 希腊字母 .....</b>	<b>319</b>
<b>附录 D 常用数学符号 .....</b>	<b>320</b>

# 第1章 函数、极限与连续

## 1.1 基本要求

1. 理解函数的概念，会求函数的定义域。
2. 了解函数的奇偶性、单调性、周期性和有界性。
3. 理解复合函数的概念，了解反函数的概念。
4. 掌握基本初等函数的性质及其图形。
5. 会建立简单实际问题中的函数关系式。
6. 理解极限的概念，会描述各种极限状态。
7. 掌握极限四则运算法则。
8. 会用各种基本方法以及两个重要极限求数列和函数的极限。
9. 了解无穷小、无穷大以及无穷小的阶的概念。会用等价无穷小求极限。
10. 理解函数在一点连续的概念。
11. 了解间断点的概念并会判断间断点的类型。
12. 了解初等函数的连续性和闭区间上连续函数的性质（最大值最小值定理和介值定理）。

## 1.2 内容提要

### 1.2.1 函数

1. 函数的概念 函数是高等数学研究的基本对象。在函数定义中，定义域与对应法则是函数概念的两个要素，只有定义域与对应法则都确定了，函数才能完全确定。

(1) 对于两个函数，如果定义域和对应法则都相同，它们就是同一函数，否则就不是同一函数。例如， $f(x) = \ln x^2$ ,  $g(x) = 2 \ln x$ , 因  $f(x)$  的定义域是  $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ , 而  $g(x)$  的定义域是  $(0, +\infty)$ , 所以它们是不同的函数。又如  $f(x) = |x|$  和  $g(x) = \sqrt{x^2}$ , 它们的定义域与对应



法则都相同，所以是相同的函数。由函数定义可知，常量  $y = c$  也是函数。

(2) 在函数记号  $y = f(x)$  中，记号  $f(\ )$  表示自变量  $x$  与因变量  $y$  之间的对应法则。例如， $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ ， $f(\ )$  指的是这样一个法则：自变量的平方与 1 的和再开平方的法则。对应法则  $f(\ )$  与自变量、因变量用什么字母表示无关，且不限于表示某一个数学表达式，也可以表示几个数学表达式（如分段函数），甚至还可以表示一个几何图形或一张数据表格。必须注意，分段函数是一个函数，而不是几个函数。

(3) 函数的定义域是函数概念的重要因素。因为高等数学所讨论的范围是实数域，如果自变量取值超出了此范围，我们就说函数没有意义。函数的定义域是指使  $y$  有意义的自变量  $x$  的取值范围，它的表示法常用不等式表示、区间表示、集合表示、叙述表示、图示表示等。求函数定义域的方法是：若是实际问题，定义域除考虑函数解析式有意义外，还需使实际问题有意义才行。若函数为一般数学式子时，定义域一般是使这个式子有意义的一切实数集合，若函数解析式是由几个数学式子经四则运算组合而成的，则它的定义域就应取这几个数学式子自变量允许值的公共部分。对于几个式子表示的分段函数，其定义域是各项定义域加在一起。

2. 函数的简单性质 奇偶性、单调性、周期性、有界性是函数的几种主要特征，它们不仅可以从直观上帮助我们了解函数的形态和帮助作出图像，而且是对函数作进一步研究时所不可缺少的工具。

(1) 函数的奇偶性的讨论都是就定义域是对称区间  $(-a, a)$  而言的，离开这个条件是无从谈一个函数的奇偶性的。例如  $f(x) = \ln x$ ，它既不是奇函数也不是偶函数。特别地，函数  $y = 0$  既是奇函数也是偶函数。

(2) 从函数  $f(x)$  的有界性定义可得  $-M \leq f(x) \leq M$ ，因此从直观上看，在平面直角坐标系中，有界函数的图像应完全落在直线  $y = -M$  及  $y = M$  为边的“带形”区域之内。

### 3. 反函数要弄清以下两个方面的问题

(1) 当函数的反对应关系是单值时，才有反函数，如果反对应