医用物理学

实验教程

YIYONG WULIXUE SHIYAN JIAOCHENG

主 编
张淑丽 夏力丁

人民军医出版社
PEOPLE'S MILITARY MEDICAL PRESS

医用物理学实验教程

YIYONG WULIXUE SHIYAN JIAOCHENG

主　编　张淑丽　夏力丁

人民军医出版社
People's Military Medical Press
北　京

图书在版编目(CIP)数据

医用物理学实验教程/张淑丽,夏力丁主编.—北京:人民军医出版社,2004.8
ISBN 7-80194-263-9

Ⅰ.医… Ⅱ.①张…②夏… Ⅲ.医用物理学-实验-医学院校-教材 Ⅳ.R312-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 012931 号

策划编辑:张怡泓 **加工编辑**:焦健姿 **责任审读**:周晓洲
版式设计:赫英华 **封面设计**:吴朝洪 **责任监印**:陈琪福
出 版 人:齐学进
出版发行:人民军医出版社 **经销**:新华书店
通信地址:北京市复兴路 22 号甲 3 号 **邮编**:100842
电话:(010)66882586(发行部)、51927290(总编室)
传真:(010)68222916(发行部)、66882583(办公室)
网址:www.pmmp.com.cn

印刷:京南印刷厂 **装订**:桃园装订厂
开本:787mm×1092mm 1/16
印张:4.5 **字数**:100 千字
版次:2004 年 8 月第 1 版 **印次**:2004 年 8 月第 1 次印刷
印数:0001~5000
定价:5.00 元

内容提要

本书是根据卫生部颁布的高等医学院校医用物理学教学大纲，并参照 2001 年人民卫生出版社出版的《医用物理学实验》教材，本着科学性、系统性、先进性、发展性、平衡性和适用性的原则，结合医学院校医用物理学实验课的教学实际情况与需要精心编写而成。内容包括 11 个基本物理实验的实验目的、器材、原理、操作步骤及注意事项、思考题等。能帮助学生强化概念，掌握实验方法，提高实验操作技能，可供全国高等医学院校本科、专科生参考学习。

责任编辑 张怡泓 焦健姿

前 言

医用物理学是建立在实验基础之上的一门自然科学。医用物理学实验是医用物理学的重要组成部分，是无法用理论课来替代的相对独立开设的一门课程。物理学实验方法和操作技能不仅是医学，也是其他自然学科的实验教学、检测方法和科学研究的基础。因此，医用物理学实验课的教学目的不仅要求学生掌握进行实验的物理理论，而且更重要的是要掌握学习物理学的实验方法，进行操作技能的训练及培养学生自己动手进行科学实验、科学研究的能力和严谨的科学作风与实事求是的精神。

本书是根据卫生部颁布的高等医学院校医用物理学教学大纲，并参照 2001 年人民卫生出版社出版的《医用物理学实验》教材，本着科学性、系统性、先进性、发展性、平衡性及适用性的原则，结合本校医用物理学实验课的教学实际情况与需要而编写的。其中第一篇由张淑丽编写，第二篇的实验一～十一由夏力丁编写，实验十二～十三由张淑丽编写。

在编写本书的过程中，得到了齐齐哈尔医学院物理教研室全体教师与有关部门的大力支持和帮助，特在此表示衷心的感谢！

由于编者的水平有限，其不足乃至错漏之处在所难免，恳请使用本书的教师和学生批评指正，以便今后提高。

编 者

目 录

第一篇 绪 论

医用物理学是一门以实验为基础的自然科学，是高等医学院校各专业学生必修的重要基础课程，而医用物理学实验则是理论课教学极为重要的有机组成部分。现代医学研究和临床诊断、治疗等各方面都广泛应用着物理的实验手段和物理理论的指导，因此，医学院校的学生应努力学好医用物理学的理论课和实验课，为今后的学习和工作打下坚实的基础。

一、物理学实验的教学目的

1. 培养学生的动手能力，使学生在物理实验的基础知识、基本方法和实验技能等方面得到严格的训练，掌握基本物理量测量的原理和方法，学会正确选择和使用基本物理仪器，对实验数据进行正确判断和处理并能对实验结果进行合理分析。

2. 通过对实验现象的观察、对物理量的测量和对实验结果的分析，使学生加深对物理学基本理论和定律的理解和掌握，逐步提高观察、分析实验现象和总结实验规律的能力。学习用所学过的理论知识分析和解决实验中所存在的问题。

3. 通过实验课的教学使学生在运用理论知识、采取合理的实验方法和实验技术手段解决实际问题方面得到必要的基本训练，初步培养学生用实验手段解决实际问题的能力，同时培养学生严肃认真、实事求是的工作作风。

二、如何学好医用物理学实验

1. 端正学习态度，充分认识物理学实验课的重要性。医用物理学实验课的教学时数少，须掌握的内容多。要想在短时间内学会一整套物理学实验课的基本方法、知识和技能，没有严肃、认真的学习态度且不花费大力气和工夫是很难做到的。因此，学生应充分利用短暂的实验课教学时间。实验前充分地预习，实验中按实验要求合理进行实验操作，仔细观察、思考实验现象，正确记录实验数据，并对实验结果加以全面分析，实验结束后认真写好实验报告，认真上好每一次实验课。

2. 实验前应认真预习好基本物理仪器的原理和使用方法，只有在大学的医用物理学实验课课堂上学生才有机会接触许多精密、贵重的物理实验仪器和设备，因此，在实验过程中要创造更多的使用和熟悉物理仪器的机会，尽可能做到操作熟练，为掌握复杂的医疗仪器的使用打下基础。

3. 要注意养成良好的实验习惯，确保安全第一。根据实验场所的环境和实验所需的装置，正确合理地安排好各种装置、电源及导线的位置，做到实验线路一目了然，尽可能减少实验

过程中可能发生的人为故障,使实验得以准确、无误、顺利地进行。特别是进行电学实验时,一定要养成求稳不求快的习惯。对每一个连接点都要确保完好连接,否则只要线路中有一个点虚接,就会浪费大量时间去反复检查线路,甚至使整个实验得出错误的结论。

4. 要注意掌握实验中所采用的基本测量方法。基本测量方法是复杂测量方法的基础,实验过程中不但要理解其原理,而且要尽力熟悉和牢记。

5. 养成真实记录原始实验数据的习惯,字迹一定要清楚、整洁。对原始实验数据一定要实事求是地进行记录,要用钢笔将原始数据、实验环境的温度、所使用仪器的名称、编号等准确无误地记在事先设计好的表格和预习报告上。原始数据绝不能随意更改,有些学生看到自己的实验结果与所预期的不相符合时便随意改动原始数据,这是物理实验的大忌。历史上许多物理定律都是由于实验数据与根据已有理论所预期的结果不一致才得以被发现的。所以真实地记录原始数据是取得正确实验结果的前提。

6. 培养对实验结果进行分析、判断的能力。当实验结果与所预期的不相符合时,先根据不符合程度的大小来判断问题可能存在的环节,加以改正后重做实验。若无法判断出问题的原因,则请教师帮助解决,从中学会判断和解决问题的方法,从而提高判断分析的能力。

7. 珍惜每次实验课的时间。有时在完成规定的测量内容后还有剩余的时间,这时不要忙于结束实验。首先重新回忆和检查一下自己的整个实验过程,分析一下实验可能存在的问题,找出本实验的关键步骤所在,怎样做才能使实验更准确。如果仍有剩余时间,则多进行一些仪器的操作,进一步掌握仪器的原理和使用方法。

三、医用物理学实验课的三个教学环节

物理学实验课是学生在教师指导下独立进行实验的课程。因此在整个实验课过程中要充分发挥学生的主观能动性,通过以下三个教学环节培养学生独立的工作能力和严肃认真、实事求是的工作作风。

1. *课前认真预习* 认真阅读实验教材,充分了解本次实验的目的、原理和方法、内容和注意事项,同时对实验所用的仪器、设备、元件和实验步骤有一个大概的了解,在充分预习的基础上写出预习报告,并设计好数据记录表格。

2. *实验中正确操作* 实验时要遵守实验室的规章制度,仔细阅读仪器的使用方法和注意事项,在教师指导下正确使用仪器。对于电学实验,必须经教师检查电路的连接正确无误后方可接通电源进行实验(电学、电子学实验须执行以下所述电学、电子学操作规程)。实验进行时应合理操作、认真思考、仔细观察,及时认真地把原始数据用钢笔记录在预先画好的表格内,如须删去已记入的数据,可用笔划掉,同时注明原因。测量完毕后请教师检查实验数据,合格后方可结束实验并请教师签字。

3. *写好实验报告* 先对数据进行整理计算,然后用简洁的文字写好实验报告。实验报告应字迹清楚,文理通顺,图表正确、完整,逐步培养自己分析、总结问题的能力。实验报告的内容为:

(1)实验题目、日期。

(2)实验目的。

(3)实验仪器及所用元器件(仪器应写出型号、编号、规格)。

(4)简述实验原理、实验方法及步骤,并画出电路图。

(5)完成数据表格及图线、图表等。

(6)实验结果的表示及讨论。

(7)附有教师签字的原始数据。

四、实验室规则

1. 闲杂人等一律不准进入实验室，进入实验室的一切人员必须严格遵守实验室的各项规章制度。

2. 实验前根据指导教师的讲述或实验书上的说明检查仪器、元器件，如有缺损应立即向指导教师报告。

3. 未了解仪器性能之前切勿动手操作，使用仪器时必须严守操作规程，学生不许擅自拆卸仪器，不许做与本实验内容无关的实验。

4. 严格遵守操作规程，注意节约实验消耗材料。

5. 实验完毕，要清理仪器及元器件，填写仪器使用登记表。关闭电源和水道，做好卫生工作，经实验指导教师允许后方可离开实验室。

6. 如有损坏仪器或丢失器材，按情节轻重，有关责任者要赔偿损失并写出书面检查。参加实验人员必须严格遵守上述规则。

五、电学、电子学操作规程

1. 首先认清实验仪器、元器件的名称、极性、标值。

2. 按电路图摆好各仪器及元器件位置，根据测量范围，选好量程，断开开关。一般用红色导线连接电源的"＋"极输出。电表"＋"极接高电势，"－"极接低电势。顺次连接电路。

3. 电路连接完毕后，必须请指导教师检查，确认无误后方可闭合开关。

4. 在实验测量过程中不允许改变仪器、仪表的量程，如须改变量程时，要断开电路（切断电源），在整个电路不通电的情况下，再重新选定量程。

5. 测量出实验数据后，经指导教师审阅许可后，方可拆卸电路。拆卸电路时，要先断开开关，关闭电源。再将实验仪器、各元器件及导线整理复原。

六、测量误差与数据处理

任何测量和实验都受到误差的影响，估算并分析误差是科学实验过程中极为重要的组成部分。有关误差理论及其应用已发展成为一门专门的学科，作为进行科学实验基本训练的物理实验课，必须赋予学生正确的最基本的误差理论知识，它包含误差的成因、减少测量误差的基本方法及其分类，以及误差的估算与测量结果的正确表达。本节讲的是基础的误差理论，它为物理实验而写，并适用于其他实验过程，是一切实验的基础知识。

（一）测量与误差

1. 测量及其分类 物理实验内容包括两个重要的方面：一是对物理现象的细致观察；二

是对物理量的精确测量。观察是对现象的定性了解，测量是定量的研究。测量是物理实验的基础，研究物理现象，了解物质特性，验证物理原理都要进行测量。

所谓测量就是将待测量与规定的同类标准单位量相比较，在允许的误差范围内测得该待测量的大小。例如长度的单位是米、厘米和毫米；质量的单位是千克、克和毫克；电流强度的单位是安[培]、毫安和微安；时间的单位是秒、毫秒和微秒等，而且每个测量值都是由数值(倍数)与单位构成。

根据获得测量结果的方法不同，测量可分为直接测量和间接测量。直接测量是指某些待测量可直接由仪器上读出。例如用直尺测量物体的长度，用天平测量物体的质量，用电流计测量线路中的电流，用秒表测量时间等都是直接测量。间接测量是指许多待测量往往不能直接测得，需要利用直接测量的量与待测量之间的已知函数关系进行运算，从而得到该待测量的测量结果。例如测量球体的体积 V 时，先直接测量球的直径 d，再经公式 $V=\pi d^3/6$ 可计算出球体的体积。

根据测量条件的异同，测量可分为等精度测量和非等精度测量。实验中对同一待测量，用同一仪器或精度相同的仪器，在同一条件下进行的各次测量是等精度测量，否则是非等精度测量。等精度测量的各个测得量的可靠程度是相同的。因此，只有等精度测量才能进行误差计算。

2. *测量的数据* 直接测量的数据从仪器上直接读取，因此直接测量的数据称为读数或原始数据，它是测量的原始依据。在实验中，原始数据必须边测量边记录，不得事后补记。

间接测量的数据是通过对直接测量的原始数据进行某种数学运算得到的，因此有时把间接测量的数据叫做得数。

3. *测量的误差及其分类* 任何一个待测量在一定的条件下都存在着确定的客观真实值，这个值称为该待测量的“真值”。实际测得的量称为测量值。任何测量仪器、测量方法、测量环境、测量者的观察力等都不能做到绝对严密，因此测得的结果只能准确到一定的程度，不能认为测量的结果就是它的真值，真值是不可能确切测得的。

测量误差就是测量值与真值之间的差值。实验证明：测量结果都有误差，误差自始至终存在于一切科学实验和测量的过程中。在实验中，每使用一种仪器，进行一次测量，都会引入误差。测量一个物理量用的仪器越多，引入误差的机会就越多，因此分析测量中可能产生的误差，尽可能消除或减少其影响，并对测量结果中未能消除的误差做出估算，是物理实验和其他科学实验必不可少的工作，为此，我们必须了解误差的概念、特性、产生的原因和估算方法等有关知识。

测量误差的来源是多方面的，就其性质而言可分为系统误差和偶然误差。

在一定的测量条件下做多次重复测量时，误差的数值和正负号有较明显的规律，这种误差称系统误差。系统误差主要是由于：仪器本身的缺陷或没有按规定条件使用仪器(如天平臂不等、砝码的质量不准、仪器零点未校准等)；定理或公式本身不够严密或实验方法粗糙；实验者技术不够熟练，有不良习惯，使测量值总是有规律地朝某一方偏离真值等，因此系统误差又叫恒定误差，可以通过校准仪器、改进实验装置和实验方法或对测量结果进行理论上的修正而加以消除或尽可能减少。

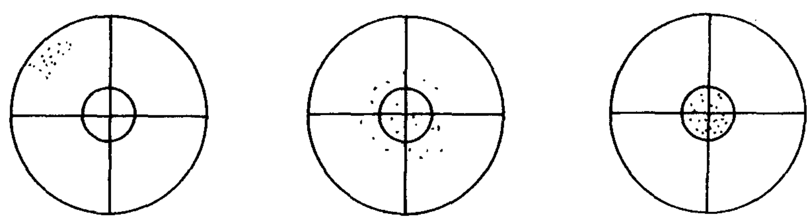
偶然误差又称随机误差，是指在一定的测量条件下做多次重复的测量，误差出现的数值和正负号没有明显规律。这种误差是由于许多不可预测的偶然因素造成的。如测量时外界温度或湿度的微小起伏、杂散电磁场的干扰、不规则的机械振动和电压的随机波动等，使实验过程

中的物理现象和仪器的性能时刻发生随机的变化，致使每次测量值围绕着测量的平均值发生有涨有落的变化。偶然误差的出现，就某一次测量值来说是没有规律的，其大小和方向都不能预知，但对一个量进行足够的多次测量，则会发现它们的偶然误差是按一定的统计规律分布的，并且正、负误差出现的机会相等。因此，增加重复测量的次数可以减少偶然误差，但是偶然误差是不可能消除的。

必须强调的是：误差与测量中的错误是根本不同的。测量中的错误是由于实验者在测量、记录或计算时读错、记错、算错或实验设计错误、操作不当等造成的。测量中的错误不是误差，它完全可以且必须避免。

4. *对测量结果的评价，精度、正确度、精密度三者之间的关系* 测量结果的正确度与精密度分别是对系统误差和偶然误差的描述。从测量中可以知道，系统误差越大，测量结果与其真值的偏差也越大。通常将系统误差的大小作为反映正确度高低的定量指标。另一方面，对同一被测量做多次重复测量时，各测量值之间的接近程度是对测量值的精密度的描述。因此，在测量中偶然误差越大，则多次重复测量同一被测量所得的各次测量值相互之间的偏离也越大，即越分散，表明测量值的精密度越低。可见，偶然误差可以作为反映精密度高低的定量指标。精度又称精确度，用它来描述测量结果与真值的接近程度。精确度包含了正确度和精密度两方面的含义。只有当系统误差和偶然误差都小时才能认为精确度高。精确度描述了对同一被测量做多次重复测量时，所有测量值对其真值的接近程度以及各测量值之间的接近程度。

正确度、精密度和精确度三者之间的关系可以用打靶时弹着点的分布情况来说明。如图1-1所示，图 1-1a 中显示弹着点集中，表示精密度高，即偶然误差小，但位置不正，所有弹着点均离靶心较远，表示有一较大的系统误差，正确度低；图 1-1b 显示弹着点较分散，表示精密度不如图 1-1a，但所有弹着点都在靶心附近，表示正确度较图 1-1a 高，即系统误差较图 1-1a 小；图 1-1c 显示所有弹着点都集中于靶心，表示精密度和正确度都高，即偶然误差和系统误差均小，精确度高。



a　　b　　c

图 1-1　正确度、精密度、精确度的形象描述

(二)系统误差的修正

在许多情况下，系统误差是影响测量结果精确度的主要因素，然而它又常常不明显地表现出来，因此，找出系统误差并设法修正它或消除它的影响是误差分析的一个重要内容。系统误差的表现各式各样，必须认真地研究和分析测量原理、仪器及装置的配置、仪器的调整和使用方法，测量条件的选择以及环境因素等与实验全过程有关的各个环节，采取适当的手段去消除系统误差对测量结果的影响。

下面简单介绍几种修正系统误差的方法。

1. 对理论公式进行合理地修正。

2. 严格遵守仪器、装置的调节要求和使用条件。

3. 采用特殊的测量方法。例如用复称法消除天平臂长不等所引起的误差;用电桥测电阻时,采用比较方法,用标准电阻代替待测电阻使电桥重新达到平衡,这时标准电阻的数值就是待测电阻值,这样可避免桥臂的系统误差;对分光计则采用对称测量方法以消除偏心误差等。以上只介绍了几种较简单的分析、修正系统误差的方法,但系统误差的问题往往都是很复杂的,解决它的方法也多种多样,应该在实际工作中不断地学习和研究。

(三)偶然误差的估计及测量结果的表示

现在我们假定在没有系统误差存在的情况下来讨论偶然误差问题。

直接测量和间接测量都有误差,间接测量的数据依赖于直接测量,因此直接测量的误差也必然影响到间接测量的误差,二者之间存在一定的联系。我们首先讨论直接测量的误差,然后讨论间接测量的误差,最后介绍测量结果的表示法。误差的表示方法有两种:一种是绝对误差,一种是相对误差,二者存在一定的联系。

1. 直接测量的误差

(1)单次直接测量偶然误差的估计:实际工作中,有时测量不能重复,有时不需要精确测量,我们可采取一次测量并估计误差。估计误差要根据仪器上注明的仪器误差以及测量条件来确定。没有注明仪器误差的仪器,可取仪器的最小分度的一半作为本次测量误差,例如用米尺测量物体的长度,米尺的最小分度为 1mm 时,误差可取 0.5mm。从教学角度看,只做一次测量的误差值,可根据实验的不同情况以及学生的实验技巧的高低来具体对待。

(2)多次测量偶然误差的估计

①以算术平均值代表测量结果:偶然误差在测量次数足够多的情况下服从统计规律,即测量值比真值大的概率和比真值小的概率几乎相等。在操作方法正确的情况下,各次测量的结果都应在真值附近。

设被测量的真值为 n,测量次数为 K,各次测量值分别为 $N_1, N_2, \cdots\cdots, N_k$,则各次测量值与真值之差分别为:

$$\Delta n_1 = N_1 - n, \Delta n_2 = N_2 - n, \cdots\cdots, \Delta n_k = N_k - n$$

根据前面的分析,这些差值有正有负,在测量次数足够多的情况下,

$$\lim_{k\to\infty}(\Delta n_1 + \Delta n_2 + \cdots\cdots + \Delta n_k) = 0 \tag{1-1}$$

$$n = \lim_{k\to\infty}\frac{N_1 + N_2 + \cdots\cdots + N_k}{k} \tag{1-2}$$

式(1-2)表明无限多次测量值的平均值等于真值。

在实际测量中,实验次数总是有限的,当 k 为有限值时,式(1-1)不等于零,算术平均值也不等于真值,但接近于真值,测量的次数越多,就越接近于真值。算术平均值用 $\bar{N}$ 表示,即

$$\bar{N} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} N_i = \frac{1}{k}(N_1 + N_2 + \cdots\cdots + N_i) \tag{1-3}$$

②标准误差:根据误差的定义可知真值不能确定,因此误差也只能估计。估计偶然误差的方法有很多种,最常用的是用标准误差来表示偶然误差。

设对某一物理量在测量条件相同的情况下进行 k 次无明显系统误差的独立测量。用测量值算术平均值 $\overline{N}$ 来表示测量结果。每一次测量值 N_i 与 $\overline{N}$ 之差称为偏差，记为：

$$\Delta N_i = N_i - \overline{N} \quad (i=1,2,\cdots\cdots,k) \tag{1-4}$$

显然每次测量的偏差有正有负、有大有小，因而常用"方均根"对它们进行统计，得到的结果就是单个测量值的标准误差，用 σ 表示：

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}(N_i-\overline{N})^2}{k-1}} \tag{1-5}$$

k 次测量结果的平均值 $\overline{N}$ 的标准误差 σ_N：

$$\sigma_N = \frac{\sigma}{\sqrt{k}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}(N_i-\overline{N})^2}{k(k-1)}} \tag{1-6}$$

式(1-6)表示多次测量减小了偶然误差。

③算术平均误差：还有一种偶然误差的估计方法是算术平均误差，记为：

$$\delta_N = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}|\delta_{Ni}| \tag{1-7}$$

式中 $\delta_{Ni} = N_i - \overline{N}$。

算术平均误差常用于误差分析，实验设计或做粗略的误差计算。

2. 间接测量的误差计算　很多实验中进行的测量都是间接测量。间接测量的结果是由直接测量结果根据一定的数学公式计算出来的。因此，直接测量结果的误差必然影响间接测量的结果，这种影响的大小也可以由相应的数学公式计算出来。表达各直接测量结果的误差与间接测量结果的误差之间的关系式称为误差传递公式。

(1)误差传递的基本公式：设间接测得量的数学表达式为：

$$N = f(x,y,z,\cdots\cdots) \tag{1-8}$$

$x,y,z,\cdots\cdots$ 为独立的物理量(直接测得量)。对式(1-8)求全微分，即

$$\mathrm{d}N = \frac{\partial f}{\partial x}\mathrm{d}x + \frac{\partial f}{\partial y}\mathrm{d}y + \frac{\partial f}{\partial z}\mathrm{d}z + \cdots\cdots \tag{1-9}$$

把 $\mathrm{d}N,\mathrm{d}x,\mathrm{d}y,\mathrm{d}z\cdots\cdots$ 看作误差，式(1-9)就是误差的传递公式。当 $x,y,z\cdots\cdots$ 有微小改变 $\mathrm{d}x,\mathrm{d}y,\mathrm{d}z\cdots\cdots$ 时，N 改变 $\mathrm{d}N$，通常误差远小于测量值。

有时把式(1-8)取对数后，再求全微分，即

$$\ln N = \ln f(x,y,z,\cdots\cdots) \tag{1-10}$$

$$\frac{\mathrm{d}N}{N} = \frac{\partial \ln f}{\partial x}\mathrm{d}x + \frac{\partial \ln f}{\partial y}\mathrm{d}y + \frac{\partial \ln f}{\partial z}\mathrm{d}z + \cdots\cdots \tag{1-11}$$

式(1-9)和式(1-11)就是误差传递的基本公式。其中式 1-9 中的 $\frac{\partial f}{\partial x}\mathrm{d}x,\frac{\partial f}{\partial y}\mathrm{d}y,\frac{\partial f}{\partial z}\mathrm{d}z\cdots\cdots$ 及式 1-11 中的 $\frac{\partial \ln f}{\partial x}\mathrm{d}x,\frac{\partial \ln f}{\partial y}\mathrm{d}y,\frac{\partial \ln f}{\partial z}\mathrm{d}z\cdots\cdots$ 各项叫做分误差，$\frac{\partial f}{\partial x},\frac{\partial f}{\partial y},\frac{\partial f}{\partial z}\cdots\cdots$ 或 $\frac{\partial \ln f}{\partial x},\frac{\partial \ln f}{\partial y},\frac{\partial \ln f}{\partial z}\cdots\cdots$ 叫做误差的传递系数。由式(1-9)及式(1-11)可见：一个量的测量误差对于总误差的贡献，不仅取决于其本身误差的大小，还取决于误差传递系数。对于和、差的函数，直接应用式(1-9)；对于积商的函数，用式(1-11)更简捷合理。

(2)偶然误差的传递与合成，由各部分的分误差组合成总误差，就是误差的合成，误差的传递公式(1-9)、(1-11)包含了误差的合成。

各个独立量测量结果的偶然误差，是以一定方式合成的。如果用标准误差代表偶然误差，它们的合成方式是方和根合成，根据式(1-9)及式(1-11)则：

$$\sigma_N=\sqrt{(\frac{\partial f}{\partial x})^2\sigma_x^2+(\frac{\partial f}{\partial y})^2\sigma_y^2+(\frac{\partial f}{\partial z})^2\sigma_z^2+\cdots\cdots} \tag{1-12}$$

$$\frac{\sigma_N}{N}=\sqrt{(\frac{\partial \ln f}{\partial x})^2\sigma_x^2+(\frac{\partial \ln f}{\partial y})^2\sigma_y^2+(\frac{\partial \ln f}{\partial z})^2\sigma_z^2+\cdots\cdots} \tag{1-13}$$

常用函数的标准误差传递公式如表 1-1 所示。

由表 1-1 可见：加减法运算用绝对误差平方和计算误差，乘、除法运算用相对误差平方和计算误差，都取正号。归纳起来求间接测量结果误差(标准误差的方和根合成)的步骤为：①对函数求全微分(或先取对数再求全微分)；②合并同一变量的系数；③用标准误差代替微分项，求平方和。

科学实验中一般都采用方和根合成法来估计间接测量结果的偶然误差。如果系统误差是主要的，且其符号又不能确定，则不必区分系统误差和偶然误差，或假定偶然误差是在极端条件下合成的，我们将对公式(1-9)和(1-11)中各项取绝对值相加，即

$$\Delta N=\left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|\Delta x+\left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|\Delta y+\left|\frac{\partial f}{\partial z}\right|\Delta z+\cdots\cdots \tag{1-14}$$

$$\frac{\Delta N}{N}=\left|\frac{\partial \ln f}{\partial x}\right|\Delta x+\left|\frac{\partial \ln f}{\partial y}\right|\Delta y+\left|\frac{\partial \ln f}{\partial z}\right|\Delta z+\cdots\cdots \tag{1-15}$$

这种方法是误差的算术合成法，常用在误差分析、实验设计或做粗略的误差计算。常用函数的算术合成误差传递公式如表 1-2 所示。

表 1-1　常用函数的标准误差传递公式

函数表达式	标准误差传递(合成)公式
$N=x+y$	$\sigma_N=\sqrt{\sigma_x^2+\sigma_y^2}$
$N=x-y$	$\sigma_N=\sqrt{\sigma_x^2+\sigma_y^2}$
$N=x\cdot y$	$\frac{\sigma_N}{N}=\sqrt{(\frac{\sigma x}{x})^2+(\frac{\sigma y}{y})^2}$
$N=\frac{x}{y}$	$\frac{\sigma_N}{N}=\sqrt{(\frac{\sigma x}{x})^2+(\frac{\sigma y}{y})^2}$
$N=\frac{x^k y^m}{z^n}$	$\frac{\sigma_N}{N}=\sqrt{k^2(\frac{\sigma_x}{x})^2+m^2(\frac{\sigma_y}{y})^2+n^2(\frac{\sigma_z}{z})^2}$
$N=kx$	$\sigma_N=k\sigma_x,\frac{\sigma_N}{N}=\frac{\sigma_x}{x}$
$N=\sqrt[k]{x}$	$\frac{\sigma_N}{N}=\frac{\sigma_x}{kx}$
$N=\sin x$	$\sigma_N=\lvert\cos x\rvert\sigma_x$
$N=\ln x$	$\sigma_N=\frac{\sigma_x}{x}$

表 1-2　常用函数的算术合成误差传递公式

函数表达式	误差合成(传递)公式
$N=x+y$	$\Delta N=\Delta x+\Delta y$
$N=x-y$	$\Delta N=\Delta x+\Delta y$
$N=x\cdot y$	$\frac{\Delta N}{N}=\frac{\Delta x}{x}+\frac{\Delta y}{y}$
$N=\frac{x}{y}$	$\frac{\Delta N}{N}=\frac{\Delta x}{x}+\frac{\Delta y}{y}$
$N=\frac{x^k y^m}{z^n}$	$\frac{\Delta N}{N}=k\frac{\Delta x}{x}+m\frac{\Delta y}{y}+n\frac{\Delta z}{z}$
$N=kx$	$\Delta N=k\Delta x,\frac{\Delta N}{N}=\frac{\Delta x}{x}$
$N=\sqrt[k]{x}$	$\frac{\Delta N}{N}=\frac{\Delta x}{kx}$

公式中每项都取正值。加、减法运算用绝对误差相加计算误差，乘、除法运算用相对误差相加计算误差

3. 测量结果的表示 包括绝对误差和相对误差。

(1)绝对误差:通常把测量结果写成 $N\pm\Delta N$,其中 N 是测量值,它可以是一次测量值,也可以是多次测量的平均值 $\bar{N}$,ΔN 是绝对误差。对多次测量的结果,一般用 $\bar{N}\pm\sigma_N$ 代表 $N\pm\Delta N$。例如:测得一长度为 $L=(7.04\pm0.06)$cm,它并不表示 L 只有 $7.04+0.06=7.10$cm 和 $7.04-0.06=6.98$cm 两个值,而是表示 L 在 7.04 附近正、负 0.06cm 的范围内包含真值的一定的可能性(概率)。因此,不排除多次测量中有部分测量值在 $N\pm\Delta N$ 以外。不同的估计方法得到的 ΔN 表示在 $N\pm\Delta N$ 范围内包含真值的不同的概率;或者说对于不同的置信度,ΔN 的大小是不同的。

(2)相对误差:绝对误差可以说明测量结果的误差范围,但不能更客观地反映测量的准确程度。例如测量某物体长度的平均值为 1.000m,绝对误差为 1mm,测另一物体长度的平均值为 1.0cm 绝对误差也为 1 mm。但误差对于平均值的百分比,前者小于后者,显然前者测量的准确程度高于后者。为此引入相对误差的概念,用 E 来表示。

$$E=\frac{\Delta N}{N}\times100\%\left(\text{即等于}\frac{\sigma}{N}\text{或}\frac{\sigma_N}{N}\times100\%\right) \tag{1-16}$$

有时被测量的量有公认值或理论值,则用百分误差加以比较:

$$\text{百分误差}=\frac{|\text{测量值}-\text{理论值}|}{\text{理论值}}\times100\% \tag{1-17}$$

相对误差与绝对误差之间的关系是:

$$\Delta N=N\times E=N\times\frac{\Delta N}{N} \tag{1-18}$$

考虑到相对误差,测量结果应表示为:

$$N'=N\pm\Delta N=N(1\pm E) \tag{1-19}$$

则多次测量结果表示为:

$$N=\bar{N}\pm\sigma_N=\bar{N}\left(1\pm\frac{\sigma_N}{N}\right)=\bar{N}(1\pm E) \tag{1-20}$$

一般情况下相对误差可取 2 位数字。

由误差传递公式可以看出,间接测量量为和、差的函数时,应先计算绝对误差,而当间接测量量为积、商的函数时,应先计算相对误差,这将给误差计算带来很大的方便。

【例 1】 用单摆测定重力加速度的公式为 $g=\frac{4\pi^2 l}{T^2}$,今测得 $T=2.000\pm0.002$s,$l=(100.0\pm0.1)$cm。试求重力加速度 g 及其标准误差 σ_g 与相对误差 E_g。

解:已知 $g=\frac{4\pi^2 l}{T^2}$,按误差传递公式,g 的绝对误差为:

$$\begin{aligned}
\sigma_g &=\sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial T}\right)^2\sigma_T^2+\left(\frac{\partial g}{\partial l}\right)^2\sigma_l^2}=\sqrt{\left(-\frac{8\pi^2 l}{T^3}\right)^2\sigma_T^2+\left(\frac{4\pi^2}{T^2}\right)^2\sigma_l^2}\\
&=\sqrt{\frac{16\pi^4}{T^4}\left(\frac{4l^2}{T^2}\sigma_T^2+\sigma_l^2\right)}=\frac{4\pi^2}{T^2}\sqrt{\frac{4l^2}{T^2}\sigma_T^2+\sigma_l^2}\\
&=\frac{4\times3.142^2}{2.000^2}\sqrt{\frac{4\times100.0^2}{2.000^2}\times0.002^2+0.1^2}=2.2\text{cm}\cdot\text{s}^{-2}
\end{aligned}$$

$$g=\frac{4\pi^2 l}{T^2}=\frac{4\times3.142^2\times100.0}{2.000^2}=987.2\text{cm}\cdot\text{s}^{-2}$$

绝对误差一般取一位，测量结果最佳值的末位数应与绝对误差的位数对齐。因此，g 的测量结果应表示为：g＝(987±2)cm・s^{-2}，g 的相对误差为：

$$E_g=\frac{\sigma_g}{g}\times100\%=\frac{2.2}{987.2}\times100\%=0.22\%$$

（四）电学测量的仪表误差

电学测量的仪表误差，一方面决定于仪表结构的完善程度，叫做仪表的基本误差，另一方面决定于仪表的安装是否合理，是否调试正常。我们主要讨论仪表的基本误差。设仪表刻度的任一标称值为 N_i，其与真值间的绝对误差为 ΔN_i，其中误差最大者为 ΔN_m。用 N_m 表示仪表刻度尺的满刻度读数(等于量程)，则仪表的基本误差 α 记为：

$$\alpha=\frac{\Delta N_m}{N_m}\times100\% \tag{1-21}$$

仪表的基本误差是划分仪表准确度等级的依据。国家规定的准确度分为 0.1 级、0.2 级、0.5 级、1.0 级、1.5 级、2.5 级、5.0 级 7.0 级。这些相应的等级数字表示仪表的基本误差。例如，0.1 级仪表的基本误差为 0.1%，2.5 级仪表的基本误差为 2.5%。

在使用电学仪表时，最大误差范围 ΔN_m 可由式(1-21)得出：

$$\Delta N_m=N_m\times\alpha \tag{1-22}$$

式中，N_m 为选择的量程，α 由仪表等级确定。

测量的相对误差 E 也可求出。设量程为 N_m，某次测量值为 N_i，最大绝对误差为 ΔN_m，则相对误差为：

$$E=\frac{\Delta N_m}{N_i}=\frac{\Delta N_m}{N_i}\times\frac{N_m}{N_m}=\frac{\Delta N_m}{N_m}\times\frac{N_m}{N_i}=\alpha\times\frac{N_m}{N_i} \tag{1-23}$$

此式说明，相对误差的大小与仪表的准确度级别 α 及量程大小成正比，与待测量的大小成反比。除了尽量选择准确度级别高的仪表外，在不超过最大测量值的前提下，尽量选择较小的量程来减小测量的误差。这里应强调选择量程的重要性，在仪表级别已确定的情况下，量程选得过小容易损坏电表，量程选择过大，又会使测量误差增大，二者必须兼顾。

一旦仪表的量程确定后，就是如何从仪表上读取测量原始数据的问题。关键是如何确定有效数字的可疑位(有效数字的问题下面会讲到)。方法是，先由式(1-22)求出绝对误差 ΔN_m，再确定有效数字的可疑位及相对误差。

【例 2】 准确度级别为 0.1 级的万用电表，量程为 10V，仪表指示数为 8.26V，求其绝对误差、最后的读数及相对误差；如果万用电表的准确度级别为 1 级，量程和仪表的指示数均不变又如何？

解： 绝对误差：$\Delta N_m=N_m\times\alpha=10\text{V}\times0.1\%=0.01\text{V}$

由此可确定读数的可疑位在百分位上，读数为 8.26V。

$$\text{相对误差}：E=\frac{\Delta N_m}{N_i}=\frac{0.01}{8.26}=0.12\%$$

测量结果：U＝(8.26±0.01)V。

若仪表的准确度级别为 1 级，则 $\Delta N_m=N_m\times\alpha=10\text{V}\times1\%=0.1\text{V}$ 读数的可疑位在十分位，因而不能读 8.26V，而应读作 8.3V。

相对误差：$E=\frac{\Delta N_m}{Ni}=\frac{0.1}{8.3}=1.2\%$

测量结果：$U=(8.3\pm0.1)\text{V}$。

以上的计算表明，在仪表的指示数及量程均相同的条件下，仪表的级别不同，测量结果的可疑位、误差及最后读数均不相同。

（五）有效数字及其运算

1. *有效数字的概念* 当用仪器对某一物理量进行测量时，由于仪器精度（即仪器上的最小分度）的限制和读数无法完全准确等原因，所以只能读出其近似值。仪器的精度越高，它的最小分度值就越小。仪器的精度限制了测量的准确程度。例如，用米尺测量某一物体的长度，测得的值是为 4.6～4.7cm。若要再准确一点，就要在 0.1cm 以下进行估测读数。例如，估测的读数为 4.64cm，最后一位的“4”就是实验者用自己的眼估测的读数，显然不够准确。不同的实验者估计的数值也不一定相同，因此这个末位数就是可疑的数字，这一位叫可疑位，或称欠准确位，低于可疑位的数字是无意义的，要四舍五入。直接测量数据的可疑位就是仪器最小分度的下一位。

综上所述，把测量的数据记录到可疑位为止，这样的数据叫做有效数字。直接测量的有效数字决定于测量仪器的精度，有效数字的位数不能随意增减。

确定有效数字的位数时应注意的事项：

(1)有效数字与“0”的关系：测量数据末位的“0”记为有效数字，它表示这一位是可疑位。有效数字首部的“0”不记为有效数字。例如用米尺测量物体的长度为 5.40cm＝0.054 0m，二者均为 3 位有效数字。

(2)有效数字的位数与小数点的位置无关：同一数据用不同的单位，小数点的位置因单位而异，但有效数字的位数不变。例如，1 500mm＝150.0cm＝1.500m；7 530mA＝7.530A，均为 4 位有效数字。

(3)较大数和较小数的有效数字用科学记数法表示：例如，钠光波长为0.000 058 90cm＝$5\,890\times10^{-8}$cm。

2. *有效数字与误差的关系* 在医用物理实验中，为简便起见，绝对误差一般只取 1 位数字，相对误差取 2 位。

根据有效数字的定义，有效数字的最后一位是含有误差的，因此，确定测量结果有效数字位数的原则是：最后一位要与绝对误差所在的一位取齐。例如，电流 I＝(3.50±0.02)A 的记录是正确的，I＝(3.5±0.02)A 的记录是错误的。要确定测量结果的有效数字位数，首先应确定绝对误差的大小，然后按上述原则来判断。例如，某电流表最小分度为 0.01A，由于绝对误差为最小分度值的 1/10，因而应在小数点后第 3 位，测量时如果表针正好指在 1A 的刻度上，测量值应写成 1.000A。写成 1A、1.0A、1.000 0A 等都是错误的。

有效数字与相对误差也有一定的关系。大体上说，有效数字位数越多，相对误差越小。2 位有效数字，相对误差是 1/10～1/100，3 位有效数字，相对误差是 1/10～1/1 000，余类推。

有效数字不但反映了测量值的大小，而且反映了测量的准确程度。有效数字的位数越多，测量的准确度就越高，例如，用不同精度的量具，测量同一物体的厚度 d 时，用最小分度为 1mm 的钢尺测量，$d=6.2$mm，仪器的误差 0.1mm，相对误差 $E=0.1/6.2=1.6\%$；用 50 分度