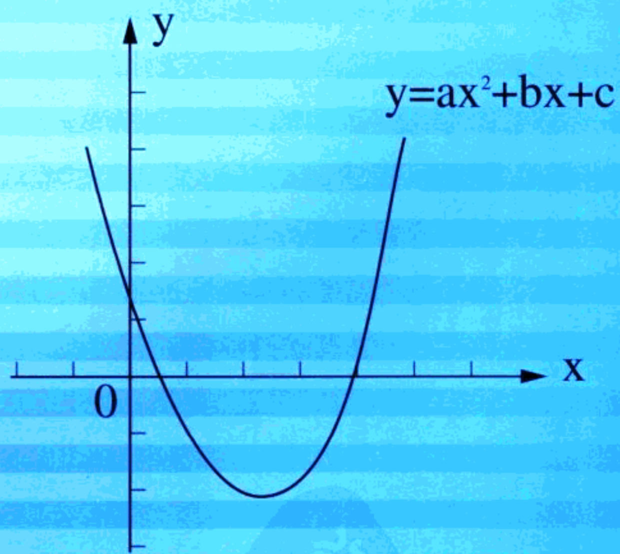
中等职业学校教学用书

数学

（综合版）

王建国 主编



石 油 工 业 出 版 社

说　明

为了贯彻《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》精神，落实《面向21世纪教育振兴行动计划》中提出的职业教育课程改革和教材建设规划，根据《中专学校数学教学大纲》的要求，针对目前中专学生的文化基础和接受能力，编写中等职业学校试用教材。

本书在体例上有下列特点：

1. 准确把握数学的根基，深入浅出，使学生扎扎实实地掌握基础知识和基本技能.

2. 按照学生的认知规律精心安排每一节的教学过程，使教师好教，学生易学，有利于提高教学质量.

3. 把培养数学的思维方式作为教学目标之一，按照数学的思维方式编写每一节的内容.

4. 例题与练习相匹配，真正做到"小台阶、低起点、小密度"练习.

本教材包括中等数学和高等数学两部分. 在编写过程中，主要参阅了：高等教育出版社出版的《中专数学》教材和人民教育出版社出版的《高中数学》教材以及一些相关资料.

由于编者的水平有限，教材中难免有错误和不当之处，恳切期望大家在使用过程中注意总结经验，及时提出修改意见和建议，使之不断完善和提高.

廊坊食品工程学校数理教研室

2004年3月

目　录

第一章　集合与逻辑用语

第一节　集　　合

一、集合的基本概念

观察下面几组对象:(1)2,4,6,8,10;(2)平面上与点 O 的距离为 3cm 的所有点形成的一个圆;(3)所有的直角三角形;(4)$x,2x+1,3x^2+1,x^2+y^2$;(5)小明和他的爷爷、奶奶、父亲、母亲组成的一个家庭.

从上述例子看它们分别是由一些数、一些点、一些图形、一些整式、一些物体组成的,我们用集合这个词来表述它,即

集合　是指由一些事物组成的整体(也简称简集),而这些事物中的每一个称为这个集合的一个**元素**.例如(1)是由 2,4,6,8,10 组成的集合.2,4,6,8,10 都是这个集合的元素.我们一般用大括号表示集号.如(1)表示成{2,4,6,8,10},集合通常用大写英文字母 $A,B,C\cdots$ 表示.

下面是一些常用的数集及其记法.

全体非负整数的集合通常简称**非负整数集**(或**自然数集**),记作 N,非负整数集内排除 0 的集,也称正整数集,表示成 N^* 或 N_+;

全体整数的集合通常简称**整数集**,记作 Z;

全体有理数的集合通常简称**有理数集**,记作 Q;

全体实数的集合通常简称**实数集**,记作 R.

集合的元素通常用小写英文字母 $a,b,c\cdots$ 或者小写希腊字母 $\alpha,\beta\cdots$ 来表示,如果 α 是集合 A 的元素,就说 α **属于**集合 A,记作 $\alpha\in A$;如果 α 不是集合 A 的元素,就说 α **不属于**集合 A,记作 $\alpha\notin A$(或 $\alpha\ \overline{\in}A$).

例如设 B 表示集合{1,3,5,7,9},则

$$5\in B,\frac{3}{2}\notin B$$

组成集合的事物都是确定的.也就是说,给定一个集合,任何一个对象是不是这个集合的元素,也就确定了.如,给出集合{地球上的四大洋},它只有太平洋、大西洋、印度洋、北冰洋这四个元素,其他对象都不是他的元素.又如"小李所在的一年级(一)班的高个子男生"就不能组成一个集全,因为组成它的对象是不确定的.

二、集合的表示法

集合的表示方法,常用的有列举法和描述法.

把集合中的元素一一列举出来,写在大括号内表示集合的方法,叫做**列举法**.

例如,由数 1,2,3,4,5 组成的集合,可以表示为

$$\{1,2,3,4,5\}$$

用列举法表示集合时,不必考虑元素之间的顺序,例如上例也可表示成{5,4,3,2,1},也

有表示成$\{1,2,5,4,3\}$等等.

应该注意,a、$\{a\}$是不同的:a 表示一个元素;$\{a\}$表示一个集合,这个集合只有一个元素 a.

把集合中的元素的公共属性描述出来,写在大括号内表示集合的方法,叫做**描述法**.这时往往在大括号内先写上这个集合的代表元素,再划一条竖线,在竖线的右边写上这个集合的公共属性.

例如,由不等式 $x-3>2$ 的所有的解组成的集合(即 $x-3>2$ 的解集),可以表示为

$$\{x \mid x\in R \text{ 且 } x-3>2\}$$

如果从上下文看,$x\in R$ 是明确的,那么 $x\in R$ 可略去不写,因此上述集合也可以写成

$$\{x \mid x-3>2\}^{①}$$

一般地,含有有限个元素的集合叫做**有限集**.上面,集合$\{1,2,3,4,5\}$就是有限集;含有无限个元素的集合叫做**无限集**,集合$\{x \mid x-3>2\}$就是无限集.

请同学们说出本节开始的五个例题中哪些是有限集,哪些是无限集.

再看一个例子,方程 $x^2+1<0$ 的所有实数解组成的集合,可以表示为

$$\{x \mid x\in R \text{ 且 } x^2+1<0\}$$

这个集合是没有元素的.一般地,我们把不含任何元素的集合叫做**空集**,记作 Φ.

为了形象地表示集合,有时也用图示法表示集合,即画一条封闭的曲线,用它的内部表示一个集合.

例如,图 1-1 表示任何一个集合 A;图 1-2 表示$\{2,4,6,8,10\}$.

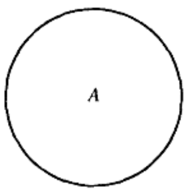


图 1-1

图 1-2

三、集合与集合的关系

1. 子集

集合与集合之间,存在着“包含”与“相等”的关系.

先看集合与集合之间的“包含”关系,设

$$A=\{1,3\},B=\{1,2,3,4\}$$

集合 A 是集合 B 的一部分,我们就说集合 B 包含集合 A.

一般地,对于两个集合 A 与 B,如果集合 A 的每一个元素都是集合 B 的元素,那么 A 叫做 B 的一个**子集**,记作

$$A\subseteq B(\text{或 } B\supseteq A)$$

---

① 有时也可以用冒号或分号代替竖线,如$\{x\ \ x-3>2\}$或$\{x\ \ x-3>2\}$

读作“A **包含于** B”(或“B **包含** A”),例如

$$A \subseteq Z, N \subseteq Q, R \supseteq Z, R \supseteq Q$$

当 A 不是 B 的一个子集时,我们可以记作

$$A \nsubseteq B(\text{或 } B \nsupseteq A)$$

读作“A 不包含于 B”(或“B 不包含 A”).

我们规定:**空集是任何集合的子集**.也就是说,对于任何集合 A,有

$$\Phi \subseteq A$$

再看集合与集合之间的“相等”关系,设

$$A=\{x \mid x^2-1=0\}, B=\{-1,1\}$$

集合 A 与集合 B 的元素是相同的,我们就说集合 A 等于集合 B.

一般地,如果集合 A 与集合 B 的元素完全一样,那么称 A 与 B **相等**,记作

$$A=B$$

由集合的“包含”与“相等”的关系,可以得出下面的结论.

(1) 对于任何一个集合 A,因为它的任何一个元素都属于集合 A 本身,所以

$$A \subseteq A$$

也就是说,**任何一个集合是它本身的子集**.

如果 A 是 B 的子集,并且 B 中至少有一个元素不属于 A,那么集合 A 叫做集合 B 的**真子集**,记作

$$A \subsetneqq B(\text{或 } B \supsetneqq A)$$

读作“A 真包含于 B”(或“B 真包含 A”).

例如集合$\{1,2\}$是集合$\{1,2,3\}$的子集,且集合$\{1,2,3\}$中至少有一个元素不属于集合$\{1,2\}$,所以集合$\{1,2\}$是集合$\{1,2,3\}$的真子集.

用图形表示如图 1-3.

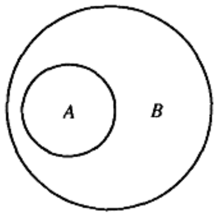


图 1-3

显然,**空集是任何非空集合的真子集**.

在集合 N,Z,Q,R 中,Z 是哪些集合的真子集?

容易知道,对于集合 A,B,C,如果 $A \subseteq B, B \subseteq C$,那么 $A \subseteq C$.事实上,设 x 是集合 A 的任何一个元素,因为 $A \subseteq B$,所以 $x \in B$,又因为 $B \subseteq C$,所以 $x \in C$,从而 $A \subseteq C$.

同理可知,对于集合 A,B,C,如果 $A \subsetneqq B, B \subsetneqq C$,那么 $A \subsetneqq C$.

(2)对于集合 A,B,如果 $A \subseteq B$,且 $B \subseteq A$,那么 $A=B$.

例 写出集合$\{a,b\}$的所有子集及真子集.

解:集合$\{a,b\}$的所有子集是 $\Phi,\{a\},\{b\},\{a,b\}$,其中 $\Phi,\{a\},\{b\}$是真子集.

2. 全集与补集

举一个例子.参加第 27 届奥运会的中国体育代表团有射击队、体操队、举重队、乒乓球队、跳水队、羽毛球队、田径队等等,用集合的语言,这每一个队都是中国体育代表团的子集.这时我们把中国体育代表团称为全集.

一般地,如果在讨论的问题中,每一个集合都是某一个集合 S 的子集,那么 S 为**全集**.

通常用U表示全集,也就是说全集含有我们所要研究的各个集合的全部元素.

例如,在实数范围内讨论问题时,可以把实数集 R 看作全集U.

再看一个例子.有理数集 Q 与无理数集都是 R 的子集,这两个子集对全集 R 有什么关系呢?

我们用 B 表示无理数集,容易看出 B 是由不属于 Q 的实数组成的.很自然地把无理数 B 称为 Q 在 R 中的补集.

一般地,设U是全集,A 是U的一个子集(即 $A\subseteq U$),由U中所有不属于 A 的元素组成的集合,称为 A 在U中的**补集**,记作

$$C_U A$$

读作"A 在U中的补".

如果从上下文可以明显看出全集U指的是哪个集合,则可以把U省略不写,即记作

$$CA$$

读作"A 的补".

图 1-4 中的阴影部分表示 A 在U中的补集 $C_U A$.

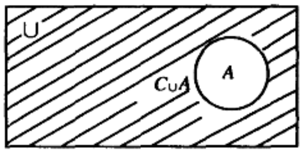


图 1-4

3. 交集、并集

图 1-5(1)中给出了两个集合 A 与 B,集合 A 与 B 的公共部分就叫做 A 与 B 的交[图 1-5(2)中的阴影部分],集合 A 与 B 合并到一起得到的集合就叫做 A 与 B 的并[图 1-5(3)的阴影部分].

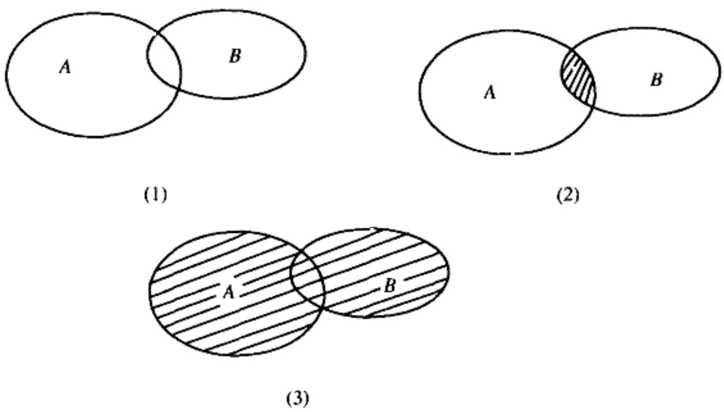


图 1-5

一般地,由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合,叫做 A 与 B 的**交集**,记作 $A\cap B$(读作"A 交 B"),即

$$A\cap B=\{x\mid x\in A,\text{且 } x\in B\}$$

而且所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合,叫做 A 与 B 的**并集**,记作 $A\cup B$(读作"A 并 B"),即

$$A\cup B=\{x\in A,\text{或 } x\in B\}$$

例 1 设 $A=\{4,5,6,8\}$，$B=\{3,5,7,8\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$.

解：
$$A\cap B=\{4,5,6,8\}\cap\{3,5,7,8\}=\{5,8\}$$
$$A\cup B=\{4,5,6,8\}\cup\{3,5,7,8\}=\{3,4,5,6,7,8\}.$$

集合中的元素是没有重复现象的，两个集合的并集中，原两个集合的公共元素只能出现一次，不要写成

$$A\cup B=\{3,4,5,5,6,7,8,8\}.$$

例 2 设 $A=\{x\mid x$ 是等腰三角形$\}$，$B=\{x\mid x$ 是直角三角形$\}$，求 $A\cap B$.

解： $A\cap B=\{x\mid x$ 是等腰三角形$\}\cap\{x\mid x$ 是直角三角形$\}$
$=\{x\mid x$ 是等腰直角三角形$\}$.

例 3 设 $A=\{x\mid x$ 是锐角三角形$\}$，$B=\{x\mid x$ 是钝角三角形$\}$，求 $A\cup B$.

解： $A\cup B=\{x\mid x$ 是锐角三角形$\}\cup\{x\mid x$ 是钝角三角形$\}$
$=\{x\mid x$ 是斜三角形$\}$.

由交集定义容易知道，对于任何集合 A，B，有

$$A\cap A=A,\ A\cap\Phi=\Phi,\ A\cap B=B\cap A$$

由并集定义容易知道，对于任何集合 A，B，有

$$A\cup A=A,\ A\cup\Phi=A,\ A\cup B=B\cup A$$

形如 $2n(n\in Z)$ 的整数叫做**偶数**，形如 $2n+1(n\in Z)$ 的整数叫做**奇数**，全体奇数的集合简称**奇数集**，全体偶数的集合简称**偶数集**.

例 4 已知 A 为奇数集，B 为偶数集，Z 为整数集，求 $A\cap B$，$A\cap Z$，$B\cap Z$，$A\cup B$，$A\cup Z$，$B\cup Z$.

解： $A\cap B=\{$奇数$\}\cap\{$偶数$\}=\Phi$

$A\cap Z=\{$奇数$\}\cap Z=\{$奇数$\}=A$

$B\cap Z=\{$偶数$\}\cap Z=\{$偶数$\}=B$

$A\cup B=\{$奇数$\}\cup\{$偶数$\}=Z$

$A\cup Z=\{$奇数$\}\cup Z=Z$

$B\cup Z=\{$偶数$\}\cup Z=Z$

例 5 设 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，$A=\{3,4,5\}$，$B=\{4,7,8\}$，求 C_UA，C_UB，$A\cap C_UA$，$A\cup C_UA$，$(C_UA)\cap(C_UB)$，$(C_UA)\cup(C_UB)$.

解： $C_UA=\{1,2,6,7,8\}$

$C_UB=\{1,2,3,5,6\}$

$A\cap C_UA=\{3,4,5\}\cap\{1,2,6,7,8\}=\Phi$

$$A\cup C_UA=\{3,4,5\}\cup\{1,2,6,7,8\}=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}=U$$

$(C_UA)\cap(C_UB)=\{1,2,6\}$

$(C_UA)\cup(C_UB)=\{1,2,3,5,6,7,8\}$.

通过上例，及上一节补集的定义容易得出，对于全集$\cup$的任意子集 A，有

$A\cap C_{\cup}A=\Phi, A\cup C_{\cup}A=U, C_{\cup}(C_{\cup}A)=A$

其中，$C_{\cup}(C_{\cup}A)$表示 $C_{\cup}A$ 的补集(参看图 1－4)．

习题 1－1

1．用符号“$\notin$”或“$\notin$”填空：

(1) $\sqrt{5}$____Q；　(2) 1.4142 ____Q；　(3) 7 ____N；

(4) -19 ____N；　(5) $\sqrt{7}$____R；　(6) $1+\sqrt{2}$____R．

2．用列举法表示下述集合：

(1) 小于 10 的自然数组成的集合；

(2) 比 2 大 3 的数组成的集合；

(3) 方程 $x^2-16=0$ 的解集；

(4) 9 的平方根组成的集合．

3．用描述法表示下列集合：

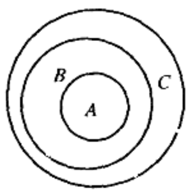
(1) 所有偶数组成的集合；

(2) 小于 1000 的所有自然数组成的集合；

(3) 不等于 $x^2-4>0$ 的解的集合；

(4) 不等式 $x-3<0$ 的解集．

4．图中 A,B,C 表示集合，说明它们之间有什么包含关系．



(4题图)

5．判断下列各题所表示的关系是否正确？并且纠正其中的错误．

(1) $5\in\{1,3,5,7\}$；

(2) $0\in\Phi$；

(3) 3,14,16$\notin${无理数}；

(4) $\{n\mid n\in N^*$，且 $n<4\}\subsetneqq\{1,2,3\}$；

(5) $\{x\mid x-6=0\}=6$；

(6) $\{x\mid x<4\}\subsetneqq\{3\}$；

(7) 设 N 是全集，$A=\{n\mid n\in N$，且 $n\geqslant4\}$，则

$$CA=\{1,2,3\}.$$

6．设 $S=\{x\mid x$ 是至少一组对边平行的四边形$\}$，$A=\{x\mid x$ 是平行四边形$\}$，求 C_SA．

7．设$\cup=Z$，$A=\{x\mid x=2k,k\in Z\}$，$B=\{x\mid x=2k+1,k\in Z\}$求 $C_{\cup}A$，$C_{\cup}B$．

8．在空格上填写适当集合．

(1) $\{6,7,8,9\}\cap\{5,6,7\}=$ ______;

(2) $\{a,c,f\}\cup\{b,d,e\}=$ ______;

(3) $Q\cap R=$ ______;

(4) $Q\cup A=$ ______,其中 A 表示所有无理数组成的集合;

(5) $Z\cap Q=$ ______.

9. 在下列各小题中,求 $A\cap B$.

(1) $A=\{x\mid x\geqslant -2\}$, $B=\{x\mid x\leqslant 5\}$;

(2) $A=\{x\mid x^2=16\}$, $B=\{x\mid x+4=0\}$;

(3) $A=\{m\mid m\in Z$,且 $m<4\}$, $B=\{m\mid m\in Z$,且 $m>-1\}$.

10. 在下列各小题中,求 $A\cup B$.

(1) $A=\{x\mid x+3\leqslant 0\}$, $B=\{x\mid x-1>0\}$;

(2) $A=\{x\mid x^2=16\}$, $B=\{x\mid x+4=0\}$;

(3) $A=\{m\mid m\in N$,且 $m<4\}$, $B=\{m\mid m-4=0\}$.

11. 用适当的集合填空.

$\cap$	Φ	A	B
Φ	___	___	___
A	___	___	___
B	___	$B\cap A$	___

$\cup$	Φ	A	B
Φ	___	___	___
A	A	___	___
B	___	___	___

12. 学校里开运动会,设 $A=\{x\mid x$ 是参加百米赛跑的同学$\}$, $B=\{x\mid x$ 是参加跳高比赛的同学$\}$,求 $A\cap B$.

13. 设 $A=\{x\mid x$ 是红星农场的汽车$\}$, $B=\{x\mid x$ 是红星农场的拖拉机$\}$,求 $A\cup B$.

14. 设 $\cup=\{a,b,c,d,e,f\}$, $A=\{a,c,d\}$, $B=\{b,d,e\}$,求 $C_\cup A$, $C_\cup B$, $(C_\cup A)\cap(C_\cup B)$, $(C_\cup A)\cup(C_\cup B)$, $C_\cup(A\cap B)$, $C_\cup(A\cup B)$,并指出其中相等的集合.

第二节　不等式的解法

一、含绝对值不等式的解法

商品质量规定,商店出售的标明 500g 的袋装食盐,其实际数与所标数相差不能超过 5g,设实际数是 xg,那么,x 应满足

$$\begin{cases}x-500\leqslant 5\\500-x\leqslant 5\end{cases}$$

由绝对值的意义,这个结果也可以表示成

$$|x-500|\leqslant 5$$

这是一个含绝对值的不等式,怎样解含绝对值的不等式呢?

让我们先看含绝对值的方程.

$$|x|=2$$

由绝对值意义可知,方程的解是 $x=2$ 或 $x=-2$,在数轴上表示如下(图 1-6).

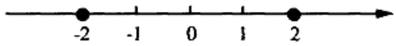


图 1-6

再看相应的不等式 $|x|<2$ 与 $|x|>2$.

由绝对值意义,结合数轴表示(图 1-6)可知,不等式 $|x|<2$ 表示数轴上到原点的距离小于 2 的点的集合,在数轴上表示如下(图 1-7).

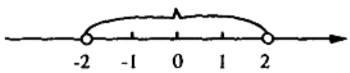


图 1-7

因而不等式 $|x|<2$ 的解集是

$$\{x\mid -2<x<2\}.$$

类似地,不等式 $|x|>2$ 表示数轴上到原点的距离大于 2 的点的集合,在数轴上表示如下(图 1-8).

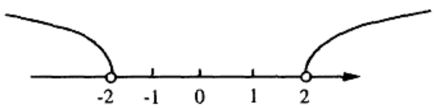


图 1-8

因而不等式 $|x|>2$ 的解集是

$$\{x\mid x<-2\}\cup\{x\mid x>2\}$$
$$=\{x\mid x<-2\text{ 或 }x>2\}$$

一般地,不等式 $|x|<a\,(a>0)$ 的解集是

$$\{x\mid -a<x<a\}$$

不等式 $|x|>a\,(a>0)$ 的解集是

$$\{x\mid x>a,\text{或 }x<-a\}.$$

例 1　解不等式 $|x-500|\leqslant 5$.

解: 由原不等式可得

$$-5\leqslant x-500\leqslant 5$$

不等式两边若加上 500,得

$$495\leqslant x\leqslant 505$$

所以,原不等式的解集是

$$\{x\mid 495\leqslant x\leqslant 505\}.$$

例 2　解不等式 $|3x-1|<2$.

解:由原不等式可得

$$-2<3x-1<2$$

整理,得

$$-\frac{1}{3}<x<1$$

所以,原不等式的解集是

$$\{x \mid -\frac{1}{3}<x<1\}.$$

例 3　解不等式$|2x+5|>4$.

解:由原不等式可得

$$2x+5<-4 \text{ 或 } 2x+5>4$$

整理,得

$$x<-\frac{9}{2} \text{ 或 } x>-\frac{1}{2}$$

所以,原不等式的解集是

$$\{x \mid x<-\frac{9}{2} \text{ 或 } x>-\frac{1}{2}\}.$$

二、一元二次不等式解法

1. 一元一次不等式

在初中,我们已经学习过一次函数的有关知识,一元一次方程、一元一次不等式与一次函数有什么关系呢?

例如,一次函数 $y=2x-7$,它的对应值表(表 1-1)与图像(图 1-9)如下.

表 1-1

x	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
y	-3	-2	-1	0	1	2	3

由对应值表与图像可以知道:

当 $x=3.5$ 时,$y=0$,即 $2x-7=0$;

当 $x<3.5$ 时,$y<0$,即 $2x-7<0$;

当 $x>3.5$ 时,$y>0$,即 $2x-7>0$.

一般地,如果直线 $y=ax+b$ 与 x 轴的交点是$(x_0,0)$,那么有如下结果.

一元一次方程 $ax+b=0$ 的解是 x_0.

1) 当 $a>0$ 时:

一元一次不等式 $ax+b>0$ 的解集是

$$\{x \mid x>x_0\}$$

一元一次不等式 $ax+b<0$ 的解集是

$$\{x \mid x<x_0\}$$

2) 当 $a<0$ 时:

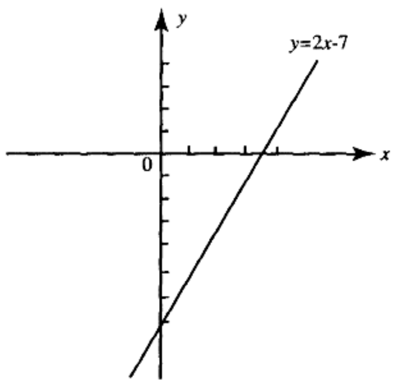


图 1－9

一元一次不等式 $ax+b>0$ 的解集是

$$\{x \mid x<x_0\}$$

一元一次不等式 $ax+b<0$ 的解集是

$$\{x \mid x>x_0\}.$$

2. *一元二次不等式解法*

含有一个未知数并且未知数的最高次数是二次的不等式叫做**一元二次不等式**，它的一般形式是

$$ax^2+bx+c>0,\text{或 } ax^2+bx+c<0(a\neq 0)$$

下面利用二次函数的图像来讨论一元二次不等式的解法.

让我们先看一下例子.

二次函数 $y=x^2-x-6$ 的对应值表(表 1－2)与图像(图 1－10)如下.

表 1－2

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	6	0	-4	-6	-6	-4	0	6

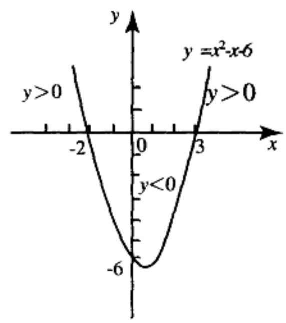


图 1－10

由对应值表与图像可以知道：

当 $x=-2$，或 $x=3$ 时，$y=0$，即 $x^2-x-6=0$；

当 $x<-2$，或 $x>3$ 时，$y>0$，即 $x^2-x-6>0$；

当 $-2<x<3$ 时，$y<0$，即 $x^2-x-6<0$.

这就是说，如果抛物线 $y=x^2-x-6$ 与 x 轴的交点，是 $(-2,0)$ 与 $(3,0)$，那么，一元二次方程 $x^2-x-6=0$ 的解就是

$$x_1=-2,x_2=3$$

同样，结合抛物线与 x 轴的相关位置，可以得出一元二次不等式

$$x^2-x-6>0$$

的解集是

$$\{x \mid x<-2 \text{ 或 } x>3\}$$

一元二次不等式

$$x^2-x-6<0$$

的解集是

$$\{x \mid -2<x<3\}$$

上例表明，由抛物线与 x 轴的交点可以确定对应的一元二次方程的解和对应的一元二次不等式的解集.

我们知道，对于一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a>0)$，设 $\Delta=b^2-4ac$，它的解按照 $\Delta>0$，$\Delta=0$，$\Delta<0$ 分为三种情况，相应地，抛物线 $y=ax^2+bc+c$ 与 x 轴的相关位置也分为三

种情况(图 1-11).因此,分这三种情况讨论对应的一元二次不等式 $ax^2+bx+c>0$ 与 $ax^2+bx+c<0$ 的解集.

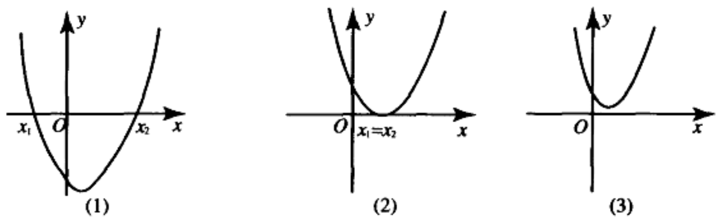


图 1-11

(1) 当 $\Delta>0$,抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴有两个交点[图 1-11(1)],那方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个不相等的实数根 $x_1,x_2(x_1<x_2)$,不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集是

$$\{x\mid x<x_1 \text{ 或 } x>x_2\};$$

不等式 $ax^2+bx+c<0$ 的解集是

$$\{x\mid x_1<x<x_2\}.$$

(2) 当 $\Delta=0$ 时,抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴只有一个交点[图 1-11(2)],即方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个相等的实数根 $x_1=x_2=-\dfrac{b}{2a}$,不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集是

$$\left\{x\mid x\neq-\frac{b}{2a}\right\};\text{也即}\left\{x\mid x<-\frac{b}{2a},\text{或 } x>-\frac{b}{2a}\right\}$$

不等式 $ax^2+bx+c<0$ 的解集是 Φ.

(3) 当 $\Delta<0$ 时,抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴没有交点[图 1-11(3)],即方程 $ax^2+bx+c=0$ 无实数根,不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集是 R;不等式 $ax^2+bx+c<0$ 的解集是 Φ.

对于二次项系数是负数(即 $a<0$)的不等式,可以先把二次项系数化成正数,再求解.

例 1 解不等式 $2x^2-3x-2>0$.

解:因为 $\Delta>0$,方程 $2x^2-3x-2=0$ 的解是

$$x_1=-\frac{1}{2}\quad x_2=2$$

所以不等式的解集是

$$\left\{x\mid x<-\frac{1}{2}\text{或 } x>2\right\}.$$

例 2 解不等式 $-x^2+3x+10\geqslant0$.

解:整理得

$$x^2-3x-10\leqslant0$$

因为 $\Delta>0$,方程 $x^2-3x-10=0$ 的解是

$$x_1=-2,x_2=5$$

所以原不等式的解集是