華夏英才基金學術文庫

杨盐生 著

不确定系统的鲁棒控制及其应用

科学出版社
www.sciencep.com

華夏英才基金學術文庫

不确定系统的鲁棒控制及其应用

杨盐生 著

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书根据工程应用的实际需要，全面系统地介绍了不确定系统的鲁棒控制的理论基础、各种设计方法、主要实现技术、计算机模拟验证技术及其在船舶运动控制设计中的应用等问题. 主要内容包括：匹配不确定线性系统的鲁棒控制设计，不匹配不确定线性系统的鲁棒控制和不确定非线性系统的鲁棒控制设计. 特别是在非线性系统的鲁棒控制设计中，对工程中常见的、系统结构复杂的、无法用一些经典控制技术进行设计的非线性控制系统的鲁棒控制设计问题，采用模糊系统的逼近方法，提出了几种模糊鲁棒控制设计技术，包括极点配置模糊控制设计和变结构模糊控制设计，以及自适应模糊控制设计方法. 最后给出了这些理论方法在船舶运动控制中的航向自动舵设计和减摇鳍控制系统设计中的应用示例. 其内容融入了作者近年来大量的研究成果.

本书概念清晰、内容新颖、理论基础深厚, 具有较强的系统性、可读性和可操作性等特点，可供控制理论与控制工程、交通信息工程及控制、载运工具运用工程、计算机等专业的研究人员、研究生及高年级大学生参考.

图书在版编目(CIP)数据

不确定系统的鲁棒控制及其应用／杨盐生著. —北京：科学出版社，2004
(华夏英才基金学术文库)

ISBN 7-03-014314-0

Ⅰ.不… Ⅱ.杨… Ⅲ.不确定系统—鲁棒控制—应用—船舶运动
Ⅳ.U661.32

中国版本图书馆CIP数据核字（2004）第090316号

责任编辑：林 鹏 范庆奎／责任校对：鲁 素
责任印制：钱玉芬／封面设计：黄华斌 陈 敬

科学出版社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com

源海印刷有限责任公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2004年9月第 一 版 开本：B5(720×1000)
2004年9月第一次印刷 印张：13 3/4
印数：1—1 500 字数：250 000

定价：35.00元

(如有印装质量问题，我社负责调换〈环伟〉)

前　言

船舶运动控制是近年来备受航海科技界和控制理论界关注的一个领域，其理论应用也取得了一定的成果. 但是，由于船舶的动态具有大惯性、大时滞、非线性等特点，并且受模型的参数摄动以及船舶运动中风、流、浪等外界干扰的影响，因此船舶运动控制领域一直存在着三个尚未解决的问题：一是用于控制器设计的模型存在不确定性问题；二是船舶运动的非线性问题；三是执行机构问题. 经大量研究发现不确定系统的鲁棒控制理论可以解决这些问题. 实际上，从 20 世纪 80 年代末 90 年代初起，不确定系统的鲁棒控制理论就已经成为世界上工程控制领域中的热点研究问题，该问题的研究不仅可以应用于飞行器控制、机器人控制等其他工程领域，也可以应用于船舶运动控制领域. 作者从 20 世纪 90 年代中期开始跟踪世界上鲁棒控制研究的发展，并开展了相关理论研究及其在船舶运动控制中的应用研究，许多研究工作都是在高等学校博士学科点专项科研基金(20020151005)、交通部重大项目科研基金(95060222)和交通部跨世纪人才科研基金(95050531)资助下进行的.

本书全面系统地介绍了不确定系统鲁棒控制的理论基础、各种设计方法、主要实现技术、计算机模拟验证技术及其在船舶运动控制设计中的应用等问题. 主要内容包括：匹配不确定线性系统的鲁棒控制设计、不匹配不确定线性系统的鲁棒控制和不确定非线性系统的鲁棒控制设计. 特别是在非线性系统的鲁棒控制设计中，对工程中常见的、系统结构复杂的、无法用一些经典控制技术进行设计的非线性控制系统的鲁棒控制设计问题采用模糊系统的逼近方法，提出了几种模糊鲁棒控制设计技术，包括极点配置模糊控制设计和变结构模糊控制设计以及自适应模糊控制设计方法. 最后给出了这些理论方法在船舶运动控制中的航向自动舵设计和减摇鳍控制系统设计中的应用示例.

本书是作者大量研究成果的总结，融入了作者近年来40多篇在国外和国内刊物发表及在国际和国内会议上交流的学术论文，且许多理论都是作者 20 世纪 90 年代末至今的研究成果，如不匹配不确定线性系统的鲁棒控制和不确定非线性系统的鲁棒控制理论. 本书中大部分内容已作为大连海事大学硕士和博士研究生的教材. 本书是控制理论领域中急需的具有重要使用价值和参考价值的著作，对船舶运动控制系统设计、水上交通管理以及一般控制系统研究等方面的工作都将具有现实指导意义. 据作者所知，以不确定系统鲁棒控制理论解决船舶运动中控制问题的著作，此为第一部. 作者希望本书的出版会丰富控制理论研究，并对船舶运动及其他工程控制领域有所助益.

本书的出版得到了华夏英才基金和高等学校博士学科点专项科研基金的资助，作者对此深表谢意.

由于作者水平有限，书中的缺点错误在所难免，欢迎读者给予批评指正.

作　者

2004 年 3 月于大连

目 录

第一章 Lyapunov 稳定性理论 ······ (1)

第一节 Lyapunov 稳定性定义 ······ (1)

第二节 Lyapunov 稳定性定理 ······ (6)

第三节 实际动态系统的稳定性与性能 ······ (7)

第二章 匹配不确定线性系统的鲁棒控制 ······ (11)

第一节 概述 ······ (11)

第二节 对不确定项进行补偿的鲁棒控制 ······ (15)

第三节 变结构鲁棒控制 ······ (21)

第四节 连续型鲁棒控制 ······ (32)

第五节 匹配不确定线性系统的鲁棒自适应控制 ······ (36)

第三章 不匹配不确定线性系统的鲁棒控制 ······ (41)

第一节 概述 ······ (41)

第二节 基于 Riccati 型方程的鲁棒控制设计 ······ (46)

第三节 不确定线性系统的 H_∞ 鲁棒控制 ······ (55)

第四节 不匹配不确定线性系统的变结构鲁棒控制 ······ (68)

第四章 不确定非线性系统的鲁棒控制 ······ (85)

第一节 概述 ······ (85)

第二节 相对阶为 n 的不确定非线性系统的鲁棒控制 ······ (95)

第三节 推广匹配不确定非线性系统的鲁棒控制 ······ (124)

第四节 不确定非线性系统模糊自适应鲁棒控制耗散方法设计 ······ (134)

第五节 一类不确定非线性系统自适应模糊跟踪控制 ······ (140)

第五章 船舶航向自动舵的鲁棒控制器设计 ······ (149)

第一节 船舶航向控制系统的数学模型 ······ (149)

第二节 船舶航向自动舵的传统设计 ······ (154)

第三节　船舶航向的变结构控制自动舵设计……………………………… (157)
第四节　船舶航向鲁棒和鲁棒自适应 PID 型自动舵的设计 ………………… (162)
第五节　船舶航向非线性系统的鲁棒控制……………………………………… (167)
第六节　船舶航向的非线性鲁棒自适应控制………………………………… (171)
第七节　船舶航向非线性系统的输出反馈自适应鲁棒控制………………… (175)
第六章　船舶减摇鳍系统的鲁棒控制设计………………………………………… (181)
第一节　船舶减摇鳍系统的数学模型………………………………………… (181)
第二节　船舶减摇鳍系统的变结构鲁棒控制………………………………… (186)
第三节　船舶减摇鳍系统的变结构自适应鲁棒控制………………………… (191)
第四节　船舶减摇鳍不确定非线性系统的自适应鲁棒模糊控制…………… (195)
第五节　船舶减摇鳍不匹配不确定系统的变结构鲁棒控制………………… (200)
第六节　船舶减摇鳍非线性系统模糊自适应鲁棒控制耗散设计…………… (206)
参考文献……………………………………………………………………………… (210)

第一章　Lyapunov 稳定性理论

稳定性是控制理论和控制系统设计中的一个基本问题, 控制理论中存在着许多不同类型稳定性问题的提法. 本章关心的是系统在平衡点附近的一类稳定性问题, 这通常可以用 Lyapunov 函数来刻画. 本章首先回顾 Lyapunov 概念下有关稳定性的一些定义 [1~4], 其次给出利用 Lyapunov 理论判断系统是否稳定的基本定理, 最后给出讨论实际动态系统的实际稳定性问题的两个重要定理.

第一节　Lyapunov 稳定性定义

考虑由下述常微分方程描述的非线性系统, 即

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, t), \\ x(t_0) = x_0. \end{cases} \tag{1.1}$$

其中, $x \in R^n$ 为系统的状态, $t \in J$. f: $B(r) \times J \to R^n$, $J = [t_0, \infty)$, $B(\varepsilon) = \{x \in R^n : \|x\| \leqslant \varepsilon\}$(对于某一 $\varepsilon > 0$). 并设 f 足够光滑, 对每个 $x_0 \in B(\varepsilon)$ 和 $t_0 \in R^+$, $R^+ = [0, \infty)$, 方程 (1.1) 有且仅有一个解 $x(t; x_0, t_0)$ 对所有 $t \in J$ 成立. 当 $f(x, t)$ 不是 t 的显函数时, 称为自治系统, 或称为时不变系统; 否则称为非自治系统, 或称为时变系统. 假如 $f(x, t) = A(t)x$ 对于某一矩阵 $A(\cdot)$: $R^+ \to R^{n \times n}$, 则称为线性系统, 否则称为非线性系统. 一组线性时不变 (LTI) 系统是自治的, 而线性时变 (LTV) 系统是非自治的.

控制变量可以严格地包含在式 (1.1) 的函数 $f(x, t)$ 中, 即 $f(x, u, t)$, 将该系统称为控制系统. 讨论系统 (1.1) 的特性也可以直接应用于控制系统的反馈设计. 当系统的控制输入是状态和时间的函数时, 系统 (1.1) 实际上表示了反馈控制系统的闭环动态特性. 假设系统给定如下:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u, t), \\ x(t_0) = x_0. \end{cases} \tag{1.2}$$

若控制律为

$$u = g(x, t), \tag{1.3}$$

则闭环系统为

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, g(x, t), t), \\ x(t_0) = x_0. \end{cases} \tag{1.4}$$

可见, 系统 (1.4) 可以重新写成系统 (1.1) 的形式.

当控制系统具有动态控制律时, 即控制律不仅依赖于 x, t, 还依赖于某一附加的状态 $x_a(x,t) \in R^r$, 可表示为

$$\dot{x}_a = f_a(x, x_a, t). \tag{1.5}$$

系统 (1.1) 特性也可以表示一个反馈控制系统的闭环动态系统的特性. 在这种情况下, 控制输入表示为

$$u = g(x, x_a, t), \tag{1.6}$$

则闭环动态系统 (1.4) 成为

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, g(x, x_a, t), t), \\ x(t_0) = x_0, \end{cases} \tag{1.7}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_a = f_a(x, x_a, t), \\ x_a(t_0) = x_{a0}. \end{cases} \tag{1.8}$$

当相应地重新定义状态 x 和函数 f 时, 就可以重新写成系统 (1.1) 的形式.

定义 1.1.1　称 x_e 是系统 (1.1) 的平衡点, 则有下列条件成立

$$f(x_e, t) = 0, \quad \forall t \in J. \tag{1.9}$$

对于非线性系统, 通常可能有一个或多个平衡点, 它们分别对应于式 (1.9) 的一个或多个常值解. 而对于线性系统, 其平衡方程可写为

$$Ax_e = 0, \quad \forall t \in J.$$

当系统矩阵 A 非奇异时, 系统只有惟一的平衡点 $x_e = 0$; 而当 A 奇异时, 则存在无限多个平衡点. 如果平衡点是彼此孤立的, 这样的平衡点称为孤立平衡点. 稳定性研究实质上就是考察系统 (1.1) 的运动轨道是否趋向平衡点的问题.

为了表示和分析问题方便, 我们可以将讨论的系统用某种方法将之变换为平衡点在状态空间原点的系统. 设 x_e 是系统 (1.1) 的解, 即标称系统对应于初始条件 $x_e(0) = x_0$ 的运动轨迹. 若初始条件的摄动为 $x(0) = x_0 + e(0)$, 研究其轨迹误差的变化为

$$e(t) = x(t) - x_e(t).$$

由于 $x(t)$ 和 $x_e(t)$ 都是系统 (1.1) 的解, 于是我们有

$$\begin{cases} \dot{x}_e = f(x_e, t), \quad x_e(0) = x_0, \\ \dot{x} = f(x, t), \quad x(0) = x_0 + e(0), \end{cases}$$

则 $e(t)$ 满足下列非自治的微分方程

$$\dot{e} = f(x,t) - f(x_e,t) = f(x_e+e,t) - f(x_e,t) = g(e,t), \tag{1.10}$$

其初始条件为 $e(0)$. 由于 $g(0,t)=0$, 故新的动态系统 (1.10) 具有平衡点在状态空间的原点. 因而, 代替研究原系统从 $x_e(t)$ 到状态 $x(t)$ 偏移问题. 因此, 我们就可以简单地研究摄动系统相对于平衡点零的稳定性问题.

若时间 t 不严格出现在上述 $f(\cdot,t)$ 中, 对即所谓的自治系统, 其标称运动的稳定性问题可以转换成等价的非自治系统在原点附近的稳定性问题

$$\dot{e} = f(x_e+e) - f(x_e) = g(e,t). \tag{1.11}$$

注意, 若原系统是自治的, 并且是线性的, 即 $\dot{x}=Ax$, 则等价系统仍是自治的和线性的, 因为 $\dot{e}=Ae$.

若 x_e 是特殊的常数平衡点. 对 $\dot{x}_e=0$, 则 $e(t)$ 将给出正则的误差为

$$\dot{e} = f(x,t) = f(e+x^*,t) = g(e,t). \tag{1.12}$$

可见系统 (1.12) 对应于非自治系统 (1.1), 若

$$\dot{e} = f(x) = f(e+x^*) = g(e) \tag{1.13}$$

对应于自治系统 (1.1).

实际上, 还可以进一步推广上述的概念. 若 x_e 是任何给定动态系统的解, 如一个非线性参考系统如下:

$$\dot{x}_e = h(x_e,t), \tag{1.14}$$

其初始条件为 $x_e(0)=x_0$. 设跟踪误差 $e(t)$ 定义为

$$e(t) = x(t) - x_e(t), \tag{1.15}$$

则 $e(0)=x(0)-x_e(0)$ 给出其初始误差. 由于 $x_e(t)$ 和 $x(t)$ 分别是下列系统的解:

$$\begin{aligned}\dot{x}_e &= h(x^*,t), \quad x_e(0)=x_0,\\ \dot{x} &= f(x,t), \quad x(0)=x_0+e(0),\end{aligned}$$

则 $e(t)$ 满足下列非自治系统的方程:

$$\dot{e} = f(x,t) - h(x_e,t) = f(x_e+e,t) - h(x_e,t) = g(e,t), \tag{1.16}$$

其初始条件为 $e(0)$. 由于 $g(0,t)=0$. 新的动态系统 (1.16) 具有平衡点在状态空间的原点. 因此, 跟踪问题也可成功地转换成原点附近的稳定性问题. 若 $h=f$, 模型跟踪问题退化为一个标称系统的运动问题 (1.10).

下面为讨论方便, 假设式 (1.1) 的平衡点为 $x_e=0$, 总结一些重要的定义如下.

一、自治系统

对于自治系统, 给出如下的定义:

定义 1.1.2 系统 (1.1) 的平衡点 $x_e = 0$ 称为稳定的, 如果对于任何给定的 $\varepsilon > 0$, 均存在一个正数 $\delta > 0$, 使得 $\forall t \geqslant 0$, 当 $\|x_0\| < \delta$ 时, 有 $\|x(t)\| < \varepsilon$. 否则称系统在平衡点是不稳定的.

定义 1.1.3 系统 (1.1) 的平衡点 $x_e = 0$ 称为收敛的, 若对于任何 $\varepsilon_1 > 0$, 存在两个正数 δ_1 和 $T(\varepsilon_1)$, 并对于 $\forall t \geqslant T(\varepsilon_1)$, 当 $\|x_0\| < \delta_1$ 时, 有 $\|x(t)\| < \varepsilon_1$.

定义 1.1.4 系统 (1.1) 的平衡点 $x_e = 0$ 称为:

(1) 渐近稳定 (AS) 的, 若系统 (1.1) 不仅是稳定的, 而且还是收敛的;

(2) 指数稳定 (ES) 的, 若存在两个正数 α 和 λ, 对于 $\forall t > 0$, 在球域 $\|x\| < \varepsilon$ 中系统 (1.1) 的解满足

$$\|x(t)\| \leqslant \alpha \|x_0\| e^{-\lambda t}; \tag{1.17}$$

(3) 全局渐近稳定 (GAS) 的, 若系统 (1.1) 对于任何初始条件, 渐近稳定都成立 (或是大范围的渐近稳定);

(4) 全局指数稳定 (GES) 的, 若系统 (1.1) 对于任何初始条件, 指数稳定都成立 (或是大范围的指数稳定).

稳定性和渐近稳定性一般都具有局部特性. 在这个意义上, 若初始摄动 δ 太大, 以至状态 $x(t)$ 任意地偏离 $x_e = 0$ 点. 因此, 存在一个区域 $D_{\delta_2} = \{x_0 : \|x_0\| \leqslant \delta_2\}$, 对于任何起始于 D_{δ_2} 的状态, 若都能确保稳定和渐近稳定, 而对于起始 D_{δ_2} 以外的状态不成立, 我们将区域 D_{δ_2} 称为吸引区域. 若 $D_{\delta_2} = R^n$, 则系统在平衡点 $x_e = 0$ 是全局渐近稳定的.

二、非自治系统

定义 1.1.5 系统 (1.1) 的平衡点 $x_e = 0$ 在 Lyapunov 意义下是稳定的, 如果对每个 $\varepsilon > 0$ 和任何 $t_0 \in R^+$, 均存在 $\delta(\varepsilon, t_0) > 0$, 使对所有 $t \geqslant t_0$, 当 $\|x_0\| < \delta(\varepsilon, t_0)$ 时, 有 $\|x(t; x_0, t_0)\| < \varepsilon$ 成立, 否则系统就是不稳定的.

定义 1.1.6 系统 (1.1) 的平衡点 $x_e = 0$ 是收敛的, 若对于任何 $\varepsilon_1 > 0$ 和 $t_0 \in R^+$, 存在两个正数 $\delta_1(t_0)$ 和 $T(\varepsilon_1, x_0, t_0)$, 对于 $\forall t \geqslant t_0 + T(\varepsilon_1, x_0, t_0)$, 当 $\|x_0\| < \delta_1(t_0)$ 时, 有 $\|x(t; x_0, t_0)\| < \varepsilon_1$ 成立.

定义 1.1.7 系统 (1.1) 的平衡点 $x_e = 0$ 是

(1) 渐近稳定 (AS) 的, 若系统不仅是稳定的, 并且还是收敛的;

(2) 指数稳定 (ES) 的, 若存在两个严格正数 α 和 λ, 以至对于 $\forall t > t_0$, 在球域 $\|x(t;x_0,t_0)\| < \varepsilon$ 中, 系统 (1.1) 的解满足

$$\|x(t;x_0,t_0)\| \leqslant \alpha\|x_0\|e^{-\lambda(t-t_0)};$$

(3) 全局渐近稳定 (GAS) 的. 若对于任何初始条件, 系统 (1.1) 是渐近稳定的 (或是大范围的渐近稳定的);

(4) 全局指数稳定 (GES) 的. 若对于任何初始条件, 系统 (1.1) 是指数稳定的 (或是大范围的指数稳定的).

稳定性和渐近稳定性都具有局部特性, 对非自治系统, 也与自治系统相同, 存在一个吸引区域 D_{δ_2} 的问题, 对于任何起始于 D_{δ_2} 的状态, 都能确保稳定和渐近稳定. 但是. 对于起始 D_{δ_2} 以外的状态不成立. 若 $D_{\delta_2} = R^n$, 则系统 (1.1) 在平衡点 $x_e = 0$ 是全局渐近稳定的.

对于非自治系统. 先前的许多稳定性定义都是依赖初始时间 t_0, 因此, 吸引区域的范围也是随初始时间而变化的. 在实际中. 有些非自治系统也给我们提供了一个理想的特性, 其系统的稳定特性是不依赖于初始时间的.

定义 1.1.8 系统 (1.1) 的平衡点 $x_e = 0$ 是

(1) 一致稳定 (US) 的, 若在定义 1.1.7 中 $\delta(\varepsilon, t_0)$ 是不依赖于时间 t_0 的;

(2) 一致收敛 (UC) 的, 若在定义 1.1.7 中 $\delta_1(\varepsilon, t_0)$ 和 $T(\varepsilon_1, x_0, t_0)$ 是不依赖于时间 t_0 的;

(3) 一致渐近稳定 (UAS) 的. 若系统 (1.1) 不仅是一致稳定的, 而且还是一致收敛的;

(4) 全局一致渐近稳定 (GUAS) 的, 若系统 (1.1) 在整个状态空间中都是一致稳定的和一致收敛的.

当 $f: R^n \times J \to R^n$, 且系统 (1.1) 对所有 $x_0 \in R^n$ 和每一 $t_0 \in R^+$, 均有惟一解, 并给出如下的有界性定义.

定义 1.1.9 系统 (1.1) 的解 $x(t;x_0,t_0)$ 称为有界的, 如果存在 $\beta > 0$, 使对所有 $t \geqslant t_0$ 均有 $\|x(t;x_0,t_0)\| < \beta$.

定义 1.1.10 系统 (1.1) 的解 $x(t;x_0,t_0)$ 称为一致有界 (u.b.) 的, 如果对于任何 $\alpha > 0$ 和 $t_0 \in R^+$, 均存在与 t_0 无关的 $\beta = \beta(\alpha) > 0$, 使对所有 $t \geqslant t_0$, 当 $\|x_0\| < \alpha$ 时有 $\|x(t;x_0,t_0)\| < \beta$.

定义 1.1.11 系统 (1.1) 的解 $x(t;x_0,t_0)$ 称为一致最终有界 (u.u.b.) 的, 如果存在 $\beta > 0$, 且对应于每一个 $\alpha > 0$ 和 $t_0 \in R^+$, 均存在与 t_0 无关的 $T = T(\alpha) > 0$. 使当 $\|x_0\| < \alpha$ 时对所有 $t \geqslant t_0 + T(\alpha)$ 有 $\|x(t;x_0,t_0)\| < \beta$.

对于上述各种稳定性定义, 都存在某些函数 $f: D \to R$. 如果是对局域而言, 有 $D = B(r) \times J$, 而对全局结果则有 $D = R^n \times J$.

第二节　Lyapunov 稳定性定理

系统 (1.1) 在平衡点的稳定性可以通过 Lyapunov 直接方法 (Lyapunov 第二方法) 进行研究, 该方法利用函数 $V(x,t)$ 变化情况来回答稳定性问题而无需直接求已知系统的解. 为研究 Lyapunov 稳定性定理, 先给出几个定义 [1].

定义 1.2.1　一个连续函数 $\varphi:[0,r_1]\to R^+$ (或者连续函数 $\varphi:[0,\infty)\to R^+$), 如果 $\varphi(0)=0$, 且 φ 在 $[0,r_1]$ (或 $[0,\infty)$) 上是严格递增的, 称 φ 为 K 类, 即 $\varphi(\cdot)\in K$.

定义 1.2.2　一个连续函数 $\varphi:[0,r_1)\to R^+$, 如果 $\varphi(0)=0$, 且 φ 在 $[0,\infty)$ 上是严格递增的, 并且 $\lim\limits_{r\to\infty}\varphi(r)=\infty$, 称 φ 为 KR 类, 即 $\varphi(\cdot)\in KR$.

定义 1.2.3　一个连续函数 $V(x,t):R^n\times J\to R$ 是

(1) 局部正定的, 若存在一个函数 $\alpha(\cdot)\in K$ 对所有 $t\geqslant 0$ 和原点的邻域 B 中有

$$V(x,t)\geqslant\alpha(\|x\|);$$

(2) 若 $B=R^n$, 为正定函数;

(3) 局部负定的, 若 $-V$ 是局部正定的;

(4) 局部递减的, 若存在一个 K 类函数 $\beta(\cdot)\in K$ 对所有 $t\geqslant 0$ 和原点的邻域 B 中有

$$V(x,t)\leqslant\beta(\|x\|).$$

定义 1.2.4　给定一个连续可微函数 $V:R^n\times J\to R$, 并且给定一个系统 (1.1), 沿系统的轨迹对 V 求时间导数定义为

$$\dot V=\frac{\mathrm{d}V(x,t)}{\mathrm{d}t}=\frac{\partial V(x,t)}{\partial t}+\left[\frac{\partial V(x,t)}{\partial x}\right]^{\mathrm{T}}f(x,t).$$

下面给出 Lyapunov 第二方法的一些基本定理 [1].

定理 1.2.1 (Lyapunov 定理)　给定非线性系统 (1.1), 若系统在原点具有平衡点, 设 B 是原点附近的一个邻域, 则系统在原点的特性有

(1) 在 Lyapunov 意义上是稳定的, 若对于所有 $x\in B$, 存在一个标量函数 $V(x,t)$, $V(x,t)>0$ 和 $\dot V(x,t)\leqslant 0$;

(2) 一致稳定, 若对于所有 $x\in B$, 存在一个标量函数 $V(x,t)>0$, 并且 $V(x,t)$ 是递减的和 $\dot V(x,t)\leqslant 0$;

(3) 渐近稳定, 若对于所有 $x\in B$, 存在一个标量函数 $V(x,t)>0$ 和 $\dot V(x,t)<0$;

(4) 全局渐近稳定的, 若对于所有 $x\in R^n$(即 $B=R^n$), 存在一个标量函数 $V(x,t)>0$ 和 $\dot V(x,t)<0$;

(5) 一致渐近稳定的, 若对于所有 $x\in R^n$(即 $B=R^n$), 存在一个标量函数 $V(x,t)>0$, 并且 $V(x,t)$ 是递减的和 $\dot V(x,t)<0$;

(6) 全局一致渐近稳定的, 若对于 $B = R^n$, 存在一个标量函数 $V(x,t) > 0$, 并且 $V(x,t)$ 是递减的和径向无界的 (即当 $\|x\| \to \infty$ 时, $V(x,t) \to \infty$), 并有 $\dot{V}(x,t) < 0$;

(7) 指数稳定, 若存在正数 α, β, γ, 对 $\forall x \in B$, 有 $\alpha\|x\|^2 \leqslant V(x,t) \leqslant \beta\|x\|^2$ 和 $\dot{V}(x,t) \leqslant -\gamma\|x\|^2$;

(8) 全局指数稳定, 若存在正数 α, β, γ, 对 $\forall x \in R^n$, 有 $\alpha\|x\|^2 \leqslant V(x,t) \leqslant \beta\|x\|^2$ 和 $\dot{V}(x,t) \leqslant -\gamma\|x\|^2$.

在这里, 还可给出一个更一般的定理.

定理 1.2.2 给定非线性系统 (1.1), 并设系统在原点具有平衡点, 且 B 是原点附近的一个邻域, 若存在正定递减函数 V, 并且 $\varphi_1, \varphi_2 \in K$, $\varphi_3 \in KR$, 对所有 $x \in B$, 有

$$\varphi_1(\|x\|) \leqslant V(x,t) \leqslant \varphi_2(\|x\|),$$
$$\dot{V}(x,t) \leqslant -\varphi_3(\|x\|).$$

则系统 (1.1) 在原点是一致渐近稳定的.

在上述定理中, 函数 $V(x,t)$ 称为 Lyapunov 函数. 这些定理提供了系统在原点稳定的充分条件. 若选择一个特殊的 Lyapunov 预选函数, 不满足对 $\dot{V}(x,t)$ 的条件, 则不能得出系统是稳定还是不稳定的结论.

注意, Lyapunov 函数不是惟一的, 即使对于同一系统, 也可以得出许多 Lyapunov 函数. 可是, 对于一个给定的系统, 选择一个特殊的 Lyapunov 函数比选择另一个 Lyapunov 函数可以产生更加精确的结果. 对于控制器设计, 不同的 Lyapunov 函数可以产生不同形式的控制器 (即虽然可以使闭环系统稳定, 但其性能可能不同).

第三节　实际动态系统的稳定性与性能

在控制系统设计中, 一般希望被控系统在控制器作用下具有渐近稳定性, 但是有的系统为达到渐近稳定, 需要非常大的控制能量, 甚至不可能实现. 为此可以适当放松对系统稳定性的要求, 使得系统的状态收敛于平衡点附近的一定范围, 这就是所谓的实际稳定性问题. 另外, 在工程上, 对于一个动态系统进行考察时, 一般关注两方面的问题: 一方面是系统在其平衡点附近的稳定性; 第二方面是系统的性能, 包括系统状态变化的稳态误差和调节时间, 在此用最终收敛于余集的超球域半径和达到余集所需的时间表示. 下面首先给出超球域的定义, 进而给出不仅描述实际系统稳定性, 同时还考虑系统性能的两个定义.

定义 1.3.1 对于任何标量 $r \geqslant 0$, 一个半径为 r 的超球域为

$$\Phi(r) := \{x(t) \in R^n : \|x(t)\| \leqslant r\}. \tag{1.18}$$

定义 1.3.2 对于系统 (1.1), 设存在一个标量 $r \geqslant 0$ 和一个任意给定的包含 $x_e = 0$ 的邻域 $A \subset R^n$, 若系统 (1.1) 满足下列条件, 称系统 (1.1) 是以 $\Phi(r)$ 一致最终稳定 (u.u.s-$\Phi(r)$) 的:

(1) 解的存在性: 给定 $(x_0, t_0) \in A \times R^+$, 系统 (1.1) 存在解 $x(\cdot) : [t_0, t_1) \to R^n$, $x(t_0) = x_0$, $\forall t_1 \geqslant t_0$;

(2) 一致有界: 给定 $d \in (0, \infty)$, 存在一个常数 $r_0(d) > 0$, 以致系统 (1.1) 的所有解 $x(\cdot) : [t_0, t_1) \to R^n$, $x(t_0) = x_0$, $\forall t_1 \geqslant t_0$, 满足

$$(x_0, t_0) \in \Phi(d) \times R^+ \Rightarrow (x(t), t) \in \Phi(r_0) \times R^+, \forall t \in [t_0, t_1);$$

(3) 解的延拓: 系统 (1.1) 的每个解 $x(\cdot) : [t_0, t_1) \to R^n$ 可以延拓到 $x(\cdot) : [t_0, \infty) \to R^n$;

(4) 一致最终有界: 对于任何 $\bar{d} \geqslant r$ 及 $d \in (0, \infty)$, 存在一个 $T(\bar{d}, d) \in [0, \infty)$, 对系统的每个解 $x(\cdot) : [t_0, t_1) \to R^n$, $x(t_0) = x_0$, $\forall t_1 \geqslant t_0$, 有

$$(x_0, t_0) \in \Phi(d) \times R^+ \Rightarrow (x(t), t) \in \Phi(\bar{d}) \times R^+, \forall t \in t_0 + T(\bar{d}, d);$$

(5) 一致稳定: 给定任何 $\underline{d} \geqslant r$, 存在一个正数 $\delta(\underline{d}) \geqslant 0$, 使得系统 (1.1) 的所有解 $x(\cdot) : [t_0, \infty) \to R^n$, $x(t_0) = x_0$, 满足

$$(x_0, t_0) \in \Phi(\delta(\underline{d})) \times R^+ \Rightarrow (x(t), t) \in \Phi(\underline{d}) \times R^+, \forall t \in t_0 + T(\underline{d}, d).$$

定义 1.3.3 若系统 (1.1) 满足定义 1.3.2 的要求, $S = \Phi(r) \subset R^n$ 称为系统 (1.1) 的最终吸引子, 如果 $r = 0$, 则称系统 (1.1) 在吸引区域 A 内是一致渐近稳定 (u.a.s) 的.

注 1.3.1 当 r 不为零时, 可以认为系统 (1.1) 的最终状态收敛于最终吸引子, 而最终吸引子的半径 r 是对偏离一致渐近稳定程度的一个度量.

定义 1.3.4 若系统 (1.1) 以 $A = R^n$ 为吸引区域, 并满足定义 1.3.2 的条件, 称系统 (1.1) 是以 $\Phi(r)$ 全局一致最终稳定 (g.u.u.s-$\Phi(r)$) 的. 若满足定义 1.3.3 的条件, 称系统 (1.1) 是全局一致渐近稳定的.

定义 1.3.5 若系统 (1.1) 的每个起始于 A 中的状态 (即 $x(t_0) \in A$) 对所有 $t \geqslant t_0$, 都有 $x(t) \in A$, 称 A 对系统 (1.1) 是不变的.

下面进一步给出稳定性的另一个定义.

定义 1.3.6 假设存在标量 $\beta \geqslant 0$ 和 $r \geqslant 0$ 及一个任意给定的包含 $x_e = 0$ 的邻域 $A \subset R^n$, 若系统 (1.1) 满足下列条件, 则称系统 (1.1) 在吸引区域 A 内以速率 α 一致指数收敛于最终吸引子 $\Phi(r)$, 也称为系统在吸引区域 A 内以 $\Phi(r)$ 一致指数稳定 (u.e.s-$\Phi(r)$):

(1) 解的存在性: 对于每个 $t_0 \in R^+$ 和 $x_0 \in A$, 存在系统 (1.1) 的一个解 $x(\cdot) : [t_0, t_1) \to R^n$, $t_0 < t_1$, $x(t_0) = x_0$;

(2) 解的无限延拓: 对于系统 (1.1) 的每个解 $x(\cdot):[t_0,t_1)\to R^n$. 当 $x_0\in A$ 时, 存在一个延拓解 $\bar{x}(\cdot):[t_0,\infty)\to R^n$. 即对于所有的 $t\in[t_0,t_1)$, 有 $\bar{x}(t)=x(t)$;

(3) 解的一致指数收敛性: 若 $x(\cdot):[t_0,\infty)\to R^n$ 是当 $x(t_0)\in A$ 时系统 (1.1) 的任何解, 则

$$\|x(t)\|\leqslant r+\beta\|x(t_0)\|\exp[-\alpha(t-t_0)],\forall t\geqslant t_0. \tag{1.19}$$

注 1.3.2　定义 1.3.6 是定义 1.3.2 的特例. 即系统 (1.1) 若满足定义 1.3.6, 则必满足定义 1.3.2.

注 1.3.3　系统中, 若 $A=R^n$, 并满足定义 1.3.6, 称系统 (1.1) 是以 $\Phi(r)$ 全局一致指数稳定 (g.u.e.s-$\Phi(r)$) 的, 若 $r=0$, 称系统 (1.1) 是全局一致指数稳定 (g.u.e.s) 的.

定义 1.3.7　若系统 (1.1) 具有最终吸引子 $S=\Phi(r)\subset R^n$, 系统 (1.1) 称为以速率 α 指数收敛于最终吸引子 S, 当且仅当对所有的初始条件 $x(t_0)=x_0\in R^n\backslash S$, 有

$$d[x(t),S]\leqslant f(x_0)\exp[-\alpha(t-t_0)],\forall x(t)\in R^n\backslash S,\forall t\geqslant t_0, \tag{1.20}$$

其中, $x\in R^n\backslash S$ 的含义为 $x\in R^n$, 并且 $x\notin S$; α 是正数, $f(x_0)$ 是依赖于 x_0 的正数, $d[x(t),S]$ 是 $x(t)$ 与 S 之间的距离, 定义为

$$d[x(t),S]\triangleq\min\{\|x(t)-x^*\|:x^*\in S\}. \tag{1.21}$$

下面利用 Lyapunov 稳定性理论, 若系统 (1.1) 为时不变系统, 判断其是 u.e.s-$\Phi(r)$ 的充分条件.

定理 1.3.1　对于系统 (1.1), 若为时不变的, 假设存在一个连续可微的标量函数 $V(\cdot):R^n\to R^+$, 并满足下列条件:

(1) 存在标量 $q\geqslant 1$, $\omega_1>0$, $\omega_2>0$, 对所有 $x(t)\in R^n$, 有

$$\omega_1\|x\|^q\leqslant V(x)\leqslant\omega_2\|x\|^q; \tag{1.22}$$

(2) 存在标量 $\overline{V}$ 和 $\underline{V}$, 有 $0\leqslant\underline{V}\leqslant\overline{V}<\infty$, 当 $\underline{V}\leqslant V(x)\leqslant\overline{V}$ 时, 对于所有 $t\in R^+$, 有

$$\dot{V}=\frac{\partial V}{\partial t}f(x,t)\leqslant -q\alpha[V(x)-\underline{V}]. \tag{1.23}$$

则对于系统 (1.1), 下列结论成立:

(1) 集合 $A=\{x\in R^n:V(x)<\overline{V}\}$ 对于系统 (1.1) 是不变的;

(2) 系统 (1.1) 在吸引区域 A 中, 以速率 α 指数收敛于最终吸引子 $S=\Phi(r)$, 称系统 (1.1) 在吸引区域 A 内以 $\Phi(r)$ 一致指数稳定, 其中, $r=(\underline{V}/\omega_1)^{\frac{1}{q}}$, $\beta=(\omega_2/\omega_1)^{\frac{1}{q}}$.

证明　见文献 [6].

注 1.3.4　若定理 1.3.1 成立, 则当 $r^* \geqslant r$ 时, 有闭球域 $\Phi(r^*)$, 对于任何初始条件 x_0, 存在一个常数

$$T[x_0, \Phi(r^*)] = \begin{cases} 0, & x_0 \notin A \backslash \Phi(r^*), \\ \frac{1}{\alpha} \ln \left[\frac{f(x_0)}{r^* - r}\right], & x_0 \in A \backslash \Phi(r^*), \end{cases} \tag{1.24}$$

有

$$x(t) \in \Phi(r^*), \qquad \forall t \geqslant t_0 + T[x_0, \Phi(r^*)]. \tag{1.25}$$

同时, 对于所有 $x \in A \backslash \Phi(r^*)$, 有

$$d[x(t), \Phi(r^*)] = \|x(t)\| - r^* \leqslant f(x_0) \exp[-\alpha(t - t_0)], \tag{1.26}$$

其中, $f(x_0) = \left[\frac{\omega_2}{\omega_1}\|x(t_0)\|^q - \frac{V}{\omega_1}\right]^{\frac{1}{q}}$.

若系统 (1.1) 是时变的, 针对 g.u.u.s-$\Phi(r)$, 也可给出下列定理:

定理 1.3.2　对于系统 (1.1). 若存在一个有限正数 $0 \leqslant r \leqslant \infty$ 和一个连续可微的标量函数 $V(\cdot)$: $R^n \times R^+ \to R^+$, 并且存在函数 $\varphi_1, \varphi_2 \in K$ 和 $\varphi_3 \in KR$, 对于所有 $x(t) \notin \Phi(r)$ 和 $t \in R^+$, 若

(1) $\varphi_1(\|x\|) \leqslant V(x(t), t) \leqslant \varphi_2(\|x\|)$;

(2) $\frac{\partial V(x(t),t)}{\partial t} + \nabla_x^T V(x(t), t) f(x, t) \leqslant -\varphi_3(\|x\|)$;

则系统 (1.1) 以 $\Phi(r)$ 为最终吸引子全局一致最终稳定 (g.u.u.s-$\Phi(r)$).

证明　见文献 [6].

注 1.3.5　对照定义 1.3.2, 一些参数如下:

$$r_0(d) = \begin{cases} (\varphi_1^{-1} \circ \varphi_2)(r), & d \leqslant r, \\ (\varphi_1^{-1} \circ \varphi_2)(d), & d > r, \end{cases} \tag{1.27}$$

$$T(\bar{d}, d) = \begin{cases} 0\ , & d \leqslant (\varphi_2^{-1} \circ \varphi_1)(\bar{d}), \\ \frac{\varphi_2(d) - (\varphi_1 \circ \varphi_2^{-1} \circ \varphi_1)(\bar{d})}{(\varphi_2 \circ \varphi_2^{-1} \circ \varphi_1)(\bar{d})}, & d > (\varphi_2^{-1} \circ \varphi_1)(\bar{d}), \end{cases} \tag{1.28}$$

其中, $(\varphi_1 \circ \varphi_2)(r)$ 的含义为求复合函数, 即 $(\varphi_1 \circ \varphi_2)(r) = \varphi_1(\varphi_2(r))$.

这里对 Ξ 的模 $\|\Xi\|$, 若 Ξ 为向量时, 本书采用欧氏模; 若 Ξ 为矩阵时, 采用 $\|\Xi\| = [\lambda_{\max}(\Xi^T\Xi)]^{\frac{1}{2}}$, 其中 $\lambda_{\max}(\cdot)\,(\lambda_{\min}(\cdot))$ 为给定矩阵的最大 (最小) 特征值.

第二章　匹配不确定线性系统的鲁棒控制

工程上所建立的系统数学模型, 在不同程度上都存在着某种不确定性, 诸如模型参数、输入、测量误差等是未知的或不能精确地确定等. 而大部分控制策略的设计又离不开系统的模型. 所以在数学模型中存在某种不确定性的条件下, 设计一个合适的控制器以确保系统的响应具有理想的性能, 在控制论领域已引起广泛关注, 并成为研究的热点.

对于不确定系统, 当不确定性发生在控制输入通道时, 称为匹配不确定问题, 最早是由 Gutman [7] 提出的, 它确实使处理得到简化, 并可给出一些优美的控制策略.

本章在匹配不确定线性系统描述的基础上, 先给出在整个鲁棒控制设计领域中常用的一个引理, 进而对匹配不确定线性系统提出了三类鲁棒控制策略——补偿型鲁棒控制、变结构鲁棒控制和连续型鲁棒控制. 设计上述鲁棒控制策略时, 都要求不确定项的界信息, 但在实际工程中这种信息一般都难以获得, 或者不确定项的界是时变的. 为此, 本章最后给出一类自适应鲁棒控制. 它在控制过程中, 对不确定项的界进行自适应估计.

第一节　概　　述

一、不确定线性系统的描述

考虑如下的不确定线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = [A + \Delta A(s(t))]x(t) + [B + \Delta B(v(t))]u(t) + Cw(t), \\ x(t_0) = x_0, \end{cases} \tag{2.1}$$

其中, $t \in R^+, x(t) \in R^n$ 为状态向量, $u \in R^m$ 为输入向量, $s(t) \in \Omega_1 \subset R^p$ 为系统矩阵的参数不确定向量, $v(t) \in \Omega_2 \subset R^l$ 为输入矩阵的参数不确定向量, $w(t) \in \Omega_3 \subset R^q$ 为输入噪声向量, 即外界干扰的不确定向量. A, B, C 为相应维数的已知常数矩阵, $\Delta A(s(t))$ 为系统不确定矩阵, $\Delta B(v(t))$ 为输入不确定矩阵, 这两个矩阵都是依赖于不确定参数 $s(t)$ 和 $v(t)$ 的连续矩阵.

问题　针对系统 (2.1), 对于所有允许的参数和外界干扰不确定项, 设计一个反馈控制律, 使之构成的闭环系统稳定, 并达到一定性能.

对所有允许的不确定项, 系统均达到闭环系统稳定称为鲁棒稳定, 所设计出的反馈控制律称为鲁棒控制律.

为了对不确定线性系统 (2.1) 进行控制器设计, 首先引入下列假设: