

# 岩土损伤力学

## 宏细观试验研究

喜巍 任建喜  
马著 任建喜  
润彬 葛修润  
红 蒲毅蒲孙



科学出版社  
[www.sciencep.com](http://www.sciencep.com)

# 岩石损伤力学

## —宏细观试验研究

周维炳 蔡增基  
编著

中国地质大学出版社

地质出版社

# 岩土损伤力学宏观微观试验研究

葛修润 任建喜 蒲毅彬 马 巍 孙 红 著

科学出版社

北 京

## 内 容 提 要

本书主要介绍作者利用自行设计、研制成功的RMT系列岩石力学多功能试验机和与CT配套的专用实时加载试验设备在岩土损伤力学特性研究方面取得的成果,以及作者在冻土蠕变CT细观分析、黄土湿陷性CT探测、上海黏土CT检测试验方面的研究成果,涉及岩石连续加载损伤破坏机理、周期性荷载作用下岩石疲劳损伤破坏机理和不可逆变形机理、岩石卸载损伤破坏机理、岩石细观蠕变损伤演化特性、岩石损伤本构关系、冻土蠕变细观机理及黏土损伤力学特性等内容。

本书可作为土木、水电、桥梁、隧道、岩土力学与工程等工科专业高年级本科生和研究生的教学参考书,亦可供有关科研和工程设计人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

岩土损伤力学宏观细观试验研究 / 葛修润等著. - 北京: 科学出版社, 2004.6

ISBN 7-03-013518-0

I. 岩… II. 葛… III. 岩土力学性质—力学性能试验  
IV. TU458

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第049605号

责任编辑: 王 军

责任印制: 高 嵘 / 封面设计: 黄华斌

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencecp.com>

武汉大学出版社印刷总厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2004年6月第 一 版 开本: 890×1240 1/32

2004年6月第一次印刷 印张: 12 1/2

印数: 1-1500 字数: 378 000

定价: 48.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

## 作者简介

**葛修润** 男, 1934年7月生, 上海市人。1959年7月毕业于原苏联敖德萨建筑工程学院水利系, 获苏联优秀毕业生证书。回国后在中国科学院武汉岩土力学研究所工作。1981~1982年荣获国际著名的联邦德国洪堡基金会研究奖学金, 与国际岩石力学学会创始人 L. Müller 教授在德国卡尔斯鲁厄大学土岩力学研究所合作从事研究工作。1995年5月当选为中国工程院院士。长期从事岩石力学与重大岩土工程研究工作, 是我国岩质边坡研究领域的学科带头人之一。1985年以来, 获得国家级科技进步奖 2 次, 省部级科技进步奖 16 次, 发表论文约 200 篇。任《中国科学》、《科学通报》编委。现为中国科学院武汉岩土力学研究所研究员, 博士生导师; 上海交通大学岩土力学与工程研究所所长, 教授, 博士生导师; 冻土工程国家重点实验室学术委员会委员, 客座研究员。

**任建喜** 男, 1968年2月生, 陕西西安人, 博士后, 副教授。1990年7月获西安矿业学院矿井建设专业工学学士学位, 1993年7月获西安矿业学院矿山建设工程专业硕士学位, 2001年7月获中国科学院武汉岩土力学研究所岩土工程专业工学博士学位。2001年9月~2003年8月在上海交通大学力学博士后流动站工作。在《中国科学》、《Rock Mechanics and Rock Engineering》等国内外重要学术刊物上发表论文 30 篇, 其中进入 SCI 检索的 3 篇, EI 检索的 10 篇, ISTP 检索的 6 篇。主要从事岩土力学与工程的教学和研究工作。完成国家自然科学基金等课题 10 项。2001年获中国科学院院长奖学金优秀奖。2002年获上海市科技进步二等奖 1 项。现任西安科技大学防灾减灾与防护工程学科带头人, 中国科学院寒区旱区环境与工程研究所冻土工程国家重点实验室客座副研究员。

**蒲毅彬** 男, 1951年11月生, 高级工程师。1982年毕业于上海理工大学精密仪器系光学仪器专业。从事寒区旱区环境与工程材料分析测试工作 32 年, 多年来负责实验室的分析测试业务和技术管理工作, 现任中国科学院寒区旱区环境与工程研究所学术委员会委员。

**马巍男**,回族,1963年12月生,研究员。2001年获北京理工大学工程力学博士。现任中国科学院寒区旱区环境与工程研究所副所长、冻土与寒区工程研究室主任、冻土工程国家重点实验室常务副主任。兼任国际冻土协会中国理事、中国力学学会理事、中国地理学会冰川冻土分会理事、甘肃省力学学会专业委员会委员、甘肃省岩土力学与工程学会委员及中国科学院寒区旱区环境与工程研究所学术委员会委员、冻土工程国家重点实验室学术委员会委员。

**孙红女**,1970年11月生,辽宁省人。1999年7月获同济大学岩土工程专业工学博士学位,2001年3月~2003年4月在上海交通大学力学博士后流动站从事博士后研究工作。主要从事岩土力学与基础工程的教学和研究工作。1992~1995年参与大同市城市地质研究科研项目,最后参与完成《大同市城市地质研究》一书,该项研究成果获得大同市科技进步二等奖。1996~1999年参与完成同济大学与新加坡国立大学合作科研项目“断裂在土木工程中的应用”中的一部分,即土的损伤模型及其在土力学的应用,该项目于1999年4月通过上海市科学技术委员会组织的鉴定,鉴定为国际领先水平。2000年1月~2000年8月在新加坡国立大学作访问学者。发表论文22篇,其中SCI检索2篇,EI检索8篇。出版专著1部。现任上海交通大学副教授。

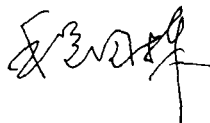
## 序

岩土介质损伤力学基本特性的研究对岩土工程稳定性评价和工程设计有重要的理论意义和实际价值。岩土损伤力学的实验研究主要有三种途径：现场原位试验、室内试验和计算机仿真模拟试验。由于室内试验可以测定岩石和土的基本物理参数，且可以控制影响因素，进行各种试验了解力学过程，因而一直得到国内外广大岩土力学工作者的广泛关注。但是由于设备和方法等问题，岩土损伤力学的试验研究仍相对滞后于岩土损伤力学的理论研究。

计算机断层扫描成像技术(CT)能对被测体断层中某些特性进行定量研究，由于可以进行多层扫描且具有无损检测等优点而受到国内外岩土力学界的重视。“工欲善其事，必先利其器”，由葛修润院士负责总体设计，他领导下的课题组成功研制了能结合CT扫描完成常温和负温下岩土破坏全过程试验的三轴加载专用设备。利用这一设备能在细观尺度上研究岩土损伤破坏的机理，从而为岩土力学的室内试验研究开创了CT实时试验的重要途径。

在研究方法上，葛院士及其课题组创造性地将CT细观试验与宏观试验相结合，用细观试验得到的物理机制解释岩石的宏观特性，通过宏、细观试验研究，将各种岩石的损伤机制进行分类，分别建立了岩石的损伤演化方程及其本构模型，据此，较系统地对岩石、土等介质的损伤力学特性进行了较深入的试验和理论研究。

岩土损伤力学的研究已经取得了不少有价值的成果，但由于不确定性和各向异性等问题，岩土损伤力学领域仍有大量需要进行深入研究的问题。本书所总结的创新的设备、方法和成果无疑将对岩土损伤力学研究的深入起到有力的推动作用。



2004年6月

## 前 言

岩土介质是典型的天然材料,开展岩土介质损伤力学基本特性的研究对岩土工程稳定性评价和工程设计具有重要的理论价值和实际意义。目前,对岩石和土的基本力学特性的研究已经取得了众多有价值的成果,但是,由于不确定性、模糊性、各向异性等问题的存在,在岩石和土的基本力学特性的研究方面还有众多问题值得深入研究。

本书作者利用自行研制的 RMT 系列岩石力学多功能试验机和与冻土工程国家重点实验室的 CT 机配套的专用加载设备,采用宏观试验和 CT 细观试验相结合的手段,较系统地对岩石、土等介质的损伤力学特性进行了较深入的试验和理论研究。

本书的有关内容得到国家自然科学基金“周期载荷及卸载作用下岩石损伤扩展特性试验与理论研究(10172057)”和“寒区裂隙岩石卸载损伤演化机理 CT 实时试验研究(10202019)”以及冻土工程国家重点实验室开放基金课题“岩石破坏全过程损伤演化细观机理试验研究(9802)”的资助。作者向国家自然科学基金委员会和冻土工程国家重点实验室表示由衷的感谢。

本书的岩石力学宏观试验是在上海交通大学岩土力学与工程研究所岩石力学试验中心完成的,试验得到蒋宇硕士、卢允德硕士的大力协助,在此,对他们的贡献表示感谢。

本书的 CT 试验是在中国科学院寒区旱区环境与工程研究所冻土工程国家重点实验室开放基金课题的支持下在该实验室 CT 室完成的。试验期间得到了该室领导程国栋院士、朱元林研究员的大力支持,冻土工程国家重点实验室办公室王贵荣主任为作者们提供了优越的学习和生活条件。CT 室的廖全荣、冯小太工程师牺牲了大量休息时间,协助完成了 CT 试验工作,对于他们的大力支持和协作作者深表谢意。

本书第 2 章的损伤力学基本理论部分和第 3 章国内外研究现状部分介绍了国内外同行的大量研究成果,属于编写,文后虽然列出了许多文献,但是,难免挂一漏万。在此,对所有被引用内容的作者表示感谢。



本书的出版得到了冻土工程国家重点实验室主任、中国科学院兰州分院院长程国栋院士等领导的大力支持。程国栋院士百忙之中为本书作序,冻土工程国家重点实验室提供了出版经费,作者对此十分感谢。

本书各章节写作分工如下:第1章由葛修润、任建喜撰写;第2章由任建喜编写;第3章由葛修润、任建喜、孙红编写;第4章由蒲毅彬撰写;第5章由葛修润、任建喜、蒲毅彬、马巍撰写;第6章由葛修润、任建喜撰写;第7、8、9、10章由任建喜、葛修润撰写;第11章由马巍撰写;第12章由蒲毅彬撰写;第13、14、15、16章由孙红、葛修润撰写;第17章由葛修润撰写;第18章由葛修润、任建喜撰写;第19章由葛修润撰写;第20章由任建喜、葛修润撰写;第21章由葛修润、任建喜撰写。

全书由葛修润任主编,任建喜任副主编。

限于作者水平,书中难免错误和疏漏,敬请读者批评指正。

2004年6月

# 第1章 绪 论

开展岩土体破坏机理的研究,进而探寻科学合理的岩土体本构模型是一项非常重要的基础性前沿课题。岩土损伤力学试验研究是带有基础性研究特色的重要课题之一,一直被国内外广大岩土力学工作者所关注。

岩土力学试验主要分为现场试验、室内试验和计算机仿真模拟试验。现场原位试验的结果由于能真实反映地质条件、工程因素等而受到重视,但是由于费用昂贵,只有少部分重要工程才进行此类试验。室内试验在岩石和土的基本物理力学参数的测定和力学过程研究方面具有优势,在进行诸如蠕变试验、松弛试验、卸荷试验、抗拉试验、抗压试验、疲劳试验时,力学机制明确,便于详细分析研究。由于计算机的发展,计算机仿真模拟试验由于价格低廉而受到重视,但是,该试验的基础是必须有准确的模拟参数和合理的本构模型,而本构模型和参数的科学选择还必须依赖于室内试验和室外试验的结果。目前来说,室内试验仍然是岩土力学试验技术中的重要方法。

开发和研制具有自主知识产权的岩石力学试验设备是具有挑战性的工作,该工作的重要意义在于其是具有原始创新性的研究。本书介绍了由葛修润于 1993 年在中国科学院武汉岩土力学研究所负责研制成功的 RMT 系列岩石力学多功能试验机<sup>[1]</sup>。该试验机采用集剪切、单轴压缩、三轴压缩、拉伸和疲劳试验于一机的多功能试验机技术,属国际首创,国际上著名的 MTS 公司在 1998 年才仿照我国研制出三合一的岩石力学试验机。利用该设备,作者完成了大量的试验,对岩石应力应变全过程曲线的传统划分方式提出了质疑,给出了切合实际的新的划分方法;对岩石疲劳破坏和不可逆变形的分析给出了新的成果。

本书介绍的另一重要成果是由本书第一作者负责的课题组于 1999 年研制成功的与医用 X 射线 CT 机配套的岩石三轴加载专用设备<sup>[2]</sup>。该设备可以完成常温下岩石、土和负温下冻岩、冻土、冰的压缩、卸载、蠕变、疲劳破坏 CT 实时试验,在细观尺度上研究岩土损伤破坏机理。此项先进的细观尺度的试验设备在国内外岩土力学界开创了 CT 实时(real-time)

试验的先河,为岩土力学的室内试验研究提供了一条新的重要途径。此项与 CT 机配套的岩石三轴专用设备是专为冻土工程国家重点实验室设计和研制的,一经问世立即引起了全国同行的广泛关注。据不完全统计,近三年来,向冻土工程国家重点实验室申请使用该设备开展科学研究的课题有 20 多项,由此可见,由本书作者提出和实现的 CT 实时试验研究在同行中影响之大。

岩土损伤力学的理论研究已经有了相当大的进展,但是,岩土损伤力学的试验研究相对弱一些。开展岩土损伤力学的试验研究是促进岩土损伤力学学科发展的关键问题之一。

本书论述的试验研究分为两大部分,一为宏观的室内试验研究,另一部分是采用 CT 实时试验技术在细观尺度上的试验研究。我们的基本学术思想是利用细观尺度的试验研究为宏观试验结果提供物理依据和解释,而并不谋求在细观尺度上去建立相应的力学体系和推导岩土损伤力学的基本方程。开展 CT 实时试验的最主要目的是研究岩土介质在各种应力状态下内部各断面裂纹萌生、分叉、发展、断裂、卸载全过程的图像变化,从细观尺度研究岩土介质的破坏机理;对照相应的宏观应力-应变关系曲线进行分析,为宏观曲线的合理分段和特征点的确定提供从细观角度获得的物理依据,最后,参照宏细观力学试验的结果根据宏观曲线的分段建立损伤演化方程和本构模型。

本书第 1 章是绪论,说明了本书写作的目的及其主要内容。考虑到本书的完整性,第 2 章介绍了损伤力学的基本理论,包括损伤的定义、分类及常见的损伤模型。第 3 章介绍了岩土损伤力学试验研究的国内外现状,简述了对岩体损伤力学的发展具有重要影响的 Murakami-Ohno 蠕变损伤理论以及据该理论发展起来的节理岩体损伤力学理论。第 4 章介绍了 X 射线计算机断层扫描 (computerized tomography, 简称 CT) 的基本原理、本书所用的冻土工程国家重点实验室 CT 机的基本性能以及岩土力学 CT 试验的过程及结果处理的一般方法。第 5 章介绍了作者研制的与 CT 机配套的岩土力学专用加载实验系统的技术指标和基本性能。第 6 章介绍了压缩荷载作用下各类岩石的损伤力学特性。第 7 章介绍了卸载作用下岩石和裂隙岩石破坏的细观机理的初步研究成果。第 8 章介绍了周期荷载作用下岩石损伤破坏特性的初步成果。第 9 章介绍了单轴压缩荷载作用下砂岩蠕变 CT 分析的结果。第 10 章介绍了西部寒区冻结裂隙岩石

加卸载破坏机理异同的初步研究成果。第 11 章介绍了单轴和三轴压缩荷载作用下冻土蠕变变形的细观特征研究。第 12 章介绍了陇东黄土湿陷过程 CT 分析的研究结果。第 13 章给出了上海黏土三轴条件下细观损伤力学特性的研究成果。第 14 章给出了上海黏土损伤力学特性的宏观试验结果。第 15 章建立了上海黏土的损伤本构理论。第 16 章介绍了作者给出的弹塑性损伤理论在 Biot 固结有限元分析中的应用成果。第 17 章介绍了 RMT 岩石力学多功能试验机的性能指标以及作者提出的一个全新的岩石全过程曲线的划分方法。第 18 章给出了周期载荷作用下岩石疲劳破坏损伤演化机理的宏观试验研究成果。第 19 章介绍了基于显微镜的岩石细观损伤力学观测试验系统以及应用该系统对花岗岩板渐进破坏过程的研究成果。第 20 章是岩石损伤本构模型方面的研究成果。第 21 章对岩土损伤力学试验研究的内容和前景进行了展望。

### 参 考 文 献

- 1 葛修润, 周百海. 岩石力学室内实验装置的新进展——RMT-64 岩石力学试验系统. 岩土力学, 1994, 15(1): 50~56
- 2 葛修润, 任建喜, 葛修润等. 岩石细观损伤演化规律的 CT 实时实验研究. 中国科学(E), 2000, 30(2): 104~111

# 第 2 章 损伤力学基本理论

## 2.1 概 述

本章首先在第 2.2 节介绍损伤及其分类,在第 2.3 节介绍损伤力学及其分类,内容涉及损伤力学的定义、分类及损伤力学的研究方法。然后,在第 2.4 节介绍连续介质损伤力学理论,在第 2.5 节简要介绍常见的损伤模型。

## 2.2 损伤及其分类

一般认为,损伤是材料在加载条件下其黏聚力呈渐进性减弱,进而导致其体积元劣化和破坏的现象,它不属于某种独立的物理性质,而是作为一种材料的劣化因素被结合到弹性、塑性和黏性等介质的力学性质中去一并考虑与分析的。

固体材料的破坏是一种累积损伤过程,在物理上体现为微结构变化的累积过程,在力学上是宏观缺陷的产生与扩展的累积过程。这个过程伴随着能量耗散或熵增加,导致材料的性能劣化,包括刚度、强度、韧度、稳定性以及寿命的降低。

对于岩土介质来说,损伤既是一种现象也是一个过程。岩体中存在的节理裂隙(不是指定向大断裂)就可以视为是一种初始损伤。损伤与岩石的破坏变形密不可分,按照岩石的变形机理,岩石损伤的主要类型有:弹性损伤、弹塑性损伤、蠕变损伤、疲劳损伤、动力损伤、蠕变-疲劳损伤、卸载损伤、腐蚀损伤、核辐射损伤、碳化损伤、初始损伤等。

## 2.3 损伤力学及其分类

1958 年,原苏联的 Kachanov 在研究金属材料蠕变问题时,首先提出了“连续性因子”和“有效应力”的概念<sup>[1-2]</sup>。1963 年,原苏联学者 Rabotnov

提出“损伤因子”的概念<sup>[3-4]</sup>。1977年,法国的 Lemaitre<sup>[5-6]</sup>和 Chaboche<sup>[7]</sup>等学者运用连续介质力学方法,基于不可逆过程热力学原理,建立起“损伤力学”这门学科。他们在连续介质力学和热力学的基础上,运用固体力学的方法,研究材料或结构宏观力学性能的演化直至破坏的全过程,从而形成了固体力学中一个新的分支——损伤力学。从研究方法来分,损伤力学总体上可分为宏观损伤力学、细观损伤力学和微观损伤力学<sup>[8-11]</sup>。

宏观损伤力学基于连续介质力学和不可逆热力学理论,认为含有缺陷体的材料是一种连续体,损伤是一种均变量在其中分布,由损伤变量确定损伤状态,在满足力学、热力学基本公设和定理的条件下,根据一定的假设,唯象地推导出损伤本构模型和损伤演化方程。唯象学模型并不能有效地处理材料损伤的细观过程。

微观损伤力学的方法是从分子、原子层次上研究材料损伤的物理过程,用量子力学、统计力学方法确定损伤对微观结构的影响,并推求其宏观力学效果。这一方法因其理论尚不完善和统计量繁重而仅能处理某些损伤现象。

细观损伤力学是从材料内的颗粒、晶体、微裂纹等细观结构层次上研究损伤的形态、分布及其演化特征。细观损伤力学的研究方法有 Taylor 方法、自洽方法、微分法、模拟法和有效场法等。

细观损伤扩展规律的研究可以为宏观损伤力学的研究提供重要的试验基础,现已受到广泛重视,宏细观相结合的研究方法已成为岩石损伤力学研究的重要手段。

一般来讲,损伤力学研究包含四个阶段:

- (1) 选择合适的损伤变量;
- (2) 建立损伤演化方程;
- (3) 建立考虑材料损伤的本构关系;
- (4) 根据初始条件和边界条件求解材料各点的应力、应变和损伤值,由计算得到的损伤值判断各点的损伤状态,若损伤达到临界值,可以认为该点(体积元)破裂,然后根据新的损伤分布状态和新的边界条件,再作类似的反复计算,直至达到构件的破坏准则而终止。

岩石是不均匀和受损材料,它的失稳破坏就是岩石损伤演化诱致的突变,是一典型的非线性动力学过程。从细观上对岩石损伤及其演化特性进行研究是可行的,并能对宏观建模和本构关系研究提供重要帮助。其研

究的几个难点是:

(1) 如何恰当地给出损伤的定义和定量描述,既要便于测量,又要有利于损伤演化规律的研究。

(2) 损伤演化模型的建立,既要能描述近平衡态(静态)的共性,又要能描述近破坏态的特殊性。

(3) 细观损伤演化与宏观力学性质的关系。

从研究方法上讲,损伤力学理论可分为连续损伤力学和几何损伤力学<sup>[8-11]</sup>。连续损伤力学将材料中存在的微缺陷看作为连续的变量场——损伤场,用连续介质力学的概念和方法研究微缺陷的发展及其对材料力学性能的影响。几何损伤理论是由村上澄男(Sumio Murakami)和大野信忠(Nobutato Ohno)等人针对金属材料创立并发展起来的,该理论认为材料的损伤由微缺陷造成,损伤的大小和演化与微缺陷的尺寸、形状、密度及其分布有关,损伤张量和等价应力的概念相结合,构成了其核心。川本眺万(T. Kawamoto)等人将其引入到岩体损伤力学中来<sup>[12]</sup>,形成了节理岩体损伤力学的基本框架。节理岩体损伤理论认为,岩体内部的微裂纹以及微空隙的演化将导致岩体有效承载面积减小,强度降低。对于中、小规模和呈断续裂隙分布的节理岩体,它既不能简化为块体,也不能视为完全散粒体,在宏观上仍可归属于一种非均匀、各向异性的连续介质体,节理岩体损伤力学理论的建立为这类岩体的研究提供了新的思路和手段。

## 2.4 连续介质损伤力学基本理论

### 2.4.1 连续介质损伤力学的热力学基础

热力学第一定律(能量守恒定律与能量方程)和热力学第二定律(熵不等式)是连续介质损伤力学研究的基础。将这两个定律应用于本构泛函,可以导出损伤演化方程和本构模型<sup>[11]</sup>。

热力学第一定律可描述为:作用于物质系统上功的增量  $\delta W$  加上系统接受的热量的增量  $\delta Q$  等于系统内能的增量  $\Delta E$  加上动能的增量  $\Delta K$ ,即有下式:

$$\Delta E + \Delta K = \delta W + \delta Q \quad (2-1)$$

热力学第二定律(熵不等式)为

$$\rho \dot{s} - \left( \frac{h}{T} - \frac{1}{T} \operatorname{div} \mathbf{q} - \frac{1}{T} \mathbf{g} \cdot \mathbf{q} \right) \geq 0 \quad (2-2)$$

式中  $\mathbf{q}$  为热通量矢量;  $s$  为熵;  $\rho$  为物体的密度;  $T$  为热力学温度;  $h$  为由内热源供给单位体积的热率;  $\mathbf{g}$  是  $T$  的函数:

$$\mathbf{g} = -\frac{1}{T} \operatorname{grad} T$$

## 2.4.2 等效性假设

损伤力学中的等效性假设主要有载荷等效性假设、应变等效性假设、应力等效性假设和弹性能等效性假设, 现介绍如下。

### 1. J. Lemaitre 的应变等效性假设<sup>[8]</sup>

该假设认为, 对于弹性材料, 在真实应力  $\sigma$  作用下, 受损状态的应变等效于在有效应力  $\tilde{\sigma}$  作用下虚构的无损状态的应变(图 2-1)。

对于一维状态, 真实损伤状态的应力应变关系为

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad (2-3)$$

虚拟的无损伤状态的应力应变关系为

$$\varepsilon = \frac{\tilde{\sigma}}{E} \quad (2-4)$$

故有

$$\tilde{\sigma} = \frac{E}{\tilde{E}} \sigma \quad (2-5)$$

对于三维情况, 假设损伤是各向同性的, 应变等效性假设可以描述为

$$\varepsilon_{ij} = \tilde{E}_{ijmn}^{-1} \sigma_{mn} = E_{ijmn}^{-1} \tilde{\sigma}_{mn} \quad (2-6)$$

式中  $\varepsilon$  为应变张量;  $\sigma$  为真实应力张量;  $\tilde{\sigma}$  为有效应力张量;  $E^{-1}$  为无损柔度张量;  $\tilde{E}^{-1}$  为有效柔度张量。

### 2. 载荷等效性假设<sup>[8]</sup>

Rabotnov 在研究单轴拉伸蠕变时注意到: 拉伸会引起试棒横向收缩, 即面积从额定面积  $S_0$  变为真实面积  $S$ ; 考虑材料损伤后面积又从真实面积  $S$  变为有效承载面积  $\tilde{S}$ 。现定义:



$$\sigma_0 = \frac{F}{S_0} \quad (2-7)$$

$$\sigma = \frac{F}{S} \quad (2-8)$$

$$\tilde{\sigma} = \frac{F}{\tilde{S}} \quad (2-9)$$

式中  $F$  为试棒所受的外载;  $\sigma_0$  为额定应力;  $\sigma$  为真实应力;  $\tilde{\sigma}$  为有效应力。

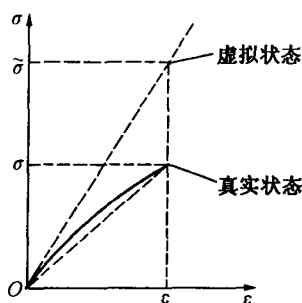


图 2-1 应变等效性假设

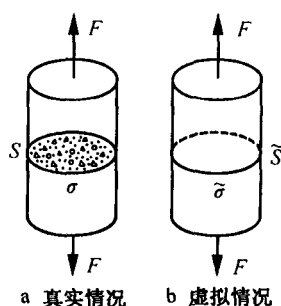


图 2-2 载荷等效性假设

如图 2-2 所示,对于脆性材料,横向收缩很小,可忽略,则  $S = S_0$  或  $\sigma = \sigma_0$ 。设真实承载面积为  $S$ 、应力为  $\sigma$  的拉伸棒等效于一虚拟拉伸棒,后者具有有效承载面积  $\tilde{S}$  并作用着有效应力  $\tilde{\sigma}$ ,则在外载不变情况下,有

$$F = \sigma S = \tilde{\sigma} \tilde{S} \quad (2-10)$$

由此可导出有效应力  $\tilde{\sigma}$  与真实应力  $\sigma$  的关系:

$$\tilde{\sigma} = \frac{S}{\tilde{S}} \sigma = \frac{\sigma}{\psi} \quad (2-11)$$

式中,  $\psi$  为连续性因子。

### 3. 应力等效性假设<sup>[8]</sup>

如图 2-3 所示,类似于应变等效性假设,可提出如下应力等效性假设:对于受损弹脆性材料,在真实应变  $\epsilon$  作用下,受损状态下的应力等效于有效应变  $\tilde{\epsilon}$  作用下虚拟的无损状态的应力。

应力等效性假设还可理解为:受损材料的应力-应变关系可以用虚拟