国家级骨干教师通解

中学教材 创新讲解

红本

捷进书系

主编 洪鸣远

初三几何

吉林人民出版社

总策划：龍門書局

捷进书系

中学教材

创新讲解

红本

初三几何

学科主编：聂庆娟
本册编者：李力梅　丁　甘

吉林人民出版社

(吉)新登字 01 号

中学教材创新讲解·初三几何

责任编辑　关铁宁　　封面设计　孙明晓
责任校对　陈洁美　　版式设计　洪　铭

出 版 者　吉林人民出版社(中国·长春人民大街 4646 号　　邮编:130021)
网　　址　www.jlpph.com
发 行 者　各地新华书店
制　　版　北京佳佳图文制作中心
印 刷 者　河北衡水蓝天印刷有限责任公司

开　　本　880×1230　　1/32
印　　张　11.75
字　　数　392 千字
版　　次　2004 年 5 月第 2 版第 1 次印刷
印　　数　00001－30100

标准书号　ISBN 7－206－04225－2/G·1336
定　　价　13.90 元

再版前言

《中学教材创新讲解》又重新修订、出版了。

感谢全国各地广大师生一年来对本丛书的关注和厚爱。大量的读者来信使我们充满信心，许多极富创意的良言善策也是我们改进、提高本书的有效捷径。2004年《中学教材创新讲解》在秉承讲深、讲细，以全面解读教材的基础上，加入了适量的分层递进式配套练习题，便于学生边学边练，随时巩固。修订后的丛书具有以下特点：

同步 以课(节)为单位编写，严格依照课本的章节顺序，逐字、逐句、逐图、逐表、逐题地全面透视和深度解析教材。着力体现对教材的辅导与教师的授课进度同步、与学生的学习节奏同步、与中学测验考试同步，充分体现了对学生全程学习的关爱、帮助与精心呵护。

全面 通过对教材面的聚焦、点的展开，全面实现教材知识间的左右贯通，前后纵横，既高屋建瓴，又细致入微。其重点是：对教材线索脉络的梳理，对知识概念的阐释与运用，对知识间内涵本质的挖掘与联系，对各学科、各知识点学习方法的培养和引导。确保学生能关注的各知识点无遗漏。

创新 以人为本，以学为本，以学生的发展为本；充分体现新一轮中、高考改革精神，注重学生学科综合能力的培养与提高。依据新教材、提供新材料、开启新视野、引发新思路，激活学生的灵感，开发学生的潜能。思路新、栏目新、材料新。

权威 丛书各科均由国家级、省级骨干教师领衔主笔，强强联合，精英聚会。名师对教材内在精神

领会深，重点、难点摸得准，讲解有奇招、指导针对性强。他们的讲解直指学生学习的疑问点、易忘点、错解点，颇有独到之处，令教师、学生心领神会、心到神知。

本丛书在修订过程中，得到全国各地诸多教研室、学校及广大师生的帮助，在此一并致谢。尽管我们从策划到编写极尽努力，但书中可能仍有一些不足之处，望广大读者继续批评指正。

主编：洪鸣远

目　录

mu lu

第六章 解直角三角形

名师告诉你

本章是在学习了三角形、四边形和相似三角形等内容后的又一重要的知识.本章主要学习锐角三角函数的概念,进而以三角函数的概念为基础,利用直角三角形中边、角之间的关系来解直角三角形.本章知识与直角三角形、相似三角形及一元二次方程有着密切的联系,在特殊角的三角函数的计算和化简中,常应用学过的二次根式的运算和乘法公式,因此,学好这一章对复习巩固前面所学知识可以起到温故知新的作用.

本章解直角三角形的知识广泛地应用于测量、工程技术和物理之中,主要是用来计算距离、高度和角度.在解决这类问题时要注意应用数形结合的思想.把实际问题转化为数学模型来解况.

一 锐角三角函数

6.1 正弦和余弦

教材全解

知识点1 正弦、余弦定义

如图6-1-1,在Rt△ABC中,∠$C=90°$,我们把锐角A的对边与斜边之比叫做∠A的正弦,记作$\sin A$.即$\sin A=\dfrac{\angle A\text{的对边}}{\text{斜边}}=\dfrac{a}{c}$.

我们把锐角A的邻边与斜边之比叫做∠A的余弦,记作$\cos A$.即$\cos A=\dfrac{\angle A\text{的邻边}}{\text{斜边}}=\dfrac{b}{c}$.

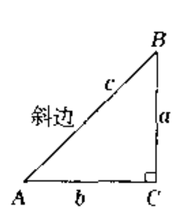

图6-1-1

提醒: ①由于直角三角形中斜边大于直角边,且各边长均为正数,所以有$0<\dfrac{a}{c}<1$,$0<\dfrac{b}{c}<1$,进而得结论:$0<\sin A<1$,$0<\cos A<1$(∠A为锐角).

②$\sin A$、$\cos A$ 都是整体符号，不能看成 $\sin\cdot A$，$\cos\cdot A$.

③当$\angle A$ 固定时，$\angle A$ 的正弦值、余弦值都是固定的，这与$\angle A$ 的两边长短无关.

④"$\sin A$"和"$\cos A$"等只表示用一个大写字母表示一个角的正、余弦，对于用三个大写字母表示的角，在表示它的正弦和余弦时，角的符号"$\angle$"不能省略，例如"$\angle ADB$ 的正弦"应写成"$\sin\angle ADB$"，而不能写成"$\sin ADB$".

⑤式 $\sin A=\frac{a}{c}$ 整体看是一个等式，右边是一个分式，因而 $\sin A=\frac{a}{c}$ 具有等式、分式的性质. 当已知式中两个量时，可求第三量，所以有其变式：$a=c\sin A$，$c=\frac{a}{\sin A}$.

请注意这些变形将是后继学习中经常遇到的.

知识点 2　特殊角度(0°,30°,45°,60°,90°)的正弦或余弦值　　重点

角度 三角函数	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

提醒　①$\sin0°=0$，$\sin90°=1$，$\cos0°=1$，$\cos90°=0$. 只须记住结果(通过查表求得)

②30°,45°,60°角的正弦或余弦值要会利用特殊直角三角形来求得.

③30°,45°,60°正、余弦值可借助特殊图形记忆(如图 6－1－2).

图 6－1－2

知识点 3　正、余弦之间的关系式

(1)$\sin A=\cos(90°-A)$，$\cos A=\sin(90°-A)$；(2)$\sin^2A+\cos^2A=1$.

提醒　①关系式(1)表明任意锐角的正弦(或余弦)等于它的余角的余弦(或正弦)；关系式(2)表明同角的正弦值与余弦值的平方和为 1.

②它们都是等式因而具有等式的性质，且可以进行等式变形，在关系式(2)中，经过变形有：

$1=\sin^2A+\cos^2A$，$\sin A=\sqrt{1-\cos^2A}$，$\cos A=\sqrt{1-\sin^2A}$($0°<\angle A<90°$).

上述变形可直接使用.

知识点 4　当角度在 0°~90°之间变化时，正弦、余弦值的变化情况(增减性)

➢ 重点

当角度在 0°~90°之间变化时，
①正弦值随着角度的增大(或减小)而增大(或减小)；
②余弦值随着角度的增大(或减小)而减小(或增大)．

解题能力培养　基础篇

1．正弦和余弦的概念

例1　在 Rt△ABC，$\angle C=90°$，$AB=6$，$BC=2$，则 $\sin A=$______．

［解析］　用锐角正弦的定义 $\sin A=\frac{a}{c}$．

［解］　在 Rt△ABC，∵$\angle C=90°$，∴$\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$．

例2　在 Rt△ABC 中，各边长度都扩大 2 倍，那么锐角 A 的正弦、余弦值有什么变化？

［解析］　$\angle A$ 固定，$\angle A$ 的三角函数值也固定，与边的长短无关，所以没有变化．
［解］　锐角 A 的正弦、余弦值不变．
2．特殊角度(0°，30°，45°，60°，90°)的正弦或余弦值

例3　求值：$\frac{1}{2}\times\sin 60°\times\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 45°=$______．

［解］　原式 $=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=\frac{1}{8}\sqrt{3}$．

例4　(2002，南京)如果$\angle\alpha$ 是等边三角形的一个内角，那么 $\cos\alpha$ 的值等于　　(　　)

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D．$\frac{1}{2}$

［解析］　由于正三角形每个内角都等于 60°，所以 $\cos\alpha=\cos 60°=\frac{1}{2}$，选 A．

［解］　A

3．正、余弦之间的关系式

例5　计算 $\sin 53°\cos 37°+\cos 53°\sin 37°$的值．

［解析］　本题的锐角 53°，37°不是特殊角，并且不能查表，故有特殊方法．通过观察不难发现 53°与 37°这两个角互余，则有 $\sin 53°=\sin(90°-37°)=\cos 37°$，同理 $\cos 53°=$

$\sin37°$,所以原式变为 $\cos^2 37° + \sin^2 37°$(或 $\sin^2 53° + \cos^2 53°$).由 $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ 知:原式 $=1$.

[解] $\because \sin53° = \sin(90° - 37°) = \cos37°$,

$\cos53° = \cos(90° - 37°) = \sin37°$,

$\therefore \sin53°\cos37° + \cos53°\sin37° = \cos^2 37° + \sin^2 37° = 1$.

[点拨] 公式 $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ 的应用很广泛,大家必须熟记它.

例6 如果 α 是锐角,且 $\cos\alpha = \frac{4}{5}$,那么 $\sin\alpha$ 的值是 ( )

A. $\frac{9}{25}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{16}{25}$

[解析] 事实上,因为 $\angle\alpha$ 为锐角,所以可构成一个 Rt$\triangle ABC$,使 $\angle C = 90°$,$\angle A = \angle\alpha$,则有 $AC = 4k$,$AB = 5k$,用勾股定理有 $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 3k$.

从而可求 $\sin\alpha$;另用公式 $\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A}$.

[解] 构造 Rt$\triangle ABC$,使 $\angle A = \angle\alpha$,$\angle C = 90°$,如图 6-1-3.

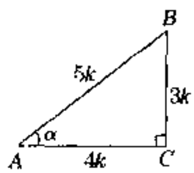

图 6-1-3

解法一:$\because \cos\alpha = \cos A = \frac{4}{5}$,

$\therefore$ 可令 $AC = 4k$,$AB = 5k$,

于是 $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 3k$.

$\therefore \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{3k}{5k} = \frac{3}{5}$,

即 $\sin\alpha = \frac{3}{5}$.选 C.

解法二:$\because \angle\alpha$ 为锐角,

$\therefore \sin\alpha = \sqrt{1 - \cos^2\alpha} = \sqrt{1 - (\frac{4}{5})^2} = \sqrt{1 - (\frac{4}{5})^2} = \frac{3}{5}$.选 C.

4.当角度在 $0° \sim 90°$ 之间变化时,正弦、余弦函数的增减性

例7 (2002,黄冈)已知 $\angle A$ 为锐角,且 $\cos A \leqslant \frac{1}{2}$,那么 ( )

A. $0° < A \leqslant 60°$ B. $60° \leqslant A < 90°$ C. $0° < A \leqslant 30°$ D. $30° \leqslant A < 90°$

[解析] 解决这类型问题的关键,是要弄清楚:若 $0° < \alpha < \beta < 90°$,则有 $\sin\alpha < \sin\beta$,$\cos\alpha > \cos\beta$,即(1)$\sin\alpha$ 随锐角 α 的增大而增大;(2)$\cos\alpha$ 随锐角 α 的增大而减小,以上两条,反过来也成立.

[解] (1)因锐角 A 使 $\cos A \leqslant \frac{1}{2} = \cos60°$,$\cos A$ 随 A 增大而减小,故 $60° \leqslant A < 90°$,选 B.

例8 (1)用不等号连结下面的式子:$\cos50°$ ______ $\cos20°$;

(2)$\sin30°$ ______ $\cos30°$(填“>”或“<”);

(3)判断正误,当 $45° \leqslant \alpha \leqslant 60°$ 时,$\sqrt{(\sin\alpha - \cos\alpha)^2} = \sin\alpha - \cos\alpha$.

[解析] 同名三角函数(如都是正弦或都是余弦)的两个式子比较大小,只须应用面前的结论即可;异名函数比较大小要设法化成同名函数.本例即属此类问题.

[解] (1) $\because 50^\circ > 20^\circ$, $\therefore \cos50^\circ < \cos20^\circ$.

(2) $\because \sin30^\circ = \cos60^\circ$,又 $60^\circ > 30^\circ$, $\therefore \cos60^\circ < \cos30^\circ$,亦即 $\sin30^\circ < \cos30^\circ$.

另解:$\because \sin30^\circ = \frac{1}{2}$, $\cos30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$,又 $\frac{1}{2} < \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\therefore \sin30^\circ < \cos30^\circ$.

(3)事实上,由 $45^\circ \leqslant \alpha \leqslant 60^\circ$,有 $30^\circ \leqslant 90^\circ - \alpha \leqslant 45^\circ$.

$\therefore 90^\circ - \alpha \leqslant \alpha$.

$\therefore \cos(90^\circ - \alpha) \geqslant \cos\alpha$.

$\therefore \sqrt{(\sin\alpha - \cos\alpha)^2} = |\sin\alpha - \cos\alpha| = |\cos(90^\circ - \alpha) - \cos\alpha| = \cos(90^\circ - \alpha) - \cos\alpha = \sin\alpha - \cos\alpha$.

综合创新与应用 提高篇

【综合思维培养】

正弦和余弦是学习本章的起点,正确理解正弦、余弦的概念对学好本章起着全关重要的作用,本节内容主要与二次根式、一元二次方程相综合;解题时要注意正弦、余弦的函数值的取值范围及其增减性.

例9 已知 $\sin\alpha + \cos\alpha = a$,求证:$\sin\alpha$、$\cos\alpha$ 是关于 x 的一元二次方程 $2x^2 - 2ax + a^2 - 1 = 0$ 的两个根.

[解析] 要证明本题结论成立,只要证得 $2\sin^2\alpha - 2a\sin\alpha + a^2 - 1 = 0$,

$2\cos^2\alpha - 2a\cos\alpha + a^2 - 1 = 0$,或 $\sin\alpha + \cos\alpha = a$, $\sin\alpha \cdot \cos\alpha = \frac{a^2 - 1}{2}$ 就可以说明 $\sin\alpha$ 和 $\cos\alpha$ 为方程 $2x^2 - 2ax + a^2 - 1 = 0$ 的两个根.

[证明] $\because \sin\alpha + \cos\alpha = a$, $\therefore (\sin\alpha + \cos\alpha)^2 = a^2$, $\sin^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha + \cos^2\alpha = a^2$.

$1 + 2\sin\alpha\cos\alpha = a^2$, $\sin\alpha\cos\alpha = \frac{a^2 - 1}{2}$.

$\therefore \sin\alpha$、$\cos\alpha$ 是关于 x 的一元二次方程 $2x^2 - 2ax + a^2 - 1 = 0$ 的两根.

[点拨] 证此类题一般有两种方法:一种是利用定义直接验证;另一种是利用根与系数的关系进行证明,这种方法应用较多.

例10 在 Rt$\triangle ABC$ 中,$\angle C = 90^\circ$,斜边 $c = 5$,两直角边的长 a、b 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - mx + 2m - 2 = 0$ 的两个根,求 Rt$\triangle ABC$ 中较小锐角的正弦值.

[解析] (1)若求较小角的正弦值,首先应先求出两条直角边的长;

(2)又知两直角边 a、b 的值与 m 有关,因此应先求出 m 的值.

[解] $\because a$、b 是方程 $x^2 - mx + 2m - 2 = 0$ 的两个根,

$\therefore a + b = m$, $ab = 2m - 2$.

在 Rt△ABC 中，$a^2+b^2=c^2$.

又∵ $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$，

∴ $m^2-2(2m-2)=25$.

解得 $m_1=7, m_2=-3$.

∵ a、b 是 Rt△ABC 的两条直角边的长，∴ $a+b=m>0$.

因此 $m=-3$ 不合题意，舍去.

∴ $m=7$.

当 $m=7$ 时，原方程为 $x^2-7x+12=0$.

解这个方程，得 $x_1=3, x_2=4$.

不妨设 $a=3$，则 $\sin A=\dfrac{a}{c}=\dfrac{3}{5}$.

∴ Rt△ABC 中较小锐角的正弦值为$\dfrac{3}{5}$.

［点拨］ 解此类题的关键是利用勾股定理及一元二次方程的根与系数的关系求出 m 及 Rt△ABC 中两直角边的长，但应注意舍去不合题意的解.

【创新应用思维培养】

三角知识在实际生活中有着广泛的应用，利用正弦、余弦知识可以解决航海、测量、工程等问题，在解题时要结合实际画出图形，这样有利于问题的分析与解；特别在近年的中考中又涌现出了一批背景新颖、形式活泼与实际生活联系密切的题目.

例 11 身高相同的甲、乙、丙三位同学星期天到野外去比赛放风筝，看谁放得高（第一名得 100 分，第二名得 80 分，第三名得 60 分），甲、乙、丙放出的线分别为 300m、250m、200m，线与地平面的夹角分别为 30°、45°、60°（假设风筝线是拉直的），请你给三位同学打一下分数.

［解析］ 放出的风筝的高度就是风筝到地面的距离，可构造直角三角形利用正弦、余弦的知识求出风筝的高度再打分.

［解］ 根据题意画出示意图 6－1－4，设甲、乙、丙所放风筝的高度为 xm、ym、zm，由正弦定义，得 $\sin 30°=\dfrac{x}{300}$，$\sin 45°=\dfrac{y}{250}$，$\sin 60°=\dfrac{z}{200}$，

图 6－1－4

∴ $x=300\sin 30°=300\times\dfrac{1}{2}=150(\text{m})$，

$y=250\sin 45°=250\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}\approx 176.8(\text{m})$，

$z=200\sin 60°=20\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\approx 173.2(\text{m})$.

$\therefore y > z > x$.

$\therefore$甲同学得 60 分,乙同学得 100 分,丙同学得 80 分.

[点拨] 解此类题的关键是结合实际建立数学模型,即构造直角三角形.

例 12 如图 6-1-5,在 Rt△ABC 中,$\angle BAC = 90°$,$\angle B = 30°$,$AC = a$,动点 P、Q 同时从 A 出发,沿三角形的周界运动,P 沿 $A \to B \to C$ 方向运动,Q 沿 $A \to C \to B$ 方向运动,到相遇时停止,而 Q 的速度是 P 的 3 倍,求△APQ 的最大面积.

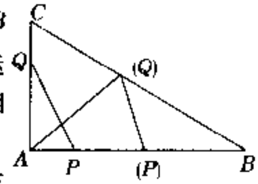

图 6-1-5

[解析] 要求 $S_{\triangle APQ}$ 的最大值,先把△APQ 的面积表示出来,应用三角形的面积公式 $S_{\triangle} = \frac{1}{2}ab\sin C = \frac{1}{2}ac\sin B = \frac{1}{2}bc\sin A$,再利用配方法求出最大值.

[解] 由题意得:$AB = \sqrt{3}a$,$BC = 2a$.

(1)当 P 在 AB 上,Q 在 AC 上时,设 $AP = x(0 \leqslant x \leqslant \frac{a}{3})$,

$\therefore S_{\triangle APQ} = \frac{1}{2} \cdot x \cdot 3x = \frac{3}{2}x^2$,此时当 $x = \frac{a}{3}$时,面积最大.

$\therefore$△APQ 的最大面积为$\frac{a^2}{6}$.

(2)当 P 在 AB 上,Q 在 CB 上时,设 $AP = x$,则 $BP = \sqrt{3}a - x$,

$AC + CQ = 3x$,$CQ = 3x - a$,$BQ = BC - CQ = 2a - (3x - a) = 3(a - x)$且

$a < 3x < 3a$,即$\frac{a}{3} < x < a$.

$\therefore S_{\triangle APQ} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle BPQ} - S_{\triangle ACQ}$

$= \frac{1}{2}a\sqrt{3}a - \frac{1}{2} \cdot (\sqrt{3}a - x) \cdot 3(a - x) \cdot \sin 30° - \frac{1}{2} \cdot a(3x - a) \cdot \sin 60°$

$= -\frac{3}{4}(x - \frac{a}{2})^2 + \frac{3}{16}a^2$.

此时当 $x = \frac{a}{2}$时,△APQ 的最大面积为$\frac{3}{16}a^2$.

(3)当 $AP = x > a$ 时,P 与 Q 在 AB 边上相遇,A、P、Q 不能构成三角形.

[点拨] 要注意分情况进行讨论,不可漏解.

考点链接 中考篇

本节内容在中考中主要考查正弦、余弦的基本概念和求特殊角的三角函数值,及利用正弦和余弦解一些比较简单的直角三角形的题目;在中考中主要以填空、选择的形式出现,有时也作为综合题的一个知识点出现,分值一般在 3~6 分.

例13 (2003,山东济南)为了方便看电视和有利于彩电在放映中产生热量的散发,将一台54寸的大背投彩电放置在墙角,图6-1-6是它的俯视图.已知$\angle DAO=22°$,彩电后背$AD=110$cm,平行于前沿BC,且与BC的距离为60cm,则墙角O到前沿BC的距离是______cm.($\sin22°=0.3746$,$\cos22°=0.9272$,精确到1cm)

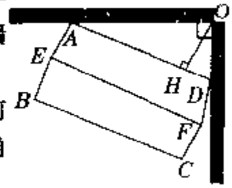

图6-1-6

[解析] 过点作$OH\perp AD$于点H,在Rt△AOD中,$OA=AD\cdot\cos\angle DAO$;

在Rt△OAH中,$OH=OA\cdot\sin\angle DAO$.

$\therefore OH=AD\cdot\cos\angle DAO\cdot\sin\angle DAO=110\times\sin22°\times\cos22°$

$=110\times0.3746\times0.9272\approx38$(cm).

$\therefore O$到BC的距离为:$60+38=98$(cm).

[答案] 98cm.

[点拨] 解此题的关键是构造直角三角形,作出表示O到AD距离的线段.

例13 (2000,南京)如图6-1-7所示,$\angle POQ=90°$,边长为2cm的正方形$ABCD$的顶点B在OP上,C在OQ上,且$\angle OBC=30°$,分别求点A、D到OP的距离.

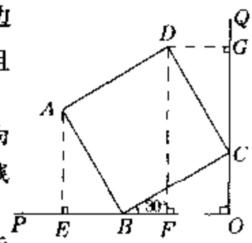

图6-1-7

[解析] 要求点A、D到OP的距离,先过点A、D分别向OP作垂线段,再在直角三角形中利正弦、余弦的概念,求出线段AE、DF的长度即可.

[解] 过点A、D分别作$AE\perp OB$,$DF\perp OP$,$DG\perp OQ$,垂足分别为E、F、G.

在正方形$ABCD$中,

$\angle ABC=\angle BCD=90°$.

$\because\angle OBC=30°$,

$\therefore\angle ABE=60°$.

在Rt△AEB中,

$AE=AB\cdot\sin60°=2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$(cm).

$\because$四边形$DFOG$是矩形,

$\therefore DF=GO$.

$\because\angle OBC=30°$,

$\therefore\angle BCO=60°$.

$\therefore\angle DCG=30°$.

在Rt△DCG中,

$CG=CD\cdot\cos30°=2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$(cm).

在Rt△BOC中，$OC=\frac{1}{2}BC=1$(cm).

$\therefore DF=GO=OC+CG=(\sqrt{3}+1)$(cm).

所以，点A到OP的距离为$\sqrt{3}$cm，点D到OP的距离为$(\sqrt{3}+1)$cm.

实力检测

一、选择题

1.在直角三角形ABC中，如果各边长都扩大3倍，则锐角A的正弦和余弦值（　　）

A.都扩大3倍　　B.都缩小3倍

C.都没有变化　　D.不能确定

2.计算$2\sin30^\circ\cdot\cos60^\circ$的结果为（　　）

A.$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B.$\frac{3}{2}$　　C.$\frac{1}{2}$　　D.1

3.在△ABC中，$\angle C=90^\circ$，$AC=1$，$BC=\sqrt{3}$，则$\sin A$的值等于（　　）

A.$\sqrt{3}$　　B.$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C.$\frac{1}{2}$　　D.$\frac{\sqrt{3}}{3}$

[同类提高题]已知B为锐角，且满足$|1-2\sin B|=0$，则$\cos B$的值为（　　）

A.$\sqrt{3}$　　B.$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C.$\sqrt{3}$或$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D.$\frac{1}{2}$

4.在△ABC中，$\angle C=90^\circ$，则下列式子中不一定成立的是（　　）

A.$\sin A=\sin B$　　B.$\cos A=\sin B$

C.$\sin A=\cos B$　　D.$\sin(A+B)=\sin C$

[同类提高题]已知$\sin\alpha+\cos\alpha=m$，$\sin\alpha\cdot\cos\alpha=n$，则$m$，$n$的关系是（　　）

A.$m=n$　　B.$m=2n+1$　　C.$m^2=2n+1$　　D.$m^2=1-2n$

二、填空题

5.比较大小：$\cos40^\circ$______$\cos50^\circ$.

[同类提高题]化简：$\sqrt{1-2\sin10^\circ\cdot\cos10^\circ}=$______.

6.若$\angle A$为锐角，且$\sin A=\frac{\sqrt{2}}{2}$，则$\angle A$的度数为______.

[同类提高题]已知在△ABC中，$\angle A:\angle B:\angle C=1:2:3$，则$\sin A:\sin B:\sin C=$______.

7.如图6-1-8，两条宽度都为1的纸条，交叉重叠放在一起，且夹角为α，则重叠部分面积为______.

[同类提高题]如图6-1-9，Rt△ABC中，CD是斜边AB上的高，已知$\sin\angle ACD=\frac{2}{3}$，那么$\frac{BC}{AB}=$______.

三、解答题

8. 计算：$\sqrt{2}(2\cos45^\circ - \sin90^\circ) + (4-5\pi)^0 - (\sqrt{2}-1)^{-1}$.

[同类提高题]化简：$\sqrt{\sin^2 70^\circ - 4\sin70^\circ\cos60^\circ + \sin^2 90^\circ} + \cos20^\circ$.

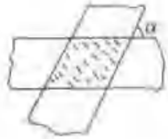

图 6－1－8

9. 已知锐角 α，且满足 $4\cos^2\alpha - 3 = 0$，试确定 α 的值.

[同类题高题]若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x\cdot\sin\alpha + \frac{1}{2} = 0$ 有两个相等的实数根，求锐角 α 的值.

10. a、b、c 是△ABC 的三边，a、b、c 满足等式 $(2b)^2 = 4(c+a)(c-a)$，且有 $5a - 3c = 0$，求 $\sin A + \sin B + \sin C$ 的值.

[同类提高题]已知：△ABC 中，∠A、∠B、∠C 的对边分别是 a、b、c，若 a、b 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (c+4)x + 4c + 8 = 0$ 的两根，且 $9c = 25a\sin A$.

(1)求证：△ABC 是直角三角形；

(2)求△ABC 的三边长.

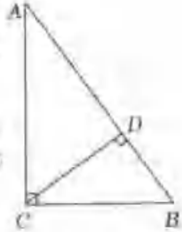

图 6－1－9

实力检测参考答案

1. C　2. C

3. B

[同类提高题]　B　点拨：由 $|1 - 2\sin B| = 0$ 得 $\sin B = \frac{1}{2}$，∴∠$B = 30^\circ$. ∴ $\cos B = \cos30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$. 故选 B.

4. A

[同类提高题]　C　点拨：$(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha + 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha = 1 + 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$，把 $\sin\alpha + \cos\alpha = m$，$\sin\alpha\cdot\cos\alpha = n$ 代入上式得：$m^2 = 1 + 2n$，故选 C. 解此题的关键在于应用 $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

5. ＞

[同类提高题]　$\cos10^\circ - \sin10^\circ$　点拨：由 $\cos10^\circ = \sin(90^\circ - 10^\circ) = \sin80^\circ$，可得 $\cos10^\circ > \sin10^\circ$.

$\therefore \sqrt{1 - 2\sin10^\circ\cos10^\circ} = \sqrt{\sin^2 10^\circ + \cos^2 10^\circ - 2\sin10^\circ\cdot\cos10^\circ}$

$= \sqrt{(\sin10^\circ - \cos10^\circ)^2} = |\sin10^\circ - \cos10^\circ| = \cos10^\circ - \sin10^\circ$.

解此题的关键是把 1 用 $\sin^2 10^\circ + \cos^2 10^\circ$ 来表示.

6. 45°

[同类提高题]　$1:\sqrt{3}:2$　点拨：求 $\sin A:\sin B:\sin C$，需将 $\sin A$、$\sin B$、$\sin C$ 的值先求出来，由于∠A:∠B:∠C = 1:2:3，据△ABC 中∠A + ∠B + ∠C = 180°，可得∠$A = 30^\circ$，∠$B = 60^\circ$，∠$C = 90^\circ$.