

面向21世纪高等学校教材

付丽琴 桂志国 王黎明 编著

数字信号处理 原理及实现

国防工业出版社

National Defence Industry Press

<http://www.ndip.cn>

数字信号处理原理及实现

付丽琴 桂志国 王黎明 编著

国防工业出版社

·北京·

图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理原理及实现/付丽琴等编著. —北京:
国防工业出版社, 2004. 6

ISBN 7-118-03468-1

I. 数... II. 付... III. 数字信号—信号处理
IV. TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 028647 号

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号)

(邮政编码 100044)

天利华印刷装订有限公司印刷

新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 印张 20 462 千字

2004 年 6 月第 1 版 2004 年 6 月北京第 1 次印刷

印数:1—4000 册 定价:28.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

前 言

本书在深入系统地介绍数字信号处理基本理论的同时,针对初学者空有理论,而难以动手处理实践问题的情况,在总结多年教学、科研工作经验的基础上,介绍了利用软件(Matlab 或 C 语言)和专用硬件(DSP 芯片)实现信号处理分析的方法。付丽琴编写了本书的绪论及第 1、2、3 章,桂志国编写了第 5、6、7 章,王黎明编写了第 4 章和第 8 章。

本书在编写过程中力求做到概念清楚,由浅入深,通俗易懂,理论与实践相结合。一方面对高校学生完成课程实验和课程设计有很好的指导作用,另一方面对从事信息处理领域研究工作的人员有很强的实用性。

在成书之际,作者特借此机会对所有在写作过程中曾给予支持和帮助的各位老师、朋友和同事表示感谢。首先感谢程佩青老师,在本书编写过程中,程佩青老师编写的《数字信号处理教程》一书是我们主要的参考书,该书内容系统、严谨,对我们有很大的帮助。同时,我们还得到了朱林泉教授和陈树越教授的细心指导,此外,韩焱教授、王召巴教授、王明泉副教授等也给予了我们很大支持。在此一并表示感谢。

由于作者水平有限,书中难免有缺陷和不足之处,恳请读者批评和指正。

作者

2004 年元月

目 录

第 0 章 绪 论	1
0.1 信号概论	1
0.2 系统概论	5
0.3 信号处理概论	7
0.4 模拟信号的数字处理方法	9
第 1 章 离散时间信号的时域分析	13
1.1 离散时间信号.....	13
1.2 离散时间系统.....	19
1.3 时域离散系统的输入输出描述法——线性常系数差分方程.....	22
1.4 单位抽样响应.....	26
1.5 离散信号时域分析的 Matlab 实现	28
习题	35
第 2 章 离散时间信号的 Z 域分析	40
2.1 Z 变换的定义.....	40
2.2 Z 变换的收敛域.....	41
2.3 Z 反 变 换	45
2.4 Z 变换的基本性质和定理.....	48
2.5 Z 变换与拉普拉斯变换、傅里叶变换的关系	54
2.6 离散系统的系统函数及频率响应.....	56
2.7 离散系统 Z 域分析的 Matlab 实现举例	58
习题	63
第 3 章 离散傅里叶变换	67
3.1 引言.....	67
3.2 傅里叶变换的几种可能形式.....	67
3.3 周期序列的 DFS	69
3.4 离散傅里叶级数(DFS)的性质	73
3.5 离散傅里叶变换(DFT)	75
3.6 有限长序列的线性卷积和圆周卷积.....	77
3.7 离散时间傅里叶变换(DFT)的性质	82
3.8 抽样 Z 变换——频域抽样理论	87
3.9 DFT 的应用	90
3.10 离散信号傅里叶变换分析的 Matlab 实现举例	95

习题.....	102
第 4 章 快速傅里叶变换及其实现.....	105
4.1 引言	105
4.2 直接计算 DFT 的运算量及改善 DFT 运算效率的基本途径	105
4.3 按时间抽取(DIT)的基-2FFT 算法(库利-图基算法)	107
4.4 按频率抽取(DIF)的基-2FFT 算法(桑德-图基算法)	127
4.5 进一步减少 FFT 运算量的措施及实现.....	131
4.6 离散傅里叶反变换(IDFT)的快速计算方法.....	135
4.7 N 为复合数的 FFT 算法——混合基算法	136
4.8 基-4FFT 算法	140
4.9 分裂基 FFT 算法.....	150
4.10 线性调频 Z 变换算法	156
4.11 线性卷积与线性相关的 FFT 算法	162
4.12 其他快速傅里叶变换及傅里叶变换的发展.....	165
习题.....	166
第 5 章 数字滤波器的基本结构.....	168
5.1 数字滤波器结构的表示方法	168
5.2 IIR 滤波器的结构	169
5.3 有限长单位冲激响应(FIR)滤波器的基本结构	172
习题.....	177
第 6 章 无限长单位冲激响应(IIR)数字滤波器的设计方法	179
6.1 滤波器的基本概念	179
6.2 模拟低通滤波器的设计	181
6.3 冲激响应不变法设计 IIR 数字低通滤波器	191
6.4 双线性变换法设计 IIR 数字低通滤波器	195
6.5 模拟频带变换法设计各种类型 IIR 数字滤波器	200
6.6 数字频率变换法设计各种类型 IIR 数字滤波器	212
6.7 IIR 数字滤波器计算机辅助设计方法	220
6.8 利用 Matlab 设计 IIR 滤波器.....	224
习题.....	226
第 7 章 有限长单位冲激响应(FIR)数字滤波器的设计方法	228
7.1 引言	228
7.2 线性相位 FIR 数字滤波器的条件和特点	228
7.3 窗函数法设计 FIR 滤波器	235
7.4 频率采样法设计 FIR 滤波器	247
7.5 等波纹逼近	258
7.6 FIR 滤波器和 IIR 滤波器的比较	263
7.7 利用 Matlab 设计 FIR 滤波器	264
习题.....	265

第 8 章 数字信号处理器总述	267
8.1 引言	267
8.2 典型 DSP 系统的集成方案	268
8.3 可编程 DSP 芯片	271
8.4 TI 公司的数字信号处理器	285
8.5 其他公司的数字信号处理器	305
8.6 TI 公司的开发软件 CCS 简介	308

第0章 绪论

信号处理课程的任务是研究信号与系统分析的基本理论与方法。随着科学技术的发展,信号与系统的分析方法已广泛应用于许多领域和学科,例如通信、计算机、语音和图像处理、电路设计、自动控制、雷达、电视、声学、地震学、化学过程控制等学科。

0.1 信号概论

0.1.1 信息与信号

信息通常是指各种消息的总称。信号是消息的表现形式;而消息则是信号的具体内容。自古以来,人类一直在寻求各种方法,通过信号实现信息的传输、记忆、处理、转化与流传。从结绳记事和狼烟报警,到信息的语言表达和文字表示,再到现在遍及全球的电话、电报、广播、电视等电信号通信,人类在信息技术领域取得了一次又一次的长足进步。

在工程系统中,信号通常是携带着信息或能量的,例如,在雷达设备中,信号可以是高能量的微波脉冲;在工程设备中,携带能量的信号设备按照一定方式工作;电话信号和无线电信号为我们传送各种各样的信息。随着信号的出现,可以引起一个事件或一系列活动,例如计算机中的控制信号使计算机执行各种各样的指令。

信号总是表现为某种物理量(如声、光、电等)的变化。在自然界中存在各种各样的信号,它们的物理表象各不相同,但是它们都有一个共同点,即或多或少都包含有一定的意义。此处所说的“一定的意义”,是指人类社会和自然界中需要传送、交换、存储和提取的抽象内容,也就是通常所说的“信息”。有时我们会得到一个莫名其妙的信号,并不是它本身没有意义,而是我们还没有识别它。信号是信息的载体,是信息的物理体现。按照物理量的不同,信号可以分为声音信号、光信号、电信号等,例如:汽车喇叭声是声音信号;十字路口的红绿灯是光信号;电路中的电压和电流,电视天线接收到的电磁波是电信号……

0.1.2 信号的表示

任何一个信号可以用它的形状、幅度、时间以及其他物理量来表示。在许多情况下,信号表示为一个数学式,而在某些情况下,信号则表示为一个图形、曲线或一组数据。

虽然信号可以用很多方法来表示,但是在所有的情况下,信息总是包含在某种变化的模式中。在数学上信号可以表示为一个或多个独立变量的函数,这个函数一般携带着有关某一物理系统的状态或特性的信息。例如,一个语音信号可以表示为时间的函数,而一幅摄影图像就可以表示为两个空间变量的亮度函数。按照惯例我们把一个信号的数学表达式中的独立变量看做时间,本书也将遵循这一约定。尽管在某些具体的例子中,独立变量事实上可能不代表时间。

[例 0.1] 电话信号。

一个电话的信息由包括元音和辅音的语言声音组成。语言声音产生声波,它使得电话话筒产生振动,由此而产生一个电信号。语言声音的起伏相当大,因此电话信号是由很复杂的音频正弦波组成。发元音字母 e 时得到的信号如图 0.1 所示。

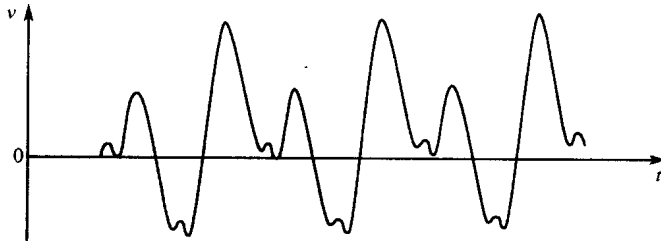


图 0.1 元音 e

[例 0.2] 无线电信号。

无线电信号是由振荡器产生,并由称为载波的射频正弦波组成。为了携带信息,用语言或音乐对载波进行调制。在调幅的情况下,载波幅度随调制信号而变化,如图 0.2 所示。

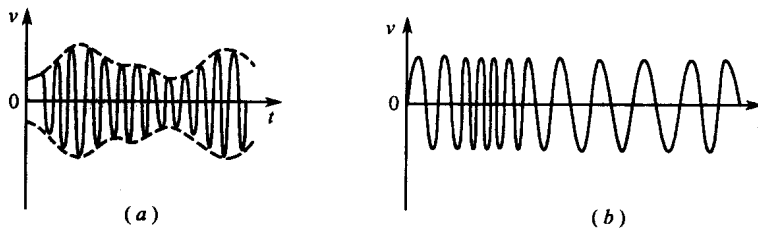


图 0.2 无线电信号

(a) 调幅载波; (b) 调频载波。

0.1.3 信号的分类

信号的形式多种多样,可以从不同的角度进行分类,且通常与系统有关,几种常见的信号分类方法如下。

1) 电信号与非电信号

信号按物理属性可以分为电信号与非电信号两类。一定条件下,它们可以相互转换。电信号很常见,容易产生,便于控制,易于传输处理。本书主要研究电信号(简称信号)。

2) 连续时间信号和离散时间信号

按照信号自变量 t 的取值特点,可以将信号分为连续时间信号和离散时间信号。当自变量 t 是连续可变的,信号在任意时刻都有定义时,这种信号是连续时间信号(简称连续信号);反之,自变量 t 不连续变化,信号只在一些离散的时刻才有定义的信号称作离散时间信号(简称离散信号)。这里的“离散”是指信号的定义域(时间)是离散的,它只取某些规定的值,离散时间信号定义在一些离散时刻 t_n ($n=i_0, i_1, i_2, \dots$),在其余的时间,信号没有定义,时刻 t_n 与 t_{n+1} 之间的间隔可以是常数,也可以随 n 变化。

[例 0.3] 语音信号是随时间连续变化的,因此是连续时间信号。

应当指出,连续信号的函数值既可以是连续的,也可以是离散的。对于时间 t 和函数值都为连续的信号称为模拟信号。如果时间 t 连续,但函数值 $f(t)$ 离散(只取某些规定值),则称为量化信号,例如数字电压表中就是经过量化的信号。在实际应用中,模拟信号和连续信号常不加区分。

[例 0.4]图 0.3(a)、(b)均为连续时间信号。

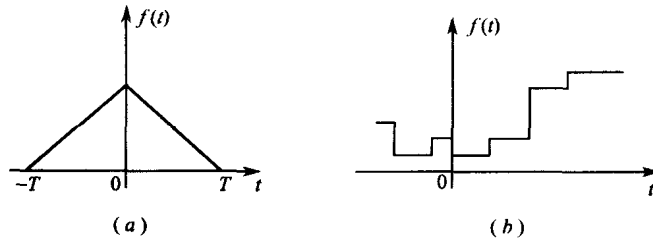


图 0.3 连续时间信号

(a)模拟信号; (b)量化信号。

[例 0.5]每日商品市场的收盘价是一个在离散时间上变化的信号。

[例 0.6]某病人的脉搏每隔 1h 的记录如图 0.4 所示,显然这是一个离散时间信号。

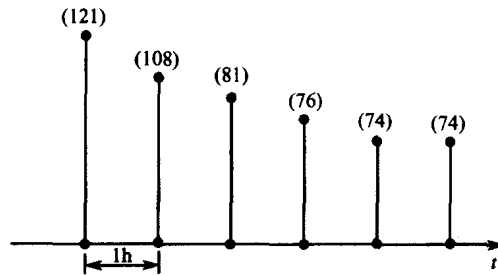


图 0.4 离散时间信号

离散信号的函数值可以是连续的,也可以是离散的。如果离散信号的函数值是连续的,则称为抽样信号或取样信号。离散信号的另一种情况是其幅值被限定为某些离散值,即时间与函数值均为离散,这种信号称为数字信号。如图 0.5 所示。

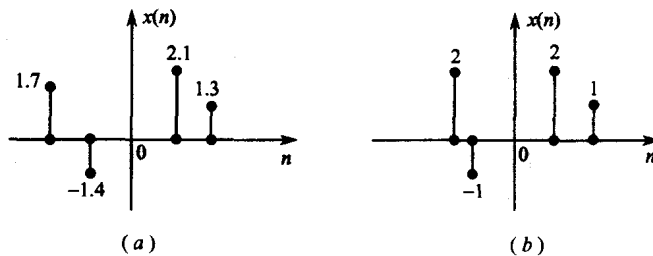


图 0.5 离散时间信号

(a)抽样信号; (b)数字信号。

[例 0.7] 根据自变量和函数值的连续性,信号的分类情况如表 0.1 所列。

表 0.1 信号的一种分类

分类	t 连续	t 离散
$f(t)$ 连续	模拟信号	抽样信号
$f(t)$ 离散	量化信号	数字信号
统称	连续信号	离散信号

3) 确定性信号和随机性信号

按照信号是否存在随机性可以将信号分为确定性信号和随机性信号。随机性信号在某一时刻的取值具有不可预知和不确定性,只能通过大量试验测出它在某一时刻取值的概率分布。这类信号是随机信号分析的研究对象。确定性信号可以表示为时间函数(或序列),且它的参量可确定,给定某一时刻的取值是完全确定的,其所包含的信息的不同就体现在取值随时间不同的变化规律上。本书只讨论确定性信号。

4) 周期信号和非周期信号

如图 0.6(a)、(b)两个信号,其波形具有周而复始的特点,这样的信号就叫做周期信号。

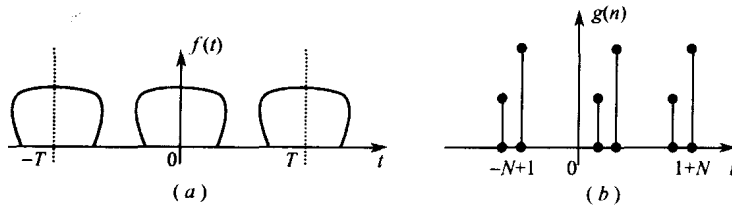


图 0.6 周期信号

(a)连续周期信号; (b)离散周期信号。

对周期连续信号,其数学表示式为

$$f(t+T) = f(t) \quad (0-1a)$$

对于周期序列,其数学表示式为

$$y(n+N) = y(n) \quad (0-1b)$$

满足式(0-1a)的最小 T 值,或满足式(0-1b)的最小整数 N 值,为该信号的周期。只要给出周期信号在任一周期内的函数式或波形,便可知它在任一时刻的函数值。不满足上两式的信号称为非周期信号。非周期信号不具有周而复始的特性,非周期信号也可以看做为周期 T 或 N 趋于无穷大时的周期信号。

5) 能量有限信号与功率有限信号

我们有时需要知道信号的能量特性或功率特性。若信号能量 E 有限,称为能量信号;若信号功率 P 有限,则称为功率信号。信号能量的表示式为

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt \quad (\text{连续信号})$$

或

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2 \quad (\text{离散信号})$$

信号功率表示为

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt \quad (\text{连续信号})$$

或

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|^2 \quad (\text{离散信号})$$

周期信号及随机信号一定是功率信号,而非周期的绝对可积(和)信号一定是能量信号。

6) 一维信号与多维信号

从数学表达式看,信号可以表示为一个或多个变量的函数。语音信号可表示为声压随时间变化的函数,这是一维信号;而一幅黑白图像可表示为随平面位置而变化的光强信号,因此是二维信号;传播中的电磁波可表示为空间位置和时间的函数,因此是四维信号;等等。本书主要讨论一维信号的处理。

7) 实信号与复信号

按照信号函数是时间的实函数或复函数还可将信号分为实信号与复信号。实际的信号都是实信号,而复信号的引入只是为了研究的方便。

0.1.4 信号的基本运算

在信号的分析 and 处理中,常遇到信号的基本运算——加法、乘法、延时、翻转和尺度变换等。在《信号与系统》一书,我们已研究了连续时间信号的运算,在此不赘述。对于离散信号的基本运算,将在第2章中进行讨论。

0.2 系统概论

0.2.1 系统的概念

要产生信号,要对信号进行存储、转化、传输和处理,需要一定的物理装置,这样的物理装置称为系统。系统这个词在系统论和哲学上有着十分广泛的含义,一般意义上的系统是指由若干相互作用和相互依赖的事物组合而成的具有特定功能的整体,而我们这里的系统专指信号系统。信号系统是物理器件的集合体,它在接受一个输入信号时,会产生一个或多个信号。输入信号称为激励,输出信号称为响应。从信号与系统分析的角度看,系统就是一个信号变换器,与信号密不可分。

在电子与通信领域,所谓系统通常是指由若干元件或大量相互联系的部件组合成一个具有特定功能的整体。例如,通信系统、控制系统、计算机系统以及指挥系统等。有时又可以将几个系统组合成一个复杂的系统,例如,宇航系统就是由通信、控制、计算机与指挥系统组成的。组成系统的主要部件通常包括各种类型的电路,当讨论一般性的抽象规律时,电路可以笼统地称为电网络或网络,当讨论特定的具体问题时则称为电路。

[例 0.8] 一个自动诊断心电图仪是一个系统,其输入(或激励)是数字化的心电图数据,而输出(或响应)则是一组参数估计值。

0.2.2 系统的表示

系统的表示通常有两种方法:数学方程表示和结构框图表示。对连续时间系统,它的数学表示为微分方程,如下面的常系数微分方程就表示一个线性时不变的连续时间系统:

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 5 \frac{dy(t)}{dt} + 4y(t) = \frac{dx(t)}{dt} + 2x(t)$$

式中, $x(t)$ 表示系统激励; $y(t)$ 表示系统的响应。连续时间系统结构图的组成单元包括:加法器、乘法器和积分器。与此对应,离散时间系统的数学表示为差分方程,结构图的组成单元包括:加法器、乘法器和延迟单元(本书后面讲到)。

0.2.3 系统的分类

最常用的系统分类如下:

1) 连续时间系统和离散时间系统

用于处理连续时间信号的系统称为连续时间系统;用于处理离散时间信号的系统称为离散时间系统。

2) 因果系统和非因果系统

输出不领先于输入的系统是因果系统,反之,则是非因果系统。

3) 稳定系统和不稳定系统

当输入有界时,输出也必有界的系统是稳定系统,反之,则是不稳定系统。

4) 线性系统和非线性系统

满足可加性与齐次性的系统是线性系统,反之,则是非线性系统。所谓可加性是指,两个激励和的响应等于两个激励分别响应的和。所谓齐次性是指,激励乘以常数后的响应等于原激励的响应乘以该常数。对连续时间系统,如果用 $T[\cdot]$ 表示系统的运算,设

$$y_1(t) = T[x_1(t)]$$

$$y_2(t) = T[x_2(t)]$$

则 $T[a_1 x_1(n) + a_2 x_2(n)] = a_1 y_1(t) + a_2 y_2(t)$, 其中 a_1, a_2 为任意常数。

5) 时变系统和时不变系统

将激励延迟后的响应等于原激励的响应的延迟,这样的系统叫时不变系统,反之是时变系统。对于连续时间系统,若用 $T[\cdot]$ 表示系统的运算,即 $y(t) = T[x(t)]$, 则时不变系统的数学式表示为 $y(t-t_0) = T[x(t-t_0)]$ 。

0.2.4 系统分析与系统综合

在信号与系统中有很多问题需要研究。例如,对某个具体系统常常需要知道该系统对输入人的响应,或者是预测该系统对于未来输入的响应,经济预测就是这个意思,有一组过去的经济数据,要从过去的的数据中预测将来的趋势,这就需要从过去数据出发,建立系统模型用特定的方式来处理信号。第二个例子是信号增强,语音信号常受到背景噪声的影响,有时信号处在强噪声环境中,需要设计一种语音增强系统提取有用信号,滤除噪声信号。

系统研究的主要问题是:对于给定的系统,研究系统对输入激励所产生的输出响应(系统分析);对于特定信号及处理要求,研究系统应具有的功能和特性并据此设计所需的系统(系统综合)。

0.3 信号处理概论

研究信号的理论涉及面很广,内容十分丰富,主要包括两个方面:一是研究信号的解析表示、信号有用性能的数值特征、信号的变换和处理(信号分析);二是针对系统给定的要求设计或选择信号的最佳形式(信号综合)。信号分析与信号综合两个方面既有区别,又相互联系。信号分析是信号综合的基础,本书着重讨论信号的分析。

0.3.1 信号处理的基本方式

信号处理的内容含滤波、均衡、放大、噪声消除、信号产生、检测、运算和参量提取等诸多方面。数字信号处理是采用数值计算的方法,完成对信号的处理,而模拟信号处理则是通过一些模拟器件,例如晶体管、电阻、电容、电感等,完成对信号的处理。当然可以在系统中增加数模转换器和模数转换器,这样数字信号处理系统也可以处理模拟信号,模拟信号处理系统也可以处理数字信号。

随着计算机的普及,有人认为目前已成为数字万能的年代了。但是作为一次信息源,或称原始信号源,多半产生如语音、图像等模拟信号。它的重要性今后也不会改变。考虑到这一事实,以及由于数字计算机和大规模集成电路(LSI)的发展,就产生了模拟信号的数字处理的设想,从而形成了一套完整的理论,开发出各种系统,这在技术发展史上也可以说是必然的。

必须注意,数字信号处理技术是以数字滤波器和快速傅里叶变换(FFT)为核心的。但是,如果仅仅用数字滤波器来代替某一系统中的模拟滤波器,则还不能充分发挥数字技术的特长。有人认为应该将包含有调制、滤波、正交变换、信号检测等各种功能的信号处理系统的分析和设计称为数字信号处理。由此,可以做到经济和小型化,进而有可能实现过去用模拟技术难以实现的各种功能。这就是说,人们希望不断扩展数字信号处理技术的处理范围,而数字信号处理技术的处理范围又随人们的看法不同,必然会有些差异。信号处理的方式和系统如表 0.2 所列。

表 0.2 信号处理的方式和系统

处理对象	处理方式	处理系统
模拟信号	模拟处理	电抗电路、有源电路、运算放大器、模拟计算机等
	数字处理	数字信号处理
数字信号	模拟处理	放大器等
	数字处理	逻辑电路、数字计算机等

0.3.2 数字信号处理技术

数字信号处理技术的应用涉及到很广的范围。20世纪60年代主要是用于研究语音信

号,当时只是按照语音信号分析与合成的需要来制作模拟滤波器,在规模上和灵活性方面都存在着缺点。为此,广泛采用计算机模拟的方法作为语音信号处理的研究手段。与此同时,像研究如何用离散系统来代替人们所熟知的滤波器传递函数那样,对数字信号处理的基础理论进行研究也很活跃。1965年FFT算法的发现对促进数字信号处理的发展起了决定性的作用。20世纪60年代末,有关数字信号处理的论文数量达到了高峰,但处理方法并不像模拟滤波器那样以硬件的形式出现,而是以软件形式出现的。所以,可以认为,那时的数字信号处理就是用计算机进行的信号处理。

但是20世纪60年代数字滤波器的研究人员并非不想用硬件实现数字滤波器,只是直到20世纪70年代LSI技术得到了发展,才使得用硬件实现数字滤波器成为可能。一开始,是用多个IC芯片来实现数字信号处理中的一个基本运算,如加法、乘法、延迟等。到1980年前后,接连发表了关于将许多个加法器、乘法器和延迟电路等集中在一起,按信号流程排列的LSI的成果。

即使在实时处理时,如果能利用软件的通用性和灵活性,则数字信号处理技术的应用范围将可以更加扩大,所以在20世纪70年代就有许多人研究如何将微处理器应用于数字信号处理。信号处理器的开发就是由这种设想而发展起来的。考虑到高速度的需要,也有人发表过采用由微程序控制的带有乘法器硬件的方案。

上面介绍了数字信号处理技术发展的概况,今后将按不同的用途分别使用以下两种处理方式。

① 非实时处理:用计算机完成数字信号处理的功能。

② 实时处理 串行处理:利用硬件控制LSI芯片。并行处理:利用存储程序控制的信号处理机。

数字信号处理的特点可概括如下。

① 灵活性——可以通过改变数字信号处理系统的参数来改变系统的性能;另外灵活性还表现在数字系统可以分时复用,用一套数字系统部件分时处理几路信号。

② 高精度——数字系统的特性不因环境的变化而变化,计算精度是模拟系统所无法相比的,运算位数由8位提高到16位、32位、64位。

③ 便于集成——数字部件具有高度的规范性,容易大规模集成和大规模生产,数字系统体积小、重量轻、可靠性强。

④ 可存储——对数字信号可以存储、运算,系统可以获得高性能指标。

0.3.3 信号处理的实现方法

信号处理的实现方法基本上分为两种方法:一种是软件实现方法;另一种是硬件实现方法。软件实现方法指的是按照原理和算法,自己编写程序或者采用现成的程序在通用计算机上实现。硬件实现指的是按照具体的要求和算法,设计硬件结构图,用乘法器、加法器、延时器、控制器、存储器以及输入输出接口部件实现的一种方法。前者灵活,但速度慢,达不到实时处理要求;后者速度快,但不够灵活。

采用专用的数字信号处理(DSP)芯片是目前发展最快、应用最广的一种方法。它内部配有乘法器和累加器,结构上采用流水线工作方式以及并行结构、多总线,且配有适合数字信号处理的指令,这种产品已经进入市场,速度快、体积小、性能优良,价格也在不断下降。

0.4 模拟信号的数字处理方法

数字信号处理技术优于模拟信号处理技术,故人们将模拟信号数字化,利用数字信号处理技术进行处理,然后再将数字信号模拟化。模拟信号数字化是指将模拟信号经过采样、量化编码最终形成数字信号的过程。基本框图如图 0.7 所示。

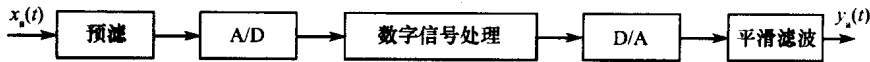


图 0.7 模拟信号数字化处理框图

0.4.1 采样定理

首先研究理想采样前后信号频谱的变化,从而找出为了使采样信号不失真地恢复原模拟信号,采样频率 f_s 与模拟信号最高频率 f_c 之间的关系。

如图 0.8 所示为时域采样的过程,各信号及它们的频谱之间存在如下关系:

$$P_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$$

$$\hat{x}_s(t) = x_a(t) \cdot P_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_a(t) \delta(t - nT)$$

$$\hat{X}_s(j\Omega) = \frac{1}{2\pi} X_a(j\Omega) * P_s(j\Omega)$$

$$P_s(j\Omega) = FT[P_s(t)] = \frac{2\pi}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - k\Omega_s)$$

式中, Ω_s 采样角频率 ($\Omega_s = 2\pi/T$, T 为采样周期)。

$$X_a(j\Omega) = FT[x_a(t)]$$

$$\hat{X}_s(j\Omega) = \frac{1}{2\pi} X_a(j\Omega) * P_s(j\Omega) =$$

$$\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{2\pi}{T} \int_{-\infty}^{\infty} X_a(j\theta) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - k\Omega_s - \theta) d\theta =$$

$$\frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X_a(j\theta) \delta(\Omega - k\Omega_s - \theta) d\theta =$$

$$\frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_a(j\Omega - jk\Omega_s)$$

以上公式表明采样信号的频谱是原模拟信号的频谱沿频率轴,每间隔采样角频率 Ω_s 重复出现一次,或者说采样信号的频谱是原模拟信号的频谱以 Ω_s 为周期,进行周期性延拓而成的。也就是说,理想抽样信号的频谱,是频率的周期函数,其周期为 Ω_s ,而频谱的幅度则受 $\frac{1}{T} = \frac{\Omega_s}{2\pi}$ 加权,由于 T 是常数,所以除了一个常数因子区别外,每一个延拓的谱分量都和原频谱分量相同。因此各延拓分量与原频谱分量不发生频率上的交叠,则有可能恢复出原信号。也就是说,如果 $x_a(t)$ 是限带(如图 0.9 所示)信号,其频谱如图 0.9(a) 所示,且

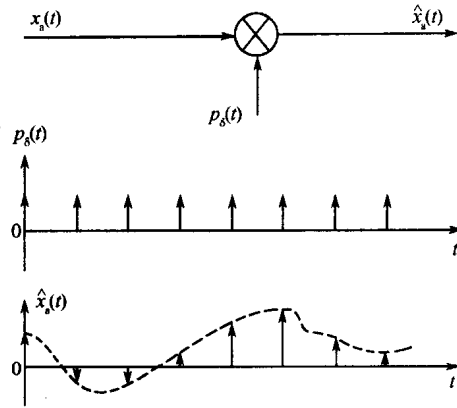


图 0.8 时域采样过程

最高频分量 Ω_h 不超过 $\frac{\Omega_s}{2}$, 即

$$X_s(j\Omega) = \begin{cases} X_a(j\Omega) & |\Omega| < \Omega_s \\ 0 & |\Omega| \geq \Omega_s \end{cases}$$

那么原信号的频谱和各次延拓分量的谱彼此不重叠, 如图 0.9(b) 所示, 这时采用一个截止频率为 $\frac{\Omega_s}{2}$ 的理想低通滤波器, 就可得到不失真的信号频谱, 也就是说可以不失真地还原出原来的连续信号。

如果信号的最高频谱 Ω_h 超过 $\Omega_s/2$, 则各周期延拓分量产生频谱的交叠, 为混叠现象, 如图 0.9(c) 所示。

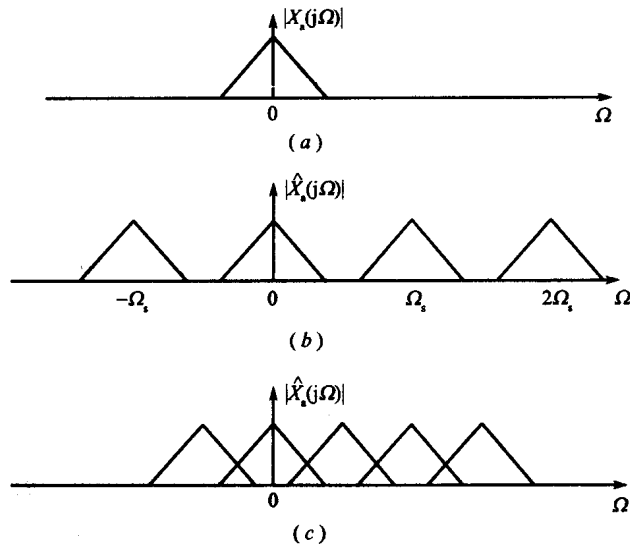


图 0.9 抽样后频谱的周期延拓

(a) 原模拟信号频谱; (b) 抽样后无混叠的信号频谱; (c) 抽样后有混叠的信号频谱。

我们把抽样频率之半 $\Omega_s/2$ 称为折叠频率, 即

$$\frac{\Omega_s}{2} = \frac{\pi}{T}$$