



初中平面幾何教學參考書

人民教育出版社

初中平面幾何教學參考書

書號：參0196

編者：余元慶 奚今吾 管承仲 刘 牧
校訂者：刘 薰 宇
繪圖者：于 金 陵

北京市書刊出版業營業
許可証出字第 二 号

出版者：人民教育出版社
北京後鵬閣路十号

發行者：新華書店

印刷者：（見正文最後頁）

開本：787×1092 1/32 1955年4月第 一 版
印張：7 1955年7月第一版北京第一次印刷
字數：128千 1—28,140册
定價（3）四角七分

出版者的話

本書是根據中華人民共和國教育部編訂的中学數學教學大綱(修訂草案)的基本精神和本社所編的初級中学課本平面幾何的具體內容編寫的。供初中平面幾何教師參考之用。

本書的主要內容是：說明教學目的，指出教材編排的系統和教學的進度並且提供一些在教學時應注意的事項。目的在於幫助初中平面幾何教師更好地使用初中平面幾何課本。

在編寫本書的過程中，曾經參考過下列各書：

1. 初中幾何課堂教學計劃(H. C. 伊斯托米娜等著，人民教育出版社出版)。
2. 初中平面幾何授課計劃綱要(北京市中小學教學資料編輯委員會編)。
3. 中学數學教學法(伯拉基斯著，人民教育出版社出版)。

初稿編出之後，得到北京師範大學附屬女子中學、北京市第三女子中學和北京師範大學附屬中學三個學校的行政領導和數學教師的大力支持和幫助，曾經在這三個學校試用過一遍。于宗英、趙祖鈞、朱佩蘭、楊敏、畢長齡、朱澤厚、歐桂昌、李國輝、孫用芬、孟慶葵、沈紹武、沈建芝諸位擔任試教的教師，根據他們的實際教學經驗，對於本書的初稿提供了許多寶貴的意見。此外，通過書面徵求意見和座談會的方式，

全國各地的數學教師，特別是北京市的幾位數學教師，也提供了許多寶貴的意見。

雖是這樣，本書一定還存在着一些缺點、錯誤和問題。同時，我國疆域廣大，各地、各校、各班的具体情况不盡相同，因此希望教師們只把本書作為進行教學的參考，不要機械搬用。應當深入地鑽研中學數學教學大綱（修訂草案），認真地學習蘇聯的先進教學經驗，結合具体情况，製訂出切实可行的教學工作計劃和教案來進行教學。

希望教師們在使用本書時，注意發現書中存在的缺點、錯誤和問題，多給我們提出具體的修改意見。更希望把教學實踐中所得到的寶貴經驗告訴我們，以供修改時的參考。

對於所有給本書提供意見的教師以及我們參考用的各書的原編者，致以衷心的感謝。

人民教育出版社

一九五五年五月

目 錄

總說明	5
第一章 緒論	13
說明	13
I 基本概念	16
II 直綫	25
III 圓的概念	29
IV 角的概念	33
V 角的量法	37
VI 定義、公理、定理	48
第二章 三角形	52
說明	52
I 關於多邊形和三角形的概念	60
II 軸對稱的幾何圖形	66
III 等腰三角形的性質	71
IV 三角形的全等	74
學期復習	85
V 三角形的外角和它的性質	86
VI 三角形的邊和角的相互關係	91
VII 三角形兩邊的和與差	95
VIII 兩條邊對應相等的兩個三角形	98
IX 從一點到一直綫的垂綫和斜綫的長度的比較	101
X 直角三角形的全等	104
XI 綫段的垂直平分綫的性質和角的平分綫的性質	109
XII 基本作圖題	113

XII	三角形的作圖題	118
	學年復習	123
第三章	平行綫	124
	說 明	124
	I 基本定理	126
	II 对应边互相平行或互相垂直的兩個角	136
	III 三角形与多边形內角的和	139
第四章	四边 形	147
	說 明	147
	I 平行四边 形	151
	II 幾种特殊的平行四边 形: 矩形、菱形、正方形	161
	III 以平行四边 形的性質為基礎的某些定理	166
	IV 梯 形	170
第五章	圓	175
	說 明	175
	I 圓的一般性質	176
	II 弧、弦和弦心距間的相依關係	182
	學期復習	185
	III 直綫和圓的相互位置	185
	IV 兩個圓的相互位置	191
	V 和圓有關的角、切綫的作法	195
	VI 用軌跡法解作圖題	204
第六章	圓內接与外切三角形和四边 形	209
	說 明	209
	I 圓內接与外切三角形	210
	II 圓內接与外切四边 形	214
	III 三角形的外心、內心、旁心、垂心、重心	217
	學年復習	224

總說明

I. 初中平面幾何的教學目的

中學數學教學大綱(修訂草案)*中指出:

‘中學數學教學的目的是教給學生以數學的基礎知識，並且培養他們應用這種知識來解決各種實際問題所必需的技能和熟練技巧。

教師在講授數學的過程中，要以社會主義思想教育學生，要充分聯系我國社會主義建設中各方面的成就與情況，以培養他們成為積極參加社會主義建設和保衛祖國的全面發展的新人。注意培養學生的辯證唯物主義的世界觀，愛國主義思想和民族自尊心以及愛科學、愛勞動、愛集體、守紀律的美德，並且鍛鍊學生的堅強意志和性格。’

大綱中並且指出:

‘幾何教學的目的，在於系統地研究平面上和空間物體圖形的性質，並且利用這些性質去解決計算題和作圖題；在於發展學生的邏輯的思維和對於空間的想像力；並且使他們能運用所學到的知識去解決實際問題；進行實地測量，測定各種建築物的表面積和容積等等。’

大綱中又規定：初級中學的平面幾何課程研究平面幾何中的結論、三角形、平行綫、四邊形、圓、圓內接與外切三角形和四邊形等部分。

* 以後簡稱大綱。

總括地說，初中平面幾何的教學目的是：

(1) 有系統地教給學生以三角形、平行綫、四邊形和圓等幾何圖形的基礎知識，發展學生的邏輯思維和空間想像力，培養他們應用這種知識解決計算題和作圖題以及進行簡單的實地測量所必需的技能和熟練技巧。

(2) 以社會主義思想教育學生。培養學生的辯證唯物主義的世界觀，愛國主義思想和民族自尊心以及愛科學、愛勞動、愛集體、守紀律的美德，並且鍛鍊學生的堅強意志和性格。

II. 課本編排的系統和教學的進度

課本的編排系統，基本上是和大綱一致的。全書共分六章。

第一章緒論，介紹幾何學中的一些基礎知識，替學習以後各章做好準備，內容包括：用公理和直觀的敘述來描述的基本概念，被定義的一些概念和用邏輯方法說明的幾個開頭的定理。

第二章三角形，分兩個部分：第一部分在初中二年級的上學期學習，主要是研究等腰三角形的性質和三角形的全等；第二部分在初中二年級下學期學習，主要是研究三角形中邊與角的大小關係，直角三角形的全等，基本作圖題和關於三角形的作圖題。

第三章平行綫，內容包括：平行綫的判定、性質和作圖的研究、以及應用平行綫的定理來研究三角形和多邊形的性質。

第四章四邊形，研究各種重要的特殊四邊形（平行四邊形、矩形、菱形、正方形和梯形）的性質、判定和作圖。

第五章圓，研究關於圓的一些重要性質和用軌跡法解作圖題。

第六章圓內接與外切三角形和四邊形，研究三角形的外接圓、內切圓和旁切圓；圓內接四邊形和圓外切四邊形的性質；以及三角形的三條邊的垂直平分綫、三個角的平分綫、三條中綫和三條高相交於一點的問題。

全書的教學時間可分配如下：

初中二年級上學期

第一章 緒論.....17小時

第二章 三角形.....16小時

學期復習..... 3小時

初中二年級下學期

第二章 三角形(續).....32小時

學年復習..... 4小時

初中三年級上學期

第三章 平行綫.....18小時

第四章 四邊形.....24小時

第五章 圓..... 7小時

學期復習..... 5小時

初中三年級下學期

第五章 圓(續).....23小時

第六章 圓內接與外切三角形和四邊形·····	16小時
學年復習(包括全書總復習)·····	12小時

III. 教學時應注意的事項

(1) 要貫徹以社會主義思想教育學生的任務

在講授幾何的過程中，教師必須以社會主義思想教育學生；注意樹立學生的社會主義的政治方向，培養學生的辯證唯物論世界觀的基礎和共產主義的道德。

為此，教師在教學過程中，應該使學生明確地認識到學習幾何的目的是替將來參加社會主義建設事業做好準備，這些知識和技能都是順利學習其他課程和將來參加社會主義建設事業所必需的。

其次，必須用辯證唯物的觀點來闡述教材，使學生正確地認識現實世界的空間形式，通過幾何教材來發展學生的辯證思維和培養他們的唯物觀點。

再次，在學生能夠接受的原則下，可以講授一些和教材有關的幾何歷史知識，例如，講解我國古代數學家在幾何學方面的貢獻和偉大的俄羅斯數學家羅巴契夫斯基在幾何學方面的貢獻，以培養學生愛科學、愛勞動以及愛國主義和國際主義的精神。

此外，在課外作業方面，必須使學生認識完成課外作業的必要性，使學生用正確的觀點來完成課外作業。特別要多讓學生做一些製造模型、進行實地測量等實際工作，以培養學生

愛科學、愛勞動、愛集體、守紀律的美德和鍛鍊學生的堅強意志和性格。對學生的作業，必須要求他們合理地獨立地完成，並且要堅持按時完成，藉以培養他們善於作艱苦鬥爭和克服一切困難的精神。

這裏必須注意，幾何也和其他科學一樣，必須並且也可能通過教材的本身來向學生進行社會主義政治思想教育的。

(2) 要加強教學的直觀性

大綱中指出：‘幾何課程的教學，應當很自然地與學生的年齡特徵相適合；並且與學生的幾何觀念的發展相適合，即與他們對空間物體圖形的想像力以及作邏輯推理的能力相適合。由於這種原因，在初中二、三年級的幾何教學法，應當更多地以學生的直觀能力作基礎。因此在學習教材的過程中，應當廣泛地利用直觀法：儘可能多給學生製作所學的幾何圖形、物體模型；認識周圍環境中物體的幾何形狀。所有這一切，是以形成和積累學生的空間觀念，以發展他們對空間的想像力為目的的。另一方面，學生既能看見他們所學過的形體的圖樣，並且能在製圖中靠着工具（直尺、圓規、三角板、量角器）作好所有習題或定理中所要求的圖形，他們就會鞏固地、具體地掌握教材，而且明確地理解圖形的幾何意義。’因此，在初中二、三年級進行幾何教學，應當基本上從教學的直觀性和內容的具體性的要求出發。

幾何學中的直觀教具，對於培養學生抽象思維的習慣有很大的幫助。應該注意的是這些直觀教具要能让学生自

己來製造，並且在課堂教學時加以運用。這種工作學生越做得多，所得的效果也就越大。如果只在課堂上簡單地讓學生看一下，這樣得到的效果是不大的。

儘量利用圖形的直觀性來積累學生的空間觀念，以發展他們對空間的想像力，在幾何教學中是特別重要的。因此，在講授的過程中要儘可能多畫圖形，通過圖形來進行教學。對於學生則要求他們作出所有習題或定理中的圖形。

講授系統的幾何課程不應當和實際脫離，因此要儘可能多引用生活中實際的例子；在某些情形下，把它們作為推理的主要出發點；而在另一些情形下，則可以從周圍環境中舉例說明所證明的定理。

在加強教學直觀性的同時，另一方面還應該加強幾何教學的邏輯性，不要忘記發展學生智力的工作，特別是形成他們具有邏輯思維的工作。

(3) 要充分注意理論與實際的聯繫

理論和實際的結合是幾何教學的基本原則之一。大綱中指出：‘在教學的過程中，應當充分注意理論與實際的聯繫。其方法，首先是作好練習，以便為解決實際問題做好準備；其次是應用數學知識去完成實際工作。但這些練習與工作應當與大綱中所規定的教材有機地聯繫起來，而不應當損害數學知識的系統性。’

解答幾何習題，對於理論和實際的聯繫具有很大的作用。大綱中指出：‘所有各年級的幾何計算題、作圖題和證明題應

当在學習該課程的每一章時，作有系統的練習。’這就是說，解答幾何習題不應該只是偶爾做一做，而應該是有系統地經常進行。因此，無論在課堂上或者在課外都應該按照教材的內容，佈置適當的練習。特別是在課內應該留出足夠的時間讓學生進行課堂練習。

幾何課程中的計算題，事實上也就是用幾何材料構成的算術題或代數題。解答這一類習題，不但可加深學生對幾何知識的理解，使學生了解幾何知識的實際應用；而且還可以鞏固算術計算和代數式恆等變換的技能以及布列方程和解方程的技能。因此，對它們的價值應有足夠的估計，不可輕視它們。

作圖題對於培養學生幾何作圖的技能和熟練技巧，對於培養學生空間的想像力和邏輯推理的能力以及對於培養學生的創造精神都有很大的價值。解答這一類習題，是學習幾何的一種重要方法。課本中有足夠數量的各種程度的作圖題，可供教師選擇。

大綱中指出：‘在分析較複雜的作圖題時，應當對學生講明解題的各個步驟：分析、作圖、證明和討論。’這個工作應該在一開始就有計劃地來進行，這樣才能逐漸培養學生解作圖題的能力。但對於學生解作圖題的書面作業，在初中階段只要求能夠正確地寫出作法和證明就可以了。

對於證明題也應該有足夠的重視，這類習題對於鞏固學生學過的幾何知識以及培養學生的邏輯推理能力是有很大的作用的。應該有計劃地來培養學生解證明題的能力，特別要注

意培养学生理解圖形和分析圖形的能力以及運用最合理的方法，用謹嚴的邏輯妥善地證明的能力。

軌跡題在本質上來說屬於證明題，不過要證明的命題，往往沒有給出現成的形式，而需要先把結論找出來。因此，這一類的問題，對於培养学生空間的想像力和邏輯推理的能力有着特殊的重要性。

證明軌跡題時，必須證明問題的兩方面，即第一，在圖形上所有的點都適合條件，第二，適合條件的點都在圖形上。這種概念應該一開始就要講解清楚，這樣學生才能對軌跡的概念有正確的認識。為此，在初中的幾何課程中應該讓學生熟悉一些基本軌跡和它們的證明。

應用數學知識去完成實際工作，在幾何課程中主要就是實地測量工作。它是防止學生知識的形式主義的有效方法。大綱中在強調了幾何教學的直觀性的重要之後，就指出：‘同樣必須指出幾何的實際應用，藉以提高學生對幾何的學習興趣，並且對於它的重要性深信不疑。這裏所說的實際應用是指各種測量，特別是實地測量、計算面積和容積等等。’在另一個地方又指出：‘在初中二、三年級學習幾何時，應作好一些實地測量的練習。例如：定出直綫與測量直綫；繪製與測量角；利用全等三角形原理計算距離和高度；目測距離和物體的大小，然後用直接或間接測量法來校正。’因此，對於實地測量工作，必須特別予以重視；除了要隨時指出所學的幾何知識的實際應用，每一個學年都要有一定的時間，讓學生來進行實地測量。

第一章 緒論

說明

一、教學目的

(1) 使學生了解幾何圖形的基本概念以及直線和平面的性質。

(2) 使學生了解有關直線、圓和角的一些概念以及它們的某些性質。

(3) 使學生能夠正確地利用直尺、圓規、量角器、三角板等儀器畫一些簡單的圖形。

(4) 使學生了解定義、公理、定理等概念。

二、教材編排的系統和教學的進度

本章教材是由三個部分組成的，即用公理和直觀的敘述來描述的基本概念，被定義的一些概念和用邏輯證明的幾個開頭的定理。

課本一開始先提出幾何學研究的對象以及它的產生和發展的問題。然後用公理和直觀的敘述來描述幾何圖形的概念。其次，有系統地研究直線、圓、角等最簡單的幾何圖形，說明有關的一些概念並由邏輯的推理來證明它們的某些性質，同時還說明了利用儀器來畫這些圖形和量綫段、弧、角等的方

法。最後，說明定義、公理、定理等概念以及定理的組成。

根據大綱的規定，本章教學時間為 17 小時，各節教學時間可分配如下：

I. 基本概念	3 小時
II. 直綫	2 小時
III. 圓的概念	2 小時
IV. 角的概念	2 小時
V. 角的量法	5 小時
VI. 定義、公理、定理	3 小時

三、教學時應注意的事項

(1) 幾何學的头幾課為培養學生辯證唯物主義的世界觀的基礎提供了豐富的材料。因此，在進行教學時必須充分利用這些機會，根據學生的年齡特徵，用生動易懂的方式，把這種思想灌輸給學生。首先，應該指出幾何學的產生和發展是由社會物質生活的需要所決定的，一切科學都是從人的需要上產生出來的，數學也不例外。其次，必須使學生認識到幾何概念是現實世界事物的抽象表現。‘要能夠達到形的概念，先應該有那些具有一定形式的事物存在，而且把這些事物拿來比較。純粹數學的對象是現實世界的空間形式及數量關係，所以是非常現實的資料。’（恩格斯：反杜林論，三聯書店 1949 年版，第 48 頁）‘幾何學上的定理是把具體對象加以抽象化，把各種對象看成沒有具體性的物體，並在決定它們之間的相互

關係的時候，不當成某些具體對象間的具體關係，而當成一般沒有任何具體性的物體間的相互關係。’（斯大林：馬克思主義與語言學問題，人民出版社 1953 年版，第 22 頁）最後，也是最重要的，在教開頭這幾課的時候，必須以上面所引証的辯證唯物主義的世界觀的論點，作為進行教學的指南。例如，關於基本概念的介绍，必須在比較、觀察和綜合現實世界的物體的過程中來使學生形成這些概念；而不應該從邏輯的定義出發讓學生形式主義地死記一些定義的敘述。

(2) 發展學生的邏輯思維，是幾何教學的重要目的之一，這個工作，應該一開始就有計劃地來進行。因此，在進行第一章的教學時，就應該注意到逐漸培養學生正確邏輯思維的技能。在本章中，培養學生正確邏輯思維的技能所要達到的目的是：教會學生把習題中的條件用幾何學中的符號寫出，並且能夠按照這些條件來畫圖；教會學生能夠根據公理或直接根據學過的定理，按照圖形來進行推理。

(3) 幾何學第一章的教學，是比以後各章的教學更困難的。首先，必須使學生能自覺地通曉所敘述的基本概念並能正確地和自覺地掌握各個術語；其次，還要學生能自覺地掌握對他們來說完全是新的推理方法；而這些工作都是很困難的。為了確切地做到上面所說的兩點，在進行教學時，首先要使學生對於幾何圖形的概念，有深刻的印象，務必使學生對於這些形象獲得鮮明的、清晰的觀念；指出我們周圍的這類圖形的大概形象，製作接近於這些形象的模型和圖形，闡明由具體物體