全国高等农业院校教材

全国高等农业院校教材指导委员会审定

物理实验

农科各专业用

凌发朝 主编

北京农业大学出版社

内 容 简 介

本书是全国《高等学校农科本科"七五"（1986—1990）教材建设规划》确定的新编物理实验教材。全书共分三章。第一章简要地讲解了各实验要用的误差和数据处理的基本理论和方法；第二章是通用仪器介绍；第三章是根据农科本科的教学基本要求精选的实验课题。分为必做和选做两类。讲述了实验课的基本要求，介绍了各课题的实验原理和方法。叙述简练，便于自学，利于操作。

本书强调各种基本实验方法，有益于总结提高，触类旁通。将通用仪器集中介绍，避免不必要的重复，利于了解它们的通用性质。

本书对有多种测量方法的课题，均给出两种以上测量方法。有较大的选择余地，能适应不同的开设条件和便于因材施教。

目 录

前　言

物理学本质上是一门实验科学，它的理论和法则或来源于实验或被实验证实和检验。因此，实验是物理学的坚实基础。物理实验不仅有助于学生真正理解和掌握物理理论，而且在培养学生“能力”方面有它独特的作用。不但可以让学生掌握物理实验特有的基本知识和方法，而且能使学生在如何运用理论知识、实验方法和实验技能解决科技问题方面，得到必要的、基础的训练。可以在培养他们严格的科学作风、科学态度以及辩证唯物主义世界观等诸方面都有重要的作用。加强和改革物理实验教学是非常必要的。

在全国加强实践性环节，开放实验室的教学改革浪潮中，部分农业院校也实行了物理实验单独设课、考核和评分，试行部分开放实验室。我们就是在这种形势下，根据〈高等学校农科本科“七五”（1986～1990）教材建设规划〉的要求，参照西南农业大学使用的物理实验讲义基础上编写了这本《物理实验》。为了贯彻1988年研究物理教学的南京会议精神，更好地适合全国高等农业院校实验设备的现状，由西南农业大学、北京农业大学、浙江农业大学和西北农业大学组成编写组共同编写。

南京会议认为，必须重视实践环节，全国高等农业院校都应完成教学最低要求。为了体现这一精神，本书列出 8 个实验课题（注有★号的课题）作为必做实验。对于条件较差的院校，应该做完这些实验；一般的，开出课题不宜低于12个；条件好的，可以超过12个。若开出课题满12个时，可适当减少必做实验个数，但不得少于 6 个。

鉴于各院校设备条件差异较大，凡有两种以上实验方法的实验课题，本教材均列出两种方法，供选择和因材施教。

本书在介绍实验课题时，强调各种基本实验方法，尽力给读者以概括性内涵，以利于总结提高和触类旁通。

本书的实验课题内容，是以 3 学时为一实验单元时间编写的。如果以 2 学时为一单元时间的院校，可适当降低测量和数据处理的要求，以达到教学目的为原则。

鉴于目前教学时数不多，第二章通用仪器设备一般不讲，可供学生自学。

全书共有三章，第一章是各实验课题均要用到的一些有关误差和数据处理的基本概念、基本理论和方法；第二章是对一些常见的通用仪器设备进行集中介绍（本书只用一次的个别通用仪器则放在实验课题中介绍），以便读者了解它们的结构、原理和使用方法，知其通用特性；第三章是根据我国高等农业院校目前对物理实验的教学要求和实验设备现状所选择的一些教学实验课题，以期对学生进行基础的实验方法和实验技能技巧的训练，并提供一定的选择余地。

本书由凌发朝（西南农业大学）副教授主编，并编写了第一章、2.5 节、实验18、20；2.1、2.2节、实验 1 、 6 、10、12由王道清（西南农业大学）副教授编写；2.7、2.8节、实验 5 、 8 、 9 、16由胡龙灯（浙江农业大学）讲师编写；2.4 节、实验 2 、 4 、 7 、14、19

由黄新寿（北京农业大学）讲师编写；2.3、2.6节、实验1、3、11、13、17由王国栋（西北农业大学）讲师编写。实验15由凌发朝副教授和胡龙灯讲师共同编写。全书由主编统一定稿。

本书由北京农业大学李崇慈教授（主审）、张志英副教授共同审定。

本书在编写中，曾得到许多兄弟院校的支持，得到李崇慈教授和左冰意教授的指教，在此一并感谢。

由于经验不足，水平有限，书中错误和不足之处，恳请批评指正。

编者

1990年4月

第一章　测量误差与实验数据处理

1.1　测量误差的基本概念

1.1.1 直接测量与间接测量

用测量工具直接得出观测对象的大小，叫做直接测量，如用尺测长度。观测对象的大小，由直接测量的结果通过一定的函数关系计算得出，叫做间接测量，如直接测得距离和时间求出速度。

1.1.2 真值、观测值、误差和误差公理

观测对象的客观大小叫做真值。由直接或间接测量得出的大小叫做观测值。设以 a 表真值。$\bar{a}$ 表观测值，则差值

$$x = a - \bar{a} \tag{1—1}$$

叫做观测值的误差。这是误差的普遍定义。对于同一（包括测量人员、仪器、环境等的同一）条件下重复进行多次观测（称一组观测）时，设第 i 次观测值为 a_i，则对应的误差为

$$x_i = a_i - \bar{a}\ (i = 1,\ 2,\ \cdots n) \tag{1—2}$$

由于仪器和人的感官的分辨能力总是有限的，环境又不能完全控制，因此，“任何测量过程的始终和一切测量结果都存在着误差”。这就是误差公理。

综上所述，观测对象的真值是无法测知的，只能得到它的近似值。但在某些情况下，为了对误差作出近似估计，可以把（1）国际公认值；（2）标准仪器测得的观测值；（3）理论值和（4）最佳近似值等作为真值，而用式（1—1）或（1—2）来估计误差。

1.1.3 绝对误差和相对误差

定义式（1—1）的绝对值叫做绝对误差。相对误差，又叫百分误差，它是绝对误差对真值（或其代替值）之比，通常以百分比表出。在评价测量结果时，相对误差很能说明问题。如两长度结果为10.0cm和100.0cm，绝对误差都是±0.1cm，前者相对误差为 $\pm 0.1/10.0 = \pm 1\%$；而后者相对误差为 $\pm 0.1/100.0 = \pm 0.1\%$，显然后一测量结果更好。

1.1.4 误差分类

误差按其产生的原因不同可分为以下三种：

（1）系统误差：在相同条件下的重复测量中，误差的大小和符号保持一定，或按一定的规律变化。它由仪器不准，实验理论有缺陷，个人生理或心理特点等所引起。系统误差可以设法消除。办法是查找原因，事前防止，事后进行修正。

（2）偶然误差（随机误差）：由人力难以控制的偶然因素所引起，如测量环境的起伏变化，仪器性能的波动，人的感觉能力的波动等。偶然误差的符号、大小变化无常，但遵从一定的统计规律。偶然误差不能消除，误差理论的研究对象就是偶然误差。

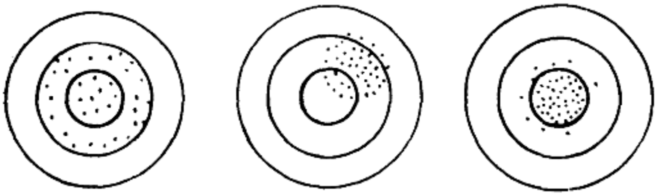
（3）过失误差，这种误差也可以不列为误差之分类，因为它是一种错误，是工作粗枝大叶、不负责任造成的。这种错误应该杜绝。

1.1.5 测量的准确度、精密度和精确度

准确度，表示测量中系统误差大小的程度。准确度愈高，说明多次测量值的分布中心愈接近真值。像打靶的弹着点重心在靶心（图 1—1 a）。

精密度，表示测量中偶然误差大小的程度。精密度愈高，多次测量值的分布愈集中，即离散度愈小。像打靶的弹着点密集在一起（图 1—1 b）。

精确度，是准确度与精密度的综合指标。精确度愈高，则其系统误差和偶然误差均愈小。像打靶的弹着点既密集在一起，重心又在靶心（图 1—1 c）。



（a）　　　　（b）　　　　（c）

(a)准确度好，精密度差　(b)精密度好，准确度差　(c)精确度好

图 1—1　弹着点的分布情况

1.1.6 偶然误差遵从的规律和它的概率特性

根据大量实验数据的统计分析，在同一条件下进行多次观测时，偶然误差遵从一定的概率分布规律，最常见的是高斯分布（正态分布）和 t 分布等(请参看有关误差理论的书籍)。高斯分布曲线如图 1—2 所示。横轴 x 为测量的偶然误差，纵轴 $f(x)$ 表示误差出现的概率

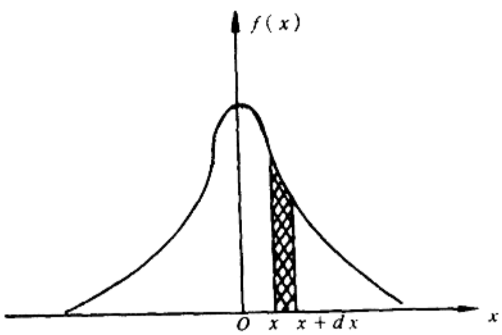


图 1—2　高斯分布曲线

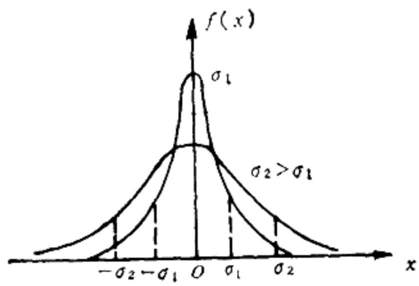


图 1—3　不同σ的高斯分布

密度。曲线下的面元 $f(x)dx$，即阴影部分，是误差为 x 到 $x+dx$ 出现的概率。函数 $f(x)$ 是德国人高斯（1777～1855）推导出来的：

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma}e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \qquad (1-3)$$

式中 σ 叫标准误差，e 是自然对数的底。若令精密度指数 $h=1/(\sqrt{2}\cdot\sigma)$，则

$$f(x)=\frac{h}{\sqrt{\pi}}e^{-h^2x^2} \qquad (1-4)$$

当$x=0$时，$f(0)=h/\sqrt{\pi}=1/(\sqrt{2\pi}\,\sigma)$。可见$\sigma$愈小，$f(0)$就愈大，误差分布曲线愈陡，数据愈集中（亦即精密度指数h愈大，测量精密度愈高）。如图1—3所示。

从误差分布曲线可知，误差有以下几个概率特性：

（1）单峰性：绝对值愈小的误差出现的概率愈大，反之，绝对值愈大的误差出现的概率愈小。

（2）对称性：绝对值相等的误差出现的概率相等。

（3）有界性：绝对值很大的误差出现的概率近乎等于零，即很少出现。也就是在一定的条件下，误差不会超过某一限度（界限）。

1.1.7 观测值的算术平均值和偏差

设把一组等精度（观测人员、仪器、环境等观测条件相同的观测叫等精密度）观测的观测值$a_i(i=1,2,\cdots n)$的算术平均值记作$\bar{a}$，则

$$\bar{a}=\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}=\frac{\sum_{i=1}^{n}a_i}{n} \qquad (1-5)$$

可以证明，算术平均值是没有系统误差条件下观测对象真值的最佳近似值。即当$n\to\infty$时，算术平均值就是真值：

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sum_{i=1}^{n}a_i}{n}=\tilde{a} \qquad (1-6)$$

偏差，习惯上用U表示。一组观测值$a_i(i=1,2,\cdots n)$的各偏差表示为

$$U_i=a_i-\bar{a} \qquad (i=1,2,\cdots n) \qquad (1-7)$$

不难证明各偏差之和为零：

$$\sum_{i=1}^{n}U_i=0 \qquad (i=1,2,\cdots n) \qquad (1-8)$$

偏差U与误差x之间有以下联系：

$$\sum_{i=1}^{n}U_i=\frac{n-1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i \qquad (\text{当}n\text{足够大时}) \qquad (1-9)$$

上式的实际意义在于将不可计算的误差式（1—2）与可以实际计算的偏差式（1—7）联系起来，使我们能通过偏差的计算去估计误差。

1.1.8 标准误差和标准偏差

在1.1.5节中曾经见过标准误差σ，它的定义是误差平方的平均值的平方根

$$\sigma=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\frac{(a_i-\tilde{a})^2}{n}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}x^2}{n}} \qquad (1-10)$$

它是高斯误差定律中的一个重要参数，决定着误差分布的平坦或陡峭（见图1—3），是衡量精密度的一个指标。由于观测对象的真值无法测知，式（1—10））无法计算。根据式（1—9）误差与偏差的关系，不难得到标准偏差

$$S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}U_i^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(a_i-\bar{a})^2}{n-1}} \tag{1—11}$$

标准误差σ与标准偏差S的区别在于前者要求 $n\to\infty$，后者则要求n足够大就行。好处是标准偏差可以计算，这在误差估计中经常用到。

1.2 直接测量误差的估计

1.2.1 误差限、置信度和置信区间

前面已说过，测量误差总是存在，对观测对象的真值是无法测知的，只能得到真值的最佳近似值——观测值的算术平均值。所以误差只能用标准误差 σ（实际是标准偏差 S）来进行估计。这样得到的误差范围，叫误差限。由此可以判断：在同一条件下进行一组观测时，各测量值的误差，在一定的可靠程度（置信度）下，会在这个误差限内。这个误差限组成的区间，就叫置信区间。

例如，用米尺测得一物体长度结果是 10.5±0.1(cm)，如果这结果的置信度为60%，那么各测量值的误差就有60%的可能（概率）落在区间[－0.1,0.1]cm之中。亦就是各测量值在[10.5－0.1(cm)，10.5＋0.1(cm)] 之间的概率是60%。这就是测量值及其误差与误差限、置信度和置信区间的关系。

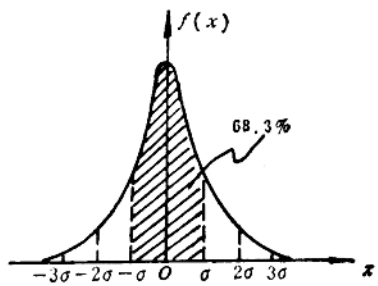


图 1 — 4　不同误差限的置信度

1.2.2 直接测量误差的估计和测量结果的表示

前面已讲过，误差只能估计，且只能用标准偏差 S 来估计。实质就是确定一个误差限。

误差限的确定方法有多种。前面讲的用标准偏差S来估计是一种国际上常用的方法。本书将以此为主。如果条件不具备的也可用平均误差

$$\Delta a=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left|a_i-\bar{a}\right|}{n} \qquad (i=1,\ 2,\ \cdots n) \tag{1—12}$$

来表示。式中 a_i为各观测值，$\bar{a}$ 为各观测值的算术平均值，n 为观测次数。

假设在同一条件下进行相同观测次数n 的多组观测，各组观测值的算术平均值一般不会相同。目前一样，可以用这些平均值的标准偏差 $S_{\bar{a}}$ 来评价各平均值的精密度。统计学上有个定律指出：各算术平均值的标准偏差 $S_{\bar{a}}$与一组观测各观测值的标准偏差 S 之间有以下关系：

$$S_{\bar{a}}=\frac{S}{\sqrt{n}} \qquad (n\ 足够大) \tag{1—13}$$

将式（1—11）代入上式得

$$S_{\bar{a}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(a_i-\bar{a})^2}{n(n-1)}} \qquad (i=1,\ 2,\ \cdots n) \tag{1—14}$$

比较式（1—11）和（1—14）可知，增加测量次数 n，可使测量误差减少$\sqrt{n}$倍。因为一算术平均值的标准偏差$S_{\bar{a}}$比一观测值的标准偏差 S 减少了$\sqrt{n}$倍。

综上所述，在没有系统误差和过失误差，测量条件相同的情况下，对某物理量 A 进行n次重复测量，所得算术平均值$\bar{a}$ 是其真值的最佳近似值；用具有一定置信度的方法确定的误差限$\lambda S_{\bar{a}}$来表明其精密度，就能正确表示出该物理量A的最终结果

$$A=\bar{a}\pm\lambda S_{\bar{a}} \qquad (P=?\%) \quad (\text{单位}) \qquad (1—15)$$

式中 λ 为1、2、3。λ 取不同的值，置信度不同。P 就是置信度。$\lambda=1$时，误差限取$\pm S_{\bar{a}}$，置信度$P=68.3\%$；$\lambda=2$时，误差限取$\pm 2S_{\bar{a}}$，置信度$P=95\%$；$\lambda=3$时，误差限取$\pm 3S_{\bar{a}}$，置信度$P=99.7\%$。（参看图1—4）。

在国际的科学报告中，多采用$\pm S_{\bar{a}}$为误差限，而在技术报告中，往往采用$\pm 3S_{\bar{a}}$为误差限。

在我们的误差估计中，采用$\pm S_{\bar{a}}$,其置信度为68.3%；如果采用平均误差$\pm\Delta a$ 式(1—12）来表示误差限，则其置信度为58%。

因此，本式中将对测量的物理量A的最终结果表示为（以前者为主要形式）：

$$A=\bar{a}\pm S_{\bar{a}} \qquad (P=68.3\%) \quad (\text{单位}) \qquad (1—15a)$$

$$A=\bar{a}\pm\Delta a \qquad (P=58\%) \quad (\text{单位}) \qquad (1—15b)$$

在实际测量中，往往遇到有的量不能进行多次重复测量，有的甚至只能进行一次观测。显然，这时的误差限就不能按以上方法估计确定。起码应该进行必要的修正。

如果仪器的误差为已知的，以仪器误差为误差限，如果不知仪器误差的，则以仪器最小分度值的一半或最小分度值（如秒表）为误差限。

在用 $S_{\bar{a}}$ 作为误差限的误差估计中，要求测量次数 n 足够大。由于测量中观测条件的限制，测量不可能重复多次，n 非常有限，特别是教学实验一般都在10次左右，或者更少。在这种情况下，即在n不够大时，高斯误差分布规律不再适用，而是用另一种叫 t 分布（学生分布）来处理。

t 分布的特点是：对于同一误差限 $\lambda S_{\bar{a}}$ 中的系数 λ 不同。表1—1列出几个相同置信度下不同观测次数 n 的 λ 系数的值。从表中可以看到，在同样的置信度（例如70%），正态分布的λ值（$\lambda\approx1$）偏小（t分布$n=3$时，$\lambda=1.250$；$n=10$时，$\lambda=1.093$）。同时我们也看到，当$n\geqslant10$时，两种分布的λ值就很接近了。所以，当观测次数$n\geqslant10$时，仍用前面讲过的方法，以标准偏差$S_{\bar{a}}$来表示误差限，结果用式（1—15a）表示，所带来的误差不大。再加之我们采取只入不舍，就能保证置信度。如果要求严格一点，在 $n<10$时，可以 t 分布表中70%栏内查修正系数进行修正。

表1—1　t分布表（摘要）

λ \ n / P	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30
70%	1.963	1.386	1.250	1.190	1.156	1.134	1.119	1.108	1.100	1.093	1.064	1.055
95%	12.706	4.303	3.182	2.776	2.571	2.447	2.365	2.306	2.262	2.228	2.086	2.042

1.3 间接测量的误差估计

间接测量的结果，是通过几个直接测量的结果再经函数关系计算而得到。直接测量结果有一定的误差，则间接测量的结果必受其影响，这就是误差的传递问题。

1.3.1 误差传递的基本公式

设有一间接量N由几个直接量 A、B、C……组成，它们的函数关系是

$$N=f(a,\ b,\ c,\ \cdots\cdots) \tag{1—16}$$

对式（1—16）求全微分，得

$$dN=\frac{\partial f}{\partial A}dA+\frac{\partial f}{\partial B}dB+\frac{\partial f}{\partial C}dC+\cdots\cdots \tag{1—17}$$

如果先对N取自然对数后再求全微分，可得

$$\frac{dN}{N}=\frac{\partial \ln f}{\partial A}dA+\frac{\partial \ln f}{\partial B}dB+\frac{\partial \ln f}{\partial C}dC+\cdots\cdots \tag{1—18}$$

由于直接测量值的误差远远小于观测值，式中的dN、dA、dB、dC……可以看作误差，所以式（1—17）、（1—18）就是误差传递的基本公式。前者为绝对误差而后者是相对误差的传递公式。后者特别适合用于乘、除函数关系。

1.3.2 误差传递的应用公式

本书在确定误差限时，是以标准偏差 $S_{\bar{a}}$[式(1—14)]为主要方式，另外也可用平均误差Δa[式(1—12)]表示。因此，在确定间接量结果的误差时，也有两种方式：

如果考虑标准偏差，则有

$$S_{\bar{N}}=\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial \bar{A}}\right)^2 S_{\bar{A}}^2+\left(\frac{\partial f}{\partial \bar{B}}\right)^2 S_{\bar{B}}^2+\left(\frac{\partial f}{\partial \bar{C}}\right)^2 S_{\bar{C}}^2+\cdots} \tag{1—19}$$

$$e_N=\frac{S_{\bar{N}}}{\bar{N}}=\sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial \bar{A}}\right)^2 S_{\bar{A}}^2+\left(\frac{\partial \ln f}{\partial \bar{B}}\right)^2 S_{\bar{B}}^2+\left(\frac{\partial \ln f}{\partial \bar{C}}\right)^2 S_{\bar{C}}^2+\cdots} \tag{1—20}$$

如果考虑平均误差，则有

$$\Delta N=\left|\frac{\partial f}{\partial A}\Delta A\right|+\left|\frac{\partial f}{\partial B}\Delta B\right|+\left|\frac{\partial f}{\partial C}\Delta C\right|+\cdots \tag{1—19′}$$

$$e_N=\frac{\Delta N}{\bar{N}}=\left|\frac{\partial \ln f}{\partial A}\Delta A\right|+\left|\frac{\partial \ln f}{\partial B}\Delta B\right|+\left|\frac{\partial \ln f}{\partial C}\Delta C\right|+\cdots \tag{1—20′}$$

式中$N=f(A,\ B,\ C,\ \cdots)$，各偏导数均代入A、B、C…平均值进行计算。

由此可得间接量的绝对误差和相对误差的关系式

$$S_{\bar{N}}=\bar{N}e_{\bar{N}} \tag{1—20}$$

$$\Delta N=\bar{N}e_{\bar{N}} \tag{1—20′}$$

尽管间接量与直接量的函数关系各式各样，但都不难套用以上一般表示式而求得误差的应用公式，为方便查阅，现将一些基本关系式的误差传递公式列于表1—2中。

表1—2 误差传递的应用基本公式

函数关系	误差传递公式	
$N=f(A,B,C)$	标准偏差	平均误差
$N=A\pm B$	$S_N=\sqrt{S_A^2+S_B^2}$	$\Delta N=\Delta A+\Delta B$
$N=\begin{cases}A\cdot B\\A/B\end{cases}$	$\frac{S_N}{N}=\sqrt{\left(\frac{S_A}{A}\right)^2 S_A^2+\left(\frac{S_B}{B}\right)^2 S_B^2}$	$\frac{\Delta N}{N}=\frac{\Delta A}{A}+\frac{\Delta B}{B}$
$N=A^{\frac{1}{K}}$	$\frac{S_N}{N}=\frac{1}{K}\frac{S_A}{A}$	$\frac{\Delta N}{N}=\frac{1}{K}\frac{\Delta A}{A}$
$N=\frac{A^K B^m}{C^n}$	$\frac{S_N}{N}=\sqrt{K^2\left(\frac{S_A}{A}\right)^2+m^2\left(\frac{S_B}{B}\right)^2+n^2\left(\frac{S_C}{C}\right)^2}$	$\frac{\Delta N}{N}=K\frac{\Delta A}{A}+m\frac{\Delta B}{B}+n\frac{\Delta C}{C}$
$N=\sin A$	$S_N=\lvert\cos A\rvert S_A$；$\frac{S_N}{N}=\lvert\cot A\rvert S_A$	$\frac{\Delta N}{N}=\lvert\cot A\rvert\lvert\Delta A\rvert$；$\Delta N=\lvert\cos A\rvert\lvert\Delta A$
$N=\ln A$	$S_N=\frac{S_A}{A}$	$\Delta N=\left\lvert\frac{\Delta A}{A}\right\rvert$
$N=\cos A$	$S_N=\lvert\sin A\rvert S_A$；$\frac{S_N}{N}=\lvert\tan A\rvert S_A$	$\Delta N=\lvert\sin A\rvert\lvert\Delta A\rvert$； $\frac{\Delta N}{N}=\lvert\tan A\rvert\lvert\Delta A\rvert$

1.3.3 间接测量误差计算的一些问题

除前面谈到的外，还需注意以下几点：

（1）各直接量的观测次数不一定要求相同。即使有的只进行一次观测，也可用仪器的误差来代入公式计算。

（2）在用式（1—19）和式（1—20）时，根式内的各项（分误差），有的可能很小，相比之下可有可无，这种就可以略去。略去的标准是：小于其中最大的误差的三分之一。这样可以节省运算。

1.4 有效数字及其运算法则

1.4.1 有效数字的概念

有效数字的概念，与测量的误差密切相关。由于测量不可避免有误差，所以观测值和测量结果都是一些近似值。有效数字就是用来表明近似值的可靠程度。

在测量中，观测值均要估计到仪器标尺最小分度的十分之几。末位数就存在着误差，这末位数字我们叫它是可疑数字。前面的几位数字是准确可知的，我们叫它做可靠数字。可靠数字连同末位的可疑数字一起，都叫做有效数字。

1.4.2 有效数字与相对误差的关系

一个近似值的有效数字的位数，能大致表明近似值的相对误差的大小。如近似值0.0237m

的相对误差为$\frac{0.000x}{0.0237}=\frac{x}{237}$（其中$x$为末位有效数字的误差）；近似值312.0cm的相对误差为$\frac{0.x}{312.0}=\frac{x}{3120}$。一般地讲，一个具有一位、二位、三位、……有效数字的近似值，其相对误差依次为 $x/10$到$x/100$，$x/100$到$x/1000$，……。因此，有几位有效数字，就能表明误差的大小。

1.4.3 科学记数法

因为一个近似值的有效数字的多少与其误差大小相联系，因此，当单位改变时，其有效数字位数不能改变。例如，0.0273m可改记为2.73cm 或0.0000273km，都是2、7、3三位有效数字，末位可疑。但绝不能记做27300μm，因为它是2、7、3、0、0五位有效数字，这时应记作2.73×10^4μm。这就是科学记数法：前面取一位整数，后面乘10的几次方来表明数量级大小。

1.4.4 有效数字与测量结果

有效数字末位是有误差的，因此，测量或通过计算得到的结果，其有效数字位数的多少，应根据它的绝对误差（一般取一位有效数字）来决定。结果的末位数字的数量级应与误差的数量级一致。例如一长度的多次观测值的平均值为68.583…cm，计算表明其绝对误差为0.2cm，那么平均值应取68.6cm。结果记作（68.6 ± 0.2）cm。误差在结果的末位。

1.4.5 近似计算法则

1.近似值相加减时，以小数位数最小的为标准，对小数位数多的进行舍入，取比标准多一位进行计算，最后结果与标准位数一致。

例：$1.2345+3.456-4.18+13.2\approx1.23+3.46-4.81+13.2\approx13.71\approx13.7$

2.近似值相乘除时，以有效数字位数最小的为准，其它因子进行舍入，多取一位有效数字进行计算，最后的积或商保留与标准一样多有效数字位数。

例：$\frac{3.34\times5.6783}{1.23566}\approx\frac{3.34\times5.678}{1.236}\approx\frac{18.964}{1.236}\approx153.4\approx153$

3.近似值的乘方、开方、对数等运算，结果保留与原近似值有效数字位数相同。

例：$\sqrt{123.4}\approx11.11$；$3.12^2\approx9.92$；$\log12.34\approx1.091$

4.π、$\sqrt{2}$等常数及中间结果，可根据以上法则确定的标准，多留一位进行计算，最后结果以标准位数为准进行舍入。

5.对于舍入，最好实行四舍六入法，被舍入位大于5的入，小于5的舍；等于5的，若前一位为偶数者舍，奇数者入。

在误差处理中，为了保证置信度又遵守有效数字只有末位有误差的规则，误差的舍入位宁可只入不舍，最后保留一位误差。

1.5 数据处理的部分方法

1.5.1 列表计算法

在测量记录和数据处理时，往往将有关数据列成表格。列表可以清晰地看到各数据之间

的关系，也易于发现问题和分析问题。如何使所列表格醒目易读，是一种艺术。

列表应当满足下列要求：

（1）简单明了，易于看出各量之间的关系。所用符号要交代清楚。

（2）各量的单位要写在标题栏里，不要记在各数字之后。

（3）数据要正确反映仪器精度，有效数字要准确。当需要用科学记数法时，“10”的乘方要记在标题栏中，小数点要对齐。

（4）必要的说明应力求简洁准确。

例：在长度测量中，圆柱体直径D的观测值记录及数据处理如表1—3所示。从表中可以看到，偏差的和为零（或近于零）是计算正确的表示。误差限的确定，是用平均值的标准偏差 $S_{\bar{D}}$（用公式 1 —14），结果只取一位，舍入位是只入不舍。这是为了保证置信度不低于68.3%。直径D的最终结果，用式（1 —15a）表示，D的平均值$\bar{D}$的有效位数，与误差$S_{\bar{D}}$位数对齐，舍入位实行四舍六入法。

如果有条件（各实验室应尽可能提供），用电子计算器处理数据，则计算可大大节约时间。可以省去列表所进行的绝大多数计算，只做有效位数的取舍工作。

表1—3　圆柱体直径测量数据的列表处理

测量序号	直径D (cm)	偏差U_i $\times 10^{-3}$(cm)	偏差平方U_i^2 $\times 10^{-6}(cm)^2$	
1	1.248	+1.5	2.55	$S_{\bar{D}}=\frac{\sum_{i=1}^{n}U_i^2}{n(n-1)}$
2	1.250	+3.5	12.25	$=\frac{84.3\times 10}{8\times 7}$
3	1.246	−0.5	0.25	$\approx\sqrt{1.51}\times 10$
4	1.247	+0.5	0.25	$\approx 1.227\times 10$
5	1.251	+4.5	20.25	$\approx 2\times 10$(cm)
6	1.240	−6.5	42.25	$D=1.247\pm 0.002$cm
7	1.244	−2.5	6.25	
8	1.246	−0.5	0.25	
总　和	9.972	0	84.30	
平均值	1.2465			

用电子计算器处理数据，主要利用计算器的统计运算功能。用法请参看相应的说明书。当统计运算全部完成，就可将统计结果取出使用。在取出结果时，计算器有以下几个结果可以取出使用，且先后次序没有规定，由你自由选择〔我们需要的是 1）、4）、6）项〕：

1）样本数（参加统计的数据个数）n

2）样本和$\sum x$

3）样本平方和$\sum x^2$

4）样本标准偏差$S(\sigma_{n-1})$

5）总体标准差$\sigma(\sigma_n)$

6）样本平均值$\bar{x}$。

我们所需的平均值的标准偏差，要利用公式（1 —13）：$S_{\bar{x}}=S/\sqrt{n}$计算出来。

1.5.2 作图法

作图是实验工作中经常遇到的。它有以下好处：

（1）可直观地显示函数关系；从图上直接找到某些结果，如斜率、截距等。

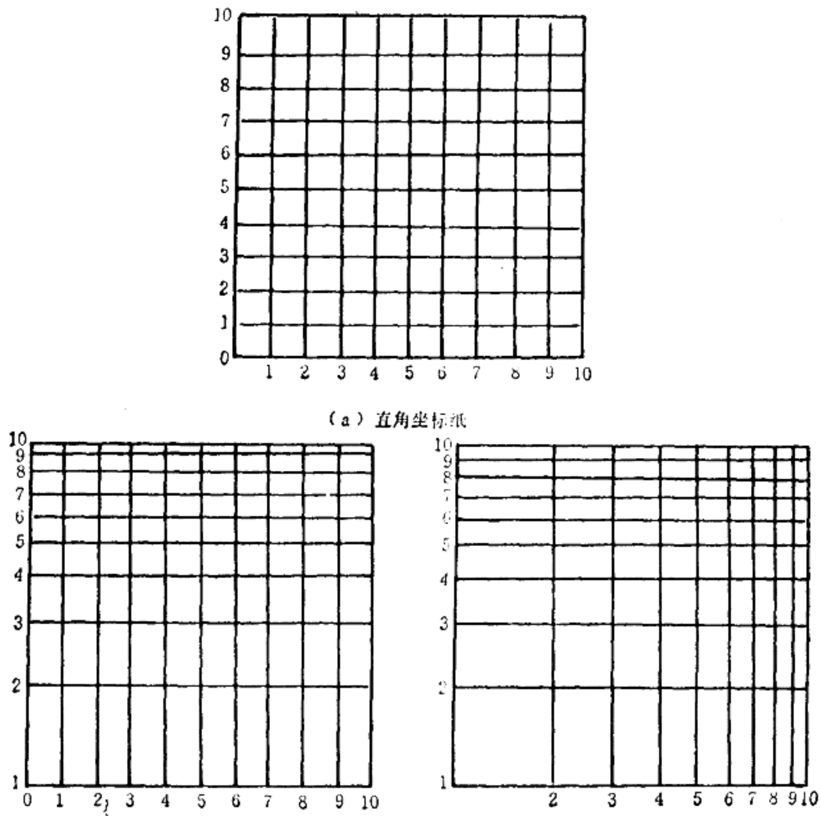
（2）从图上可得到未进行观测的函数对应值，如内插和外推。

（3）从图上可以发现个别错误。

（4）作出仪器的标准曲线，可改正系统误差，可推测其他测值。

作图应遵循如下规则：

（1）要根据需要选用直角坐标纸（图1—5a），单对数坐标纸（图1—5b）和双对数坐标纸（图1—5c）或极坐标纸。



（a）直角坐标纸

（b）单对数坐标纸

（c）双对数坐标纸

图1—5 几种坐标纸

（2）坐标纸的大小及坐标分度值的比例，应根据数据的有效数字位数及要求精确度而定。原则上最小方格对应于末位有效数字。坐标原点可在图外，以图形在坐标纸中部为好。

（3）应标明坐标轴所代表的量、分度值及其单位。

（4）描点应用＋、×、△、⊙等符号准确标明数据点位置，同一曲线用相同符号。