

同 中 数 学 课 外

练 习 题

北 京 出 版 社

一 年 级

高中数学课外练习题

(一 年 级)

人大附中、北大附中、清华附中、
实验中学、师大附中 编写组

北 京 出 版 社

(京) 新登字 200 号

高中数学课外练习题 (一年级)

GAOZHONG SHUXUE KEWAI LIANXITI(YI NIAN JI)

人大附中、北大附中、清华附中、

实验中学、师大附中 编写组

*

北 京 出 版 社 出 版

(北京北三环中路 6 号)

邮政编码: 100011

北 京 出 版 社 总 发 行

新华书店北京发行所经销

北京朝阳广益印刷厂印刷

*

787×1092 毫米 32 开本 10.75 印张 236 300 字

1989 年 1 月第 1 版 1994 年 9 月第 2 版第 3 次印刷

印数 25 001—35 000

ISBN 7-200-02006-0/G·582

定 价: 4.30 元

前 言

为了使学生牢固地掌握基础知识、基本技能，灵活运用数学方法，提高解题能力，我们按年级编写了高中数学课外练习题三册，供广大高中数学教师和学生在学习和教学中参考。

本书是根据数学教学大纲的要求编写的，所有题目都是在多次教学实践中反复筛选出来的。因此，题目质量较高，有一定的难度，基本反映了我们几所重点校的数学教学水平。本书搜集的题目题型全，既有选择题、填空题、判断题、问答题，又有计算题、证明题、作图题，利于开拓学生的知识思路。各章题目分为基本题和提高题两组，供不同层次的学生选用，另外还配有复习题。为了配合毕业班的总复习，在三年级用书中按不同内容选编了十三套“单元练习”和五套“综合练习”。以上各类的题目答案或提示都附于书末。因此这本练习题不仅是高中数学教师和学生在学习和教学中的参考读物，也是致力于自学成才之路的广大青年进行基本训练和自我测试的好资料。

参加本书编写的有周国镇、薛昌咸、高培根、陈汶、张春条、储瑞年、陈剑刚、董世奎、朱传渝、张宁、邓均、刘育群、邵光砚、王锡祥、丁志福、李广均、徐重远、瞿宁远、冯勃。全书由储瑞年、丁志福、周国镇统编。

由于水平所限，书中缺点错误恳请读者批评指正。

人大附中、北大附中、清华附中、
实验中学、师大附中 编写组

目 录

第一部分 代数

第一章 幂函数、指数函数和对数函数.....	(1)
基本题	(1)
一、集合与映射.....	(1)
二、函数.....	(7)
提高题	(25)
复习题	(32)
第二章 三角函数.....	(38)
基本题	(38)
一、角的概念的推广.....	(38)
二、任意角三角函数.....	(41)
三、诱导公式.....	(46)
四、三角函数的图象和性质.....	(49)
提高题	(58)
复习题	(66)
第三章 两角和与差的三角函数.....	(70)
基本题	(70)
一、两角和与差的三角函数.....	(70)
二、倍角半角的三角函数.....	(76)
三、三角函数的积化和差与和差化积.....	(84)
提高题	(90)
复习题	(100)

第二部分 立体几何

第一章 直线和平面	(104)
基本题	(104)
一、平面	(104)
二、空间两条直线	(106)
三、空间直线和平面	(111)
四、空间两个平面	(121)
提高题	(130)
复习题	(140)
第二章 多面体和旋转体	(147)
基本题	(147)
一、多面体	(147)
二、旋转体	(152)
三、多面体和旋转体的体积	(155)
提高题	(157)
复习题	(164)

答案或提示

第一部分 代数

第一章 幂函数、指数函数和对数函数	(176)
基本题	(176)
提高题	(203)
复习题	(221)
第二章 三角函数	(228)
基本题	(228)
提高题	(232)

复习题	(241)
第三章 两角和与差的三角函数	(242)
基本题	(242)
提高题	(251)
复习题	(274)

第二部分 立体几何

第一章 直线和平面	(277)
基本题	(277)
提高题	(290)
复习题	(303)
第二章 多面体和旋转体	(311)
基本题	(311)
提高题	(318)
复习题	(325)

第一部分 代 数

第一章 幂函数、指数函数和 对数函数

基 本 题

一、集合与映射

1. 选择题: (以下各题的四个结论中, 仅有一个是正确的.)

(1) 已知集合 $M = \{x | x^2 + x - 2 < 0\}$, 则

A. $\sqrt{5} \in M$. B. $\log_3 2 \notin M$.

C. $(0, 1] \subset M$. D. $\left(-\frac{\pi}{2}, \log_{\frac{1}{2}} 2\right) \subset M$.

(2) 已知集合 $M = \{x | x = 2n, n \in \mathbb{Z}\}$, $N = \{y | y = 2(k+1), k \in \mathbb{Z}\}$, 则

A. $M \cap N = \phi$. B. $M \subset N$.

C. $M = N$. D. $M \supset N$.

(3) 已知 A 和 B 是任意两个集合, 集合 C 和 D 满足 $C = A \cup B$, $D = A \cap B$, 则 C 和 D 的关系是:

A. $C \subset D$. B. $C \supset D$.

C. $C = D$. D. 以上都不对.

(4) 已知集合 $A = \{(x, y) | 0 \leq y < -x^2 - 3x - \frac{1}{4}\}$,

$B = \{(x, y) | -\pi < x < -\sqrt{3}, y \in R\}$, $C = \{(x, y) | x \text{ 与 } y \text{ 都} \in Z\}$, 则

- A. $A \cap (B \cap C) = \{(x, y) | (-3, 0), (-2, 0)\}$.
 B. $A \cap (B \cap C) = \{(x, y) | (-3, 1), (-2, 1)\}$.
 C. $A \cap (B \cap C) = \{(x, y) | (-2, 0), (-2, 1)\}$.
 D. $A \cap (B \cap C)$ 不能确定.

(5) 设 $A \cap B = \phi$ (空集), $M = \{A \text{ 的子集}\}$, $N = \{B \text{ 的子集}\}$, 那么

- A. $M \cap N = \phi$. B. $M \cap N = \{\phi\}$.
 C. $M \cap N = A \cap B$. D. $M \cap N \subset A \cap B$.

(6) 满足 $\{a\} \subseteq A \subset \{a, b, c, d\}$ 的集合 A 的个数是

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 8.

(7) 已知集合 $M = \left\{x | \log_3 \frac{2}{3} < 1\right\}$, $N = \{x | \lg |3x - 1| > 0\}$, 则

- A. $M \cup N = R$. B. $M \cap N = \left[\frac{2}{3}, +\infty\right)$.

C. $\overline{M} \supset N$. D. 以上都不确切.

(8) 已知函数 $f(x) = |x+2| + |1-x| + |x|$ 的值随着 x 值的增加而增加, 那么 x 的取值范围应当是

- A. $(-\infty, -2)$. B. $[-2, 0)$.
 C. $[0, 1]$. D. $[0, +\infty)$.

(9) 数集 $X = \{(2n+1)\pi, n \text{ 是整数}\}$, $Y = \{(4k \pm 1)\pi, k \text{ 是整数}\}$, 则它们的关系是

- A. $X \subset Y$. B. $X \supset Y$.
 C. $X = Y$. D. $X \neq Y$.

(10) 设 S 、 T 是两个非空集合, 且 $S \subseteq T$, $T \subseteq S$, 记

$X = S \cap T$, 那么 $S \cup X$ 是

- A. S . B. T . C. ϕ . D. X .

(11) 设 $A = \left\{ (x, y) \mid \frac{y}{1-x^2} = 1 \right\}$, $B = \{ (x, y) \mid y =$

$1-x^2 \}$, $C = \{ (x, y) \mid (x, y) \in B \text{ 但 } (x, y) \notin A \}$,

以上的 x, y 都 $\in R$, 则 $B \cap C$ 是

- A. $\{ (x, y) \mid (1, -1) \}$.
B. $\{ (x, y) \mid (-1, 0), (1, 0) \}$.
C. ϕ . D. $\{ (x, y) \mid (-1, 1) \}$.

(12) 已知集合 A 、 B 、 C 满足 $A \cup B = A \cup C$, 则由此可以推出

- A. $B = C$. B. $A \cap B = A \cap C$.
C. $A \cap \overline{B} = A \cap \overline{C}$, D. $\overline{A} \cap B = \overline{A} \cap C$.

(13) 空集 ϕ 与集合 $\{\phi\}$ 的关系是

- A. $\phi = \{\phi\}$. B. $\phi \subset \{\phi\}$.
C. $\phi \supset \{\phi\}$. D. $\phi \in \{\phi\}$.

(14) 按对应关系 $f: x \rightarrow y = \log_2(x^2 - 1)$, 使集合 M 的元素 x 对应于集合 N 的元素 y , 则使这个对应恰是映射的集合 M 、 N 是

- A. $M = \{x \mid x \in R\}$, $N = \{y \mid y \in R\}$.
B. $M = \{x \mid x > 1\}$, $N = \{y \mid y \in R\}$.
C. $M = \{x \mid |x| > 1\}$, $N = \{y \mid y \geq 0\}$.
D. $M = \{x \mid |x| > 1\}$, $N = \{y \mid y \in R\}$.

(15) 已知集合 $M = \{a, b\}$, $N = \{x, y\}$, a, b, x, y 是互不相同的元素, 那么从 M 到 N 可以建立的映射的

种数是

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

(16) 下列结论中，正确的是哪一个？

- A. 如果数对 (a, b) 在映射 f 下对应的象是 $(x + 2y, 2x - y)$ ，则数对 $(-1, 2)$ 在 f 下对应的原象是数对 $(3, -4)$ 。
- B. 已知集合 $M = \{\text{以线段 } AB \text{ 为直径的半圆上的点 } P\}$ ，集合 $N = \{\text{线段 } AB \text{ 上的点 } Q\}$ ，对应法则 $f: Q$ 是 P 在 AB 上的垂直投影，则对应 f 是 M 到 N 的一一映射。
- C. 设集合 $M = \{\text{以线段 } AB \text{ 为直径的半圆上的点}\}$ ，集合 $N = \{\text{线段 } AB \text{ 上的点}\}$ ，则 $N \subset M$ 。
- D. 设集合 $M = \{\text{无理数}\}$ ，集合 $N = \{\text{有理数}\}$ ，则从 M 到 N 不存在某种对应，能使这种对应是从 M 到 N 的一个映射。

(17) 设 f 是集合 M 到集合 N 的一个对应，那么“ f 不是一一映射”是“ f 不是映射”的

- A. 充要条件. B. 必要但非充分条件.
C. 充分但非必要条件. D. 既非充分也非必要条件.

(18) 设集合 $A = \{x | x = 2k, k \in \mathbb{Z}\}$ ， $B = \{x | x = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$ ， $C = \{x | x = 4k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$ ，又 $a \in A$ ， $b \in B$ ，则

- A. $a + b \in A$. B. $a + b \in B$.
C. $a + b \in C$. D. $a + b \notin A, B, C$ 中之一.

(19) 集合 A 含有 3 个元素、集合 B 含有 2 个元素，那么

- A. 从 A 到 B 上可以建立一一映射。

- B. 从 A 到 B 上的映射最多只可能有6个。
 C. 从 A 到 B 上的映射可能有8个。
 D. 以上说法都不确切。

2. 填空题:

- (1) 设集合 $A = \{\text{有理数}\} \cap \{\text{无理数}\}$, 则 A 与 $\{\emptyset\}$ 的关系是_____;
- (2) 设集合 $A = \{\text{偶数}\} \cap \{\text{质数}\}$, 则 A 中的元素 x 与集合 $B = \{y | y^2 - 3 < 0\}$ 的关系是_____;
- (3) 按照对应法则 $f: x \rightarrow \log_2 x$, 建立从集合 $A = \{1, \sqrt{2}, 0.5\}$ 到集合 B 上的一个映射, 则 B 中至少含有元素_____;
- (4) 如果集合 A 含有10个元素, 集合 B 含有8个元素, 而集合 $A \cup B$ 含有15个元素, 则集合 $A \cap B$ 有_____个元素, B 有_____个元素在 $A \cap B$;
- (5) 按照对应法则 $f: x \rightarrow x^2$, 建立从集合 $A = \{x | x \in \mathbb{R}\}$ 到集合 B 上的一个映射, 则 A 中元素 $\sqrt{3}$ 在 B 中的象是_____, B 中元素 $\sqrt{2}$ 在 A 中的原象是_____, 上述对应 f _____ (是、不是)一一映射;
- (6) 集合 $A = \{x | x \leq 0\}$ 到集合 $B = \{y | y \geq 0\}$ 的对应法则 $f: x \rightarrow y = x^2$, 则这个对应 f _____ (是、不是)一一映射, 确定逆映射的对应 f^{-1} 是_____;
- (7) 集合 M 和 N 各含有10、12个元素, 集合 $M \cap N$ 有5个元素, 则 $M \cup N$ 含有_____个元素, 又当 $M \cup N$ 含有_____个元素时, $M \cap N = \emptyset$;
- (8) 全集 $I = \{a | 1 \leq a \leq 100, a \in \mathbb{Z}\}$, 又知集合 $A \subset I$, A 中元素都是奇数, 则 $\bar{A}$ 用描述法表示, 应是_____

_____, 又若 $B = \{b | 1 < b < 100, b = 3K, K \in \mathbb{Z}\}$, 则 $\overline{A} \cap B$ 中数值最大的元素是_____;

(9) 已知全集 $I = \mathbb{R}$, 集合

$A = \{\text{函数 } f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\lg(\sqrt{2-x})} \text{ 的定义域}\}$, 则 $\overline{A} =$ _____;

(10) 已知集合 $M = \{\text{函数 } \lg(x^2 - 3x + 2) \text{ 的定义域}\}$, 集合

$N = \{\text{函数 } \sqrt{\frac{x^2 - 3x + 2}{3 - 2x}} \text{ 的定义域}\}$, 则 1 与集合 $C =$

$M \cap N$ 的关系是_____.

3. 用不少于三种的描述方法表示集合 $A = \{0, 1, 2\}$.

4. 根据下列给定的集合各写出一个函数, 仅对该集合有意义:

(1) $M = [1, 2]$;

(2) $M = (-2, -1) \cup (-1, 0)$;

(3) $M = \mathbb{R}$;

(4) $M = [2, 3] \cup \left(-1, -\frac{1}{2}\right)$;

(5) $M = (-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$;

(6) $M = (-2, 1]$.

5. 设集合 $M = (-2, -1) \cup (1, +\infty)$, $N = [a, b]$, 又知 $M \cup N = (-2, +\infty)$, $M \cap N = (1, 3]$. 求 a, b 的值.

6. 对应 $f: x \rightarrow y = \lg(x+1)$ 是从数集 $(-1, +\infty)$ 到数集 $(-\infty, +\infty)$ 的一一映射. 根据下列各题中给出的数集 A 和 B , 试分别写出一个从 A 到 B 的一一映射:

- (1) $A = \mathbb{R}$, $B = (-3, 7)$;
 (2) $A = (-1, 10)$, $B = (-\infty, 2)$;
 (3) $A = [-3, +\infty)$, $B = [0, +\infty)$.
7. 已知 f 是从集合 $\mathbb{R}^+$ 到集合 $\mathbb{R}$ 上的一个映射. $f: x \rightarrow \lg x, x \in \mathbb{R}^+$, 证明映射 f 是一一映射.
8. 设集合 $A = \{a \mid a = 14x + 38y, x \text{ 和 } y \in \mathbb{Z}\}$,
 (1) 2 是不是 A 的元素?
 (2) $A = \{\text{偶数}\}$ 是否成立? 证明你的结论.

二、函数

9. 下面给出六个函数:

$$(1) f(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{x^2 - x + 1};$$

$$(2) f(x) = \frac{2}{\sqrt{x^2 - 2x}};$$

$$(3) f(x) = \frac{x-3}{x-3};$$

$$(4) f(x) = \sqrt{x^3 - 2x^2 - 3x};$$

$$(5) f(x) = \frac{1}{\sqrt{x - \sqrt[3]{x}}};$$

$$(6) f(x) = \frac{1}{\log_2(x^2 - 1)}.$$

和十个数集:

- ① $\mathbb{R}^+$. ② $[0, +\infty)$. ③ $\mathbb{R}$.
 ④ $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$.
 ⑤ $(-\infty, 0) \cup (0, 1) \cup (1, +\infty)$.

- ⑥ $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$.
 ⑦ $(-1, 0) \cup (3, +\infty)$.
 ⑧ $(-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$.
 ⑨ $(0, 1) \cup (1, +\infty)$.
 ⑩ $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (-\sqrt{2}, -1) \cup$
 $(1, \sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$.

试指出哪个数集恰是哪个函数的定义域.

10. 填空:

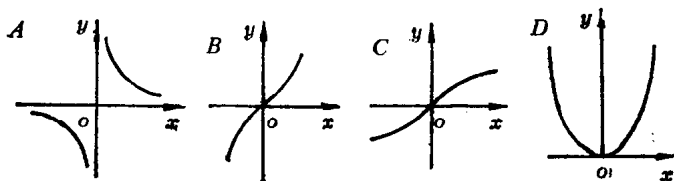
- (1) 如函数 $f(x)$ 的定义域是 $[0, 1]$, 则函数 $f(x^2)$ 的定义域是____;
- (2) 函数 $f(x) = \log_{-1} \sqrt{3x-2}$ 的定义域是____;
- (3) 设全集 $I = R$, 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\lg(\sqrt{2}-x)}$ 的定义域记作 A , 则 $\bar{A} =$ ____;
- (4) 已知函数 $f(x) = \log_2(x^2 - 1)$ 和 $g(x) = \log(x+1) + \log_2(x-1)$ 的定义域分别是 F 和 G , 那么 F 和 G 的关系是____;
- (5) 设 $0 < a < 1$, 则函数 $f(x) = \sqrt{\log_2(x-1)}$ 的定义域是____;
- (6) 如果函数 $f(x)$ 的定义域是 $(1, +\infty)$, 那么函数 $f(3^{-x})$ 的定义域是____;
- (7) 如果函数 $f(x)$ 的定义域是 $(1, 0)$, 那么函数 $f\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$ 的定义域是____;
- (8) 函数 $f(x) = \log_2(ax^2 + 3x + a)$ 的定义域是任意实数, 则 a 的取值范围是____.

11. (1) 函数 $f(x) = \frac{x^2}{x}$, $f(x) = x$ 是否表示同一函数?

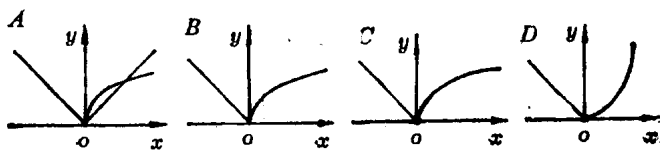
(2) 函数 $f(x) = x^2 - 2x$ 和 $f(x) = 3^{1+\lg_3(x^2-2x)}$ 是否表示同一函数?

12. 选择题(答案中, 仅有一个是正确的):

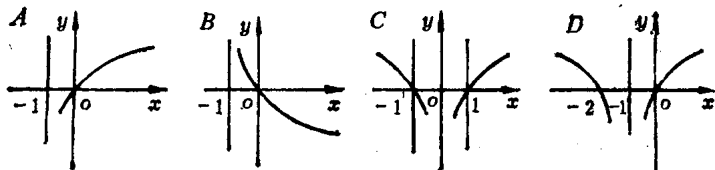
(1) 函数 $y = x^{\frac{5}{3}}$ 的图象是:



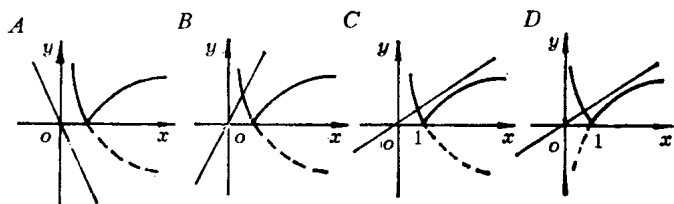
(2) 函数 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & (x > 0) \\ |x| \cdot \frac{x}{x} & (x < 0) \end{cases}$ 的图象是:



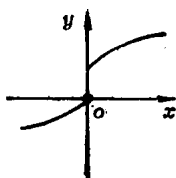
(3) 函数 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}|x+1|$ 的图象是:



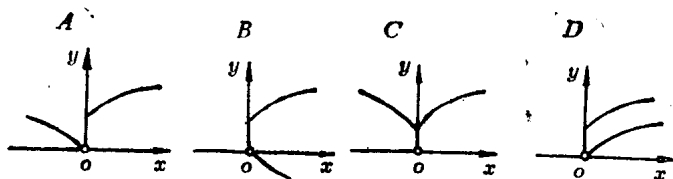
(4) 在同一坐标系中, 函数 $y=kx$ 和 $y=|\log_2 x|$ 的图象是:



(5) 已知函数 $y=f(x)$ 的图象是:



则函数 $y=f(|x|)$ 的图象应是:



13. 下面给出(1)至(6)的六个函数和A至F的六个图象. 将图象的序号填入括号内.

- (1) 函数 $y=2^{1-x}$ 的图象是();
- (2) 函数 $y=|2^x-1|$ 的图象是();
- (3) 函数 $y=2^{1-\log_2 x} \cdot x^{-2}$ 的图象是();
- (4) 函数 $y=|\log_2 x|$ 的图象是();