

# 軋 制 原 理

金属压力加工教研組  
特种材料压力加工教研組 编

北京鋼鐵學院

1964.8

# 目 录

序 .....	3
使 用 符 号 .....	4
前 言 .....	5
第一章 轧制过程的基本概念 .....	7
1. 简单(理想)轧制过程 .....	7
2. 变形数值的表示方法 .....	8
3. 变形区主要参数 .....	8
4. 轧制过程的三个阶段 .....	12
5. 轧制过程的基本概念—简单(理想)轧制过程模型 .....	14
6. 轧制过程的分类 .....	19
第二章 轧入及轧制建成过 程 条 件 .....	20
1. 轧入 条 件 .....	20
2. 轧制建成过 程 .....	21
3. 摩擦力在轧制过 程 中 的 作 用 .....	22
4. 改善轧入条件 的途 径 .....	25
5. 轧制过程的 摩 擦 .....	27
第三章 轧制过程之运动学 .....	30
1. 有关轧制过程运动学的假说 .....	30
2. 前滑及后滑 .....	31
3. 前滑 计 算 .....	32
4. 后滑 计 算 .....	34
5. 前滑及后滑的实质 .....	35
6. 在变形区长度上任一点的 纵向滑动 .....	35
7. 前滑后滑与延伸的关系 .....	36
8. 前滑与宽展 的关系 .....	38
9. 影响前滑的各种因素 .....	38
第四章 轧制之变形 条 件 .....	45
1. 研究轧制过程变形问 题 的 意 义 .....	45
2. 轧制变形的基本概念 .....	45
3. 变形区内金属变形图示 .....	45
4. 宽展 的 分 布 .....	47
5. 影响宽展 的因 素 .....	50
6. 宽展 计 算 .....	54
第五章 单位压力在接触弧上的分 布 .....	57
1. 研究单位压力分 布 及 其 理论发展概 况 .....	57
2. 单位压力微分方程式——卡尔曼方 程 及 其 解 .....	58

3. 影响单位压力分佈的主要因素——理论研究及实验资料分析	63
4. 变形量及变形速度在接触弧上的分佈	66
第六章 轧制时金属作用在轧辊上的压力	69
1. 总压力公式的一般形式	69
2. 平均单位压力的计算	70
3. 计算平均单位压力的理论公式	76
4. 变形区域中接触面积的确定	79
5. 常见的计算压力经验公式举例	82
第七章 轧制力矩及功率	89
1. 在各种轧制情况下轧制力的作用方向	89
2. 轧制力矩的确定	91
3. 传动轧辊所需之其它力矩及电机功率计算	97
第八章 轧制过程之综合研究	104
1. 轧制过程综合研究之意义	104
2. 简单轧制过程的三种典型情况	105
3. 轧制理论中若干问题的深化	111
参考文献	116

## 序

本书是根据 1963.10 拟订的 金属压力加工专业轧钢专门化用轧制原理及工艺学教学大纲 编写的。

为了贯彻主席对教育工作的指示，深深感到教学的各个环节都应进行改革。显然，有一本合适的教材，对精选课程内容，贯彻少而精，进行启发式教学都会起促进作用的。为此，我们在编写本书时根据大纲要求及少而精原则对内容作了精选。为了更好的符合认识规律，考虑到轧制原理各部分之内在联系及其发展趋势，在系统安排上作了一些新的尝试，在最初讲述了“理想轧制过程模型”，以便建立起一个有关轧制过程的初步的基本概念，并在最后增加了“轧制过程之综合研究”，使学生对现代轧制原理发展状况有一初步了解。在编排次序上预先考虑到教授方法及各个教学环节（实验、习题等）的联系。同时，为了贯彻因材施教原则，除基本内容外，还加入了一些辅助参考资料（用符号△△加在这部分资料之开始及终了处，以资与基本内容区别）和思考题。

本书包括八章基本内容，其中1—4，8章由贺毓辛编写，5、6两章由管维静编写，第七章是由袁康编写的。除此还有实验及习题集（另印，由余芷芬负责编写）及轧制原理总结提纲。

编写过程因时间仓促，编者之思想及学术水平所限，缺点及错误一定不少，希读者及有关同志提出意见，以便今后加以充实及修订。

编 者

1964.6

## 使 用 符 号

### 轧件尺寸

H——轧前高度；  
h——轧后高度；  
 $\bar{h}$ ——轧件平均高度；  
 $B_H, B_h$ ——轧件轧前轧后宽度；  
 $L_H, L_h$ ——轧件轧前轧后长度；  
 $\Delta h$ ——绝对压下量；  
 $\Delta B$ ——绝对宽展；  
 $h_\gamma, B_\gamma$ ——临界面处之轧件高度及宽度；  
 $F_H, F_h$ ——轧前轧后断面积。

### 轧辊尺寸

D, R——轧辊直径及半径；  
F——接触面积；  
 $l$ ——变形区长度；  
s——轧制弧长度；  
 $a$ ——轧制合力力臂， $a=xl$ ， $x$ 为合力力臂系数。

### 角 度

$\alpha$ ——轧入角，接触角；  
 $\beta$ ——摩擦角；  
 $\gamma$ ——临界角，中性角；  
 $\varphi$ ——合力作用角；  
 $\theta$ ——变形区内任一角度。

### 力能参数

$p, \bar{p}$ ——轧制单位压力及平均单位压力；  
 $\sigma_x, \sigma_y$ ——轧件纵向横向水平应力；  
 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ——主应力；  
 $\tau$ ——切应力；  
 $t, t_x, t_y$ ——单位摩擦力及其纵向横向分量；  
 $P, T$ ——轧制总压力及摩擦力；  
 $\sigma_s, k = W\sigma_s = 1.15\sigma_s$ ——单向应力状态下金属屈伏限；  
 $q$ ——外力，(前后张力等)；  
 $M$ ——轧制力矩；  
 $M_f$ ——摩擦力矩；  
 $M_o$ ——空转力矩；  
 $M_g$ ——动力矩；  
 $M_e$ ——静力矩；  
 $M_e$ ——电机传动所需力矩；

W——轧制功；

N——功率。

#### 速度参数

$v = \frac{\pi D n}{60}$ ——轧辊圆周速度；

n——轧辊转数；

$v_H$ ——轧件入轧辊时的速度；

$v_h$ ——轧件出轧辊时的速度；

$v_y$ ——临界点处轧件水平速度；

$u, \bar{u}$ ——变形速度及平均变形速度；

$T_m$ ——轧制时间；

$T_0$ ——间隙时间。

#### 系 数

f——摩擦系数；

$\mu$ ——延伸系数；

$S_b, S_B$ ——前滑及后滑；

$\frac{1}{\eta}$ ——压下系数；

$\omega$ ——宽展系数；

$\epsilon \%$ ——相对压下量；

$\rho$ ——相对宽展量；

n——轧制合力位置特征数。

#### 其 它

x, y, z——沿轧向，横向，高向座标。

脚註: H, h——入口及出口，前滑区及后滑区；

f——摩擦影响；

$\epsilon$ ——变形量或应变硬化；

q——外力影响；

v——变形速度及速度；

l——刚端影响；

t——温度影响；

$\Sigma$ ——总和。

如:  $n_t$ ——代表外摩擦影响系数。

# 轧制原理

## 前　　言

轧制原理是一门比较年轻但又发展迅速的科学，它是轧制过程的理论基础。

轧制原理为一实用技术科学，在生产实践和科学实验的基础上寻求轧制过程的规律，并分析主要因素对各轧制参数的影响，藉以揭示和了解轧制过程的实质，给进行轧制工艺及设备设计、分析研究轧制过程提供必要的理论根据。

轧制原理是一主要专业课程，学习这门科学的主要目的在于：掌握轧制过程的基本知识及基本规律，获得必要的工程计算技能，受到实验研究的初步训练，并对轧制理论的发展有一般的了解，以期培养独立解决轧制生产实际问题的能力。

# 第一章 轧制过程的基本概念

## 内容：

1. 简单（理想）轧制过程；
2. 变形数值的表示方法；
3. 变形区主要参数；
4. 轧制过程的三个阶段；
5. 轧制过程的基本概念；
6. 轧制过程的分类。

## 1. 简单（理想）轧制过程

轧制过程是轧件由摩擦力拉进旋转轧辊之间、受到压力进行塑性变形的过程。通过轧制使金属获得所需的形状并具有一定的性能。

通常都以简单（理想）轧制过程作为研究轧制理论的开端。所谓简单（理想）轧制过程即两辊均被带动且其直径及转速相等、两根轴线平行并在同一垂直面上、轧件为矩形断面且运动及变形均匀、是均匀连续体、轧制力沿接触弧均匀分布并以轧制线为中线在轧件高度及宽度方向相对称的轧制过程。（图1—1）。

简单（理想）轧制过程并不是常常存在的，例如在平辊上轧制高厚轧件由于变形不深透性的结果，变形就不可能是均匀的。

除此，还有如下各种非简单轧制情况：

1. 单辊传动（周期式薄板轧机）；
2. 附有外力——张力或推力（连轧薄板及钢坯轧机）；
3. 轧件运动不均（初轧及板坯轧机）；
4. 两辊直径不等或转速不等（劳特轧机及具有上压或下压之轧机）；
5. 轧件尺寸或性质不均；
6. 在孔型中轧制。

实际上，简单（理想）轧制过程可以说是一个为了研究方便所设计的理想轧制过程模型。

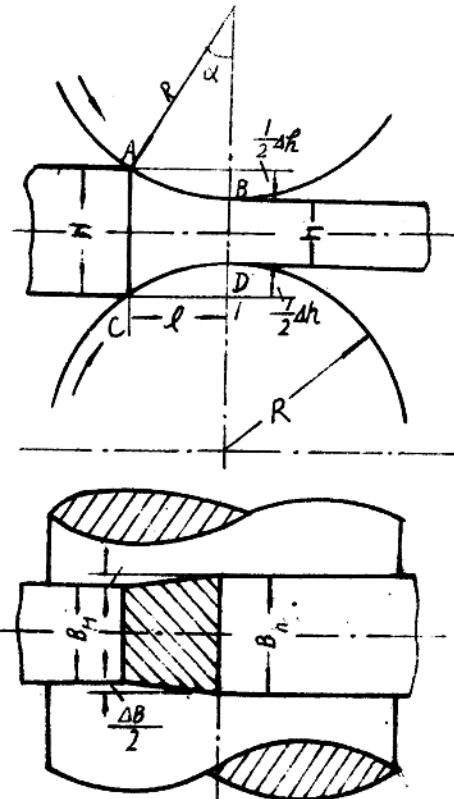


图1—1 简单（理想）轧制过程图示

## 2. 变形数值的表示方法

不能正确地在数量上决定变形的大小便不能成功的拟订出计算变形数值的方法。然迄今尚无确定变形大小的通用公式。最常用的表示变形量的方法如下表1—1所示。

变 形 表 示 法

表1—1

绝对变形量	相 对 变 形 量		备 註	
压下量: $\Delta h = H - h_0$	压下量: $\epsilon \% = \frac{\Delta h}{H} = \frac{H-h}{H} \%$ , $\frac{\Delta h}{h} = \frac{H-h}{h} \%$ , $\ln \frac{H}{h}$ 。	压下系数: $\eta = \frac{1}{\gamma} = \frac{H}{h}$ 。	对数压下系数: $\ln \frac{1}{\eta} = \ln \frac{h}{H}$ 。	$\frac{\Delta h}{H} > \ln \frac{H}{h} > \frac{\Delta h}{h}$ , 压下量很小时: $\frac{\Delta h}{H} \approx \ln \frac{H}{h} \approx \frac{\Delta h}{h}$ 。
宽展量: $\Delta B = B_h - B_{H_0}$	宽展量: $\rho = \frac{\Delta B}{B_H} = \frac{B_h - B_{H_0}}{B_H} \%$ , $\frac{\Delta B}{B_h} = \frac{B_{H_0} - B_h}{B_h} \%$ , $\ln \frac{B_h}{B_{H_0}}$ 。 宽展指标: $\frac{\Delta B}{\Delta h} = \frac{B_h - B_{H_0}}{H - h}$ 。	宽展系数: $\omega = \frac{B_h}{B_{H_0}}$ ;	对数宽展系数: $\ln \omega$ 。	
延伸量: $\Delta L = L_h - L_{H_0}$	延伸量: $\ln \frac{L_h}{L_{H_0}}$ 。	延伸系数: $\mu = \frac{L_h}{L_{H_0}}$	对数延伸系数: $\ln \mu$ 。	由体积不变定律: $\mu = \frac{L_h}{L_{H_0}} = \frac{H B_H}{h B_h} = \frac{F_h}{F_H}$

根据体积不变定律，它们存在下列关系：

$$\eta \cdot \mu \cdot \omega = 1, \quad (1-1)$$

以及

$$\ln \frac{1}{\eta} + \ln \omega + \ln \mu = 0. \quad (1-2)$$

由上式可知，由一个方向(z)压下来的金属按着不同的比例分配到另外两个方向(y和x)上去，亦即轧制时在一定压下量的情况下将会得到一定的宽展和延伸量。

## 3. 变形区主要参数

轧入角  $\alpha$  是指轧件开始轧入轧辊时、轧件和轧辊最先接触的点与轧辊中心线所构成的圆心角。当轧件进入轧辊后，轧件与轧辊的接触弧所对应的圆心角称接触角。一般情况下  $H$ 、 $h$  及  $D$  在轧制过程中是不变化的，同时略去弹性变形不计，在数值上轧入角等于接触角。

现在我们来求轧入角 $\alpha$ 、轧辊直径D和压下量之间的关系。由图1—2可以得出：

$$\overline{EB} = \overline{OB} - \overline{OE} = R - OE, \quad (1-3)$$

但  $\overline{OE} = R \cos \alpha,$   $(1-4)$

$$\overline{EB} = \frac{H-h}{2}, \quad (1-5)$$

故  $H-h = 2R(1-\cos\alpha),$

$$\boxed{\Delta h = D(1-\cos\alpha)}, \quad (1-6)$$

$$\text{及 } \Delta h = 2D \sin^2 \frac{\alpha}{2}. \quad (1-7)$$

如果已知压下量 $\Delta h$ 和轧辊直径，那么根据 $\Delta h = D(1-\cos\alpha)$ 便很容易求出轧入角 $\alpha$ ：

$$\cos\alpha = \frac{D - \Delta h}{D} = 1 - \frac{\Delta h}{D}$$

现在我们对方程式 $\Delta h = D(1-\cos\alpha)$ 作某些分析。

如 $\Delta h = \text{常数}$ ，则  $D = \frac{C}{1-\cos\alpha}$ ，显然在增加轧辊直径时轧入角要减小（图1—3）。

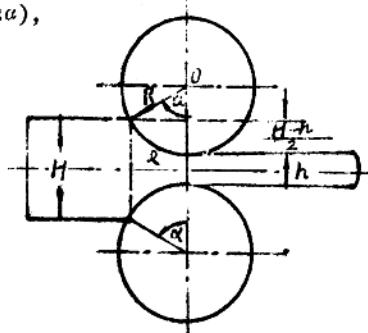


图1—2 轧入角、轧辊直径、压下量之间的关系。

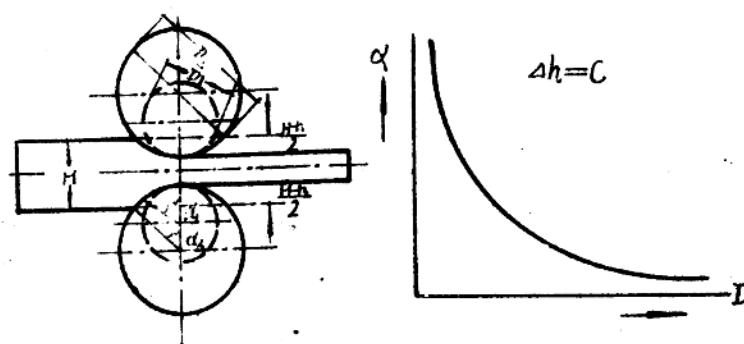


图1—3 压下量不变时轧入角与轧辊直径之关系。

使 $D = \text{常数}$ ，我们得到：

$$\Delta h = C(1-\cos\alpha).$$

因此在相同直径下增加轧入角时，压下量便增加（图1—4）。

应该注意到在大轧入角的条件下，对压下量来说，轧入角每增加一度都起很大的作用，反之，降低压下量对于轧入角的减小并没有多大的影响。在孔型设计时要记住这一点。

设 $\alpha = \text{常数}$ ，在该条件下压

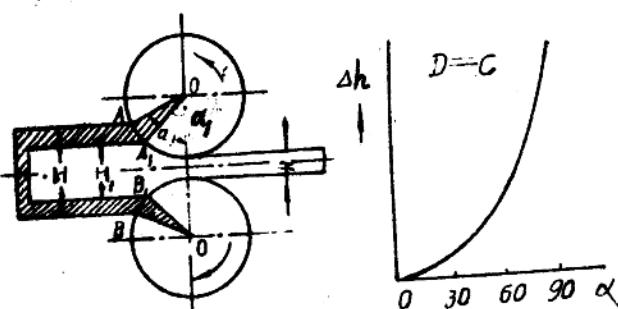


图1—4 轧辊直径一定时压下量与轧入角之关系。

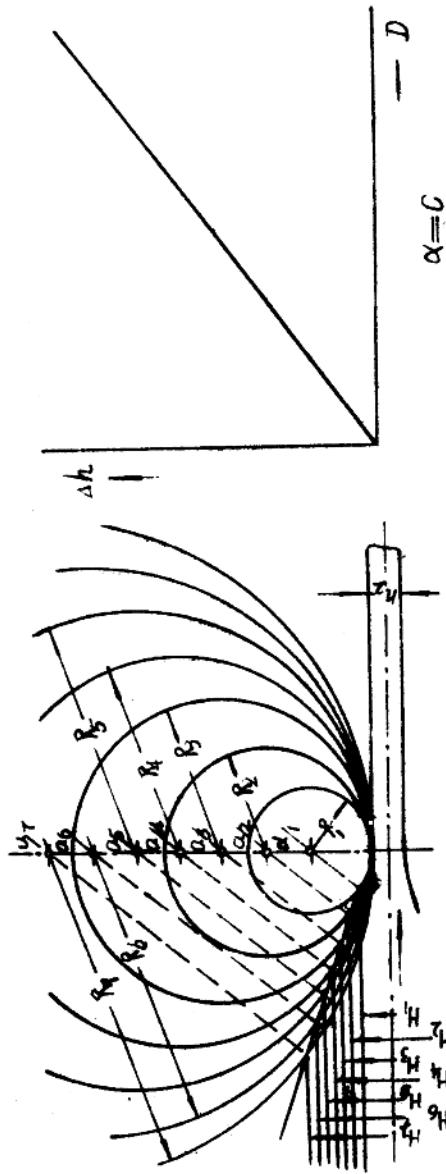


图1—5 轧入角一定时压下量与轧辊直径的关系。

下量与轧辊直径成正比。因为：

$$\Delta h = CD.$$

图1—5很清晰地表示了它们之间的线型关系。

$\Delta\alpha$ ,  $\Delta h$ , D三者之间的关系可用图表表示出来(图1—6)。如果上三值之中二者为已知，则其余之值能够迅速地藉此图表求得。如设D及 $\Delta h$ 为已知，并分别为：D=400毫米及 $\Delta h=29$ 毫米，则 $\alpha$ 由图表得知为 $20^{\circ}20'$ 。 $\Delta\alpha$

接触弧长s为：

$$s = R\alpha. \quad (1-8)$$

接触弧之水平投影叫做变形区长度：

$$l = R \sin \alpha. \quad (1-9)$$

或

$$l = \sqrt{R \Delta h - \frac{\Delta h^2}{4}}. \quad (1-10)$$

如 $\alpha$ 值不大， $\frac{\Delta h^2}{4}$ 与 $R\Delta h$ 值相比甚小，略去不计，则可近似地用相应的弧长 $\overline{AB}$ 表示之：

$$l \approx \overline{AB} = \sqrt{R \Delta h}. \quad (1-11)$$

变形区在图1—1中以ABCD表示之。应该说，它是由几何关系导出的理想变形区，实际具有的塑性变形区并不与其一致，可大于或小于几何（理想）变形区，我们称之为物理（实际）变形区。

#### 4. 轧制过程的三个阶段

轧制过程可分为三个阶段：轧制开始阶段；稳定轧制阶段；及轧制终了阶段。

轧制开始阶段，即轧制第一阶段，是从轧件前端与轧辊接触时开始，到轧件前端走出轧辊中心线或稍远一些为止，此距离是比较小的。稳定轧制阶段，即轧制第二阶段。在此阶段中，轧制过程稳定进行，各参数保持不变。轧件接近轧完时，就开始第三阶段——轧制终了阶段，直至轧制完了（图1—7）。

轧制过程全部主要条件——轧件尺寸，轧制压力及功率，轧件的变形及运动速度等等——从金属被咬入轧辊瞬间开始，到稳定轧制过程建成，从建成终了到轧件完全离开轧辊为止都是有规律的变化的。

在图1—7中同时给出轧制过程三阶段的轧制压力变化曲线。可以看出，在第一、三阶段轧制压力是变化的，而在第二阶段则稳定不变。轧件的宽展等等都具有相同性质的变化，这些问题在以后还将做若干讨论。所以轧制过程的稳定性为区别第二与第一、三阶段之特征。

$\Delta\alpha$  实验表明，这三个阶段的分界面与进出口断面是不重合的，如图1—7所示，轧件前端由轧辊走出来一定长度 $l_B$ （其值取决于轧制条件）以后，压力数值才稳定下来。同样当轧件的入口端长度减少到一定长度 $l_A$ 的时候，压力数值就已开始变化。这是因为轧制变形区外金属与变形区内金属是相互联系相互作用的。只有当外部区长度达到一定值时，才可能使过程稳定，这也就是通常所称的“刚端”的作用。（刚端是指在几何变形区外两端一定长度的金属，它们使变形区内的金属难以自由变形，故对变形区内之应力、应变、金属质点运动规律起着相当的影响。）

所以，除过程的稳定性外，是否具有前后刚端的作用也是区别第二与第一、三轧制阶段的重要特征。

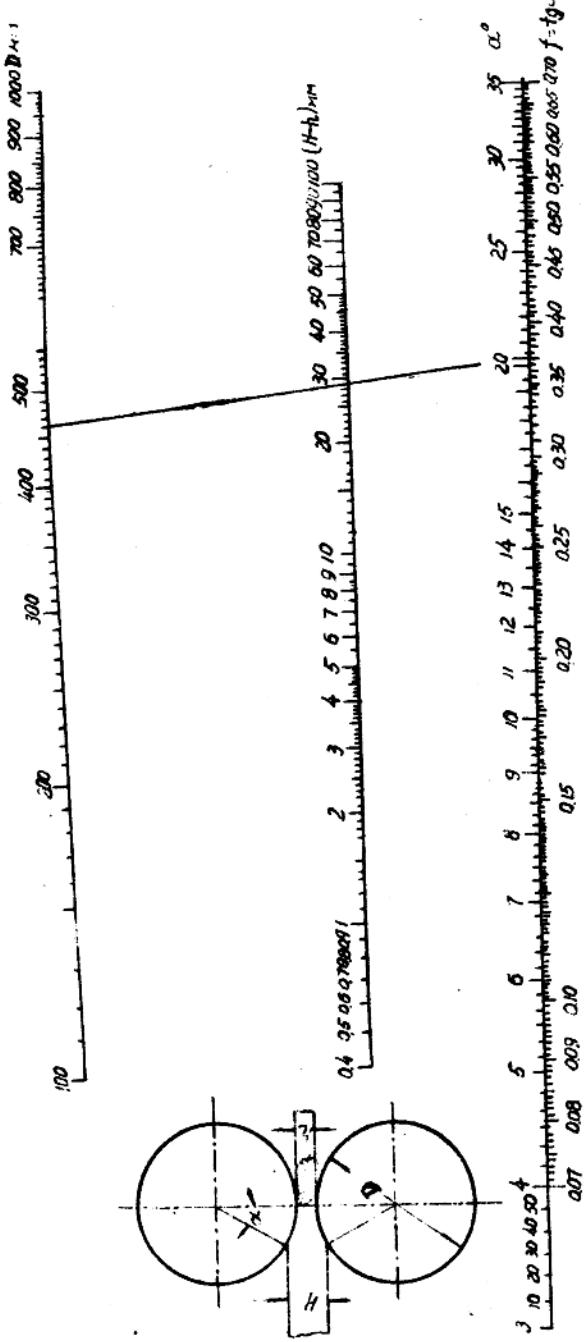


图 1-6  $\Delta h-\alpha-D$  图表。

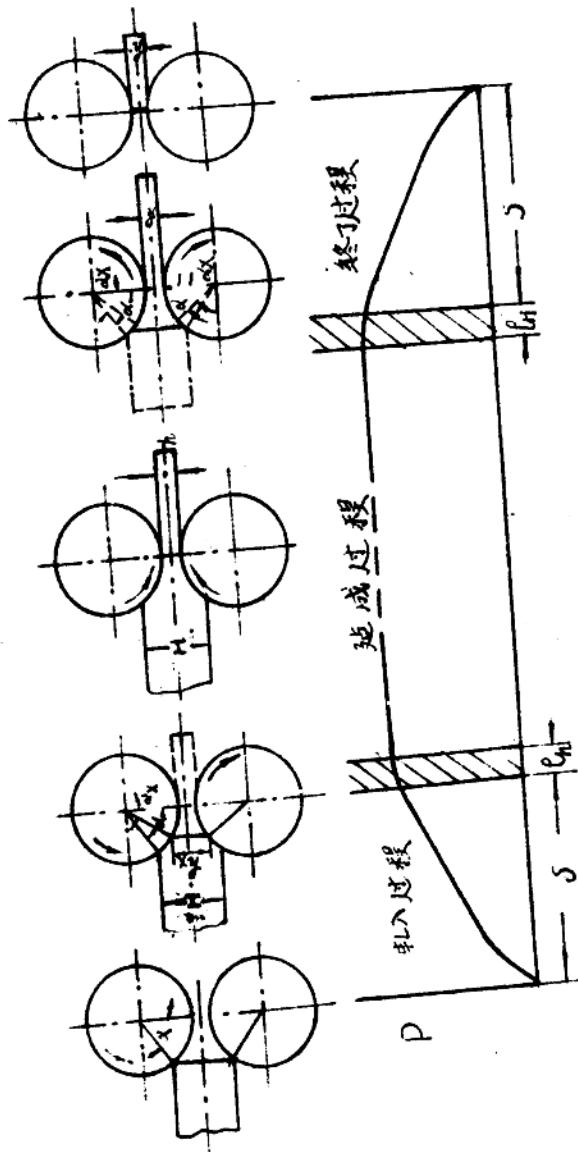


图1—7 轧制过程的三个阶段。

研究轧制过程的三个阶段便于揭示轧制过程的实质，同时对确定轧件端部剪切量等实际问题也是有益的。△△

### 5. 轧制过程的基本概念——简单（理想）轧制过程模型

#### 1. 轧制变形图示及运动学图示。

将原始厚度为 $H$ 的坯料轧成最终厚度为 $h$ 的轧件，此时假设，轧件无宽展且无其它外力，根据体积不变定律，轧件出口速度 $v_h$ 大于入口速度 $v_H$ 。实验指出，一般轧件之出口速度高于轧辊速度：

$$v_h > v_r, \quad (1-12a)$$

而入口速度小于轧辊水平分速度：

$$v_H < v_r \cos \alpha, \quad (1-12b)$$

轧辊速度之值介于二者之间。

这样一来，如假设轧件每一垂直截面在轧前、轧制时、轧后仍保持为一垂直截面，则在变形区内就存在着这样一个垂直截面，在此截面上轧件速度和轧辊水平速度相等。此断面在轧制原理中称为临界面或中性面，而相应于此断面的圆心角谓之临界角或中性角，并以 $\gamma$ 表示之（图1-8）。此时：

$$v_\gamma = v_r \cos \gamma \quad (1-13)$$

临界面对于轧制过程运动学的研究有着重大意义。它将变形区划分为两个区域。第一个区域是由轧件入口断面到临界面，在此区域的每个垂直断面上，轧件的平均水平速度都小于相对应的轧辊水平速度，而且对于轧辊而言轧件金属质点向着与轧制方向相反的方向移动，亦即轧件落后于轧辊。因此第一个区域合理地被称为后滑区。变形区的第二区域是由临界面到轧件出口断面。此区域内轧件任一截面之水平速度大于轧辊水平速度。因而轧件超前于轧辊。故称此区为前滑区。

因此，金属出口断面的水平速度 $v_h$ 大于中性面金属的水平速度 $v_\gamma$ 。中性面的水平速度 $v_\gamma$ 又大于进口断面的水平速度 $v_H$ ，其关系如下：

$$v_h > v_\gamma > v_H \quad (1-14)$$

变形区任意一点的水平速度可以用体积不变定律计算：

$$v_x \cdot h_x = v_\gamma \cdot h_\gamma$$

$$v_x = \frac{v_\gamma \cdot h_\gamma}{h_x} \quad (1-15)$$

其中： $v_\gamma, h_\gamma$ ——中性面处轧件运动的水平速度及轧件高度；

$h_x, v_x$ ——任一点处金属断面高度及其水平速度（如图1-8所示）。

总之，后滑区轧辊速度大于轧件速度，前滑区轧件速度大于轧辊速度，中性面处，轧辊速度与轧件速度相等（以上讨论的速度都是指水平速度而言）。这些在图1-8中都被正确地

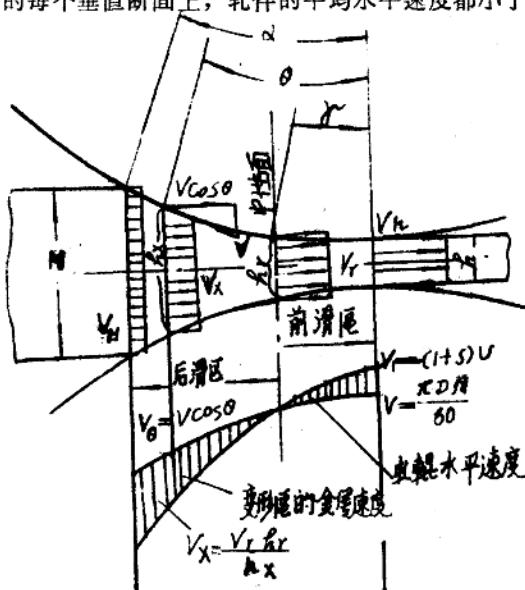


图1-8 轧制过程速度变化图。

反映出来。

于是，临界面沿变形区长度将金属的变形或流动划开了，轧制时金属质点流动轨迹或变形图示如图1—9所示。

## 2. 轧件与轧辊接触区间之作用力。

摩擦力为实现轧制过程的基本因素，其作用为将轧件拉入辊缝内并在径向压力下产生塑性变形，如无摩擦力则轧制将不可能。对这些力予以研究是十分必要的。

首先考察接触区内任一微分长度  $Rd\theta$  上力之作用情况（图1—10a），它与轧制中心线之夹角为  $\theta$ ，在其上作用着压力  $p$  及摩擦力  $t_x$ 。自然，摩擦力的作用方向取决于该微分长度位于中性点位置之何方，在后滑区其作用方向与前滑区者相反。此时，单位宽度上压力之值为  $pRd\theta$ ，如摩擦力遵从库仑定律，则  $t_x = fp$ 。

设压力  $p$  及摩擦力  $t_x$  沿接触弧其值不变（这个假设并不是对所有情况都是有效的）。在前后滑区任一点X、Y上力之作用情况如图1—10所示。后滑区内X点上  $p$  与  $t_x$  之合力用  $R$  表示之，其水平与垂直分力分别为  $R_x$  及  $R_z$ 。可以看出，水平分力  $R_x$  起着把轧件拉入轧辊的作用。不难设想，如轧件与轧辊开始接触（在轧件入口A点处），水平分力  $R_x$  之值的大小决定着轧件是否能够轧入（轧入条件将在下章详细讨论）。

## 3. 轧制过程的力平衡，中性角的计算。

轧制时金属的运动是均匀的。故轧制过程中金属所受的作用力（压力及摩擦力）必须保持平衡。

上下二辊对轧件在垂直方向的作用力（主要是压力）应大小相等，方向相反，保持力平衡。同时，在横向轧辊阻碍金属向宽度方向流动的阻力（摩擦力）亦是平衡的。

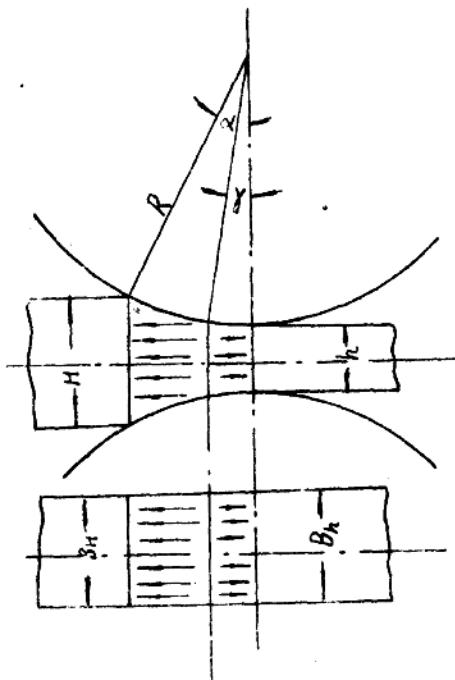


图1—9 轧制时金属质点流动轨迹（轧件变形图示）。

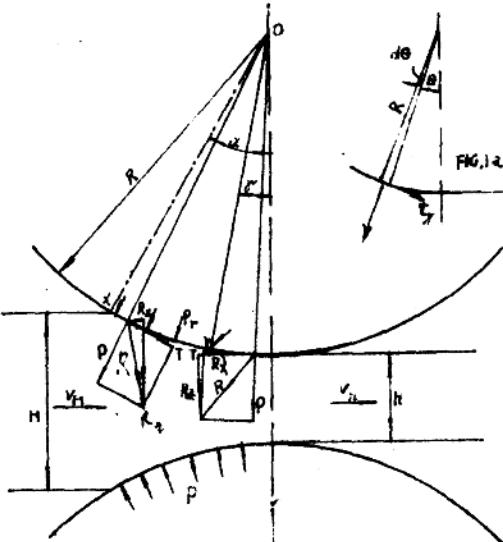


图1—10 轧件与轧辊接触区之间作用力。

纵向上，轧辊对轧件的压力及摩擦力的水平分力，同样亦要保持平衡关系。而区分前滑与后滑区的中性面，其位置的确定就是根据纵向水平力的平衡关系求得的。因此讨论中性面位置或确定中性角大小问题，亦就是研究纵向水平力平衡问题。

中性角的计算是在下列假设条件下进行的：

- A. 轧件宽展略去不计， $\Delta B=0$ ，变形均匀；
- B. 单位压力沿接触弧平均分布；
- C. 摩擦系数为常值， $t_x = f_p$ ， $f$  = 常值；
- D. 轧件每截面之速度均匀。

此外，还略去轧辊之弹性变形及轧件运动的体积力，并认为轧件在轧制过程中无外力作用。

中性角的计算是据根变形区水平力相平衡的条件出发的，具有前滑时，轧制力的平衡条件是

(图1-11)。

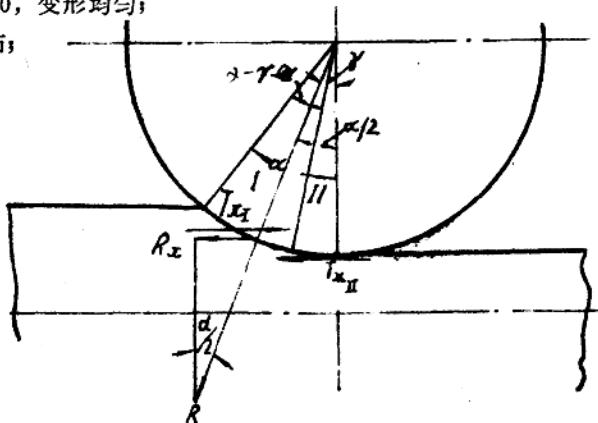


图1-11 水平轧制力的平衡图。

$$T_{xI} - P_x = T_{xII} \quad (1-16)$$

其中：  $T_{xI}$  —— 后滑区水平摩擦力；

$T_{xII}$  —— 前滑区水平摩擦力；

$P_x$  —— 压力水平分力。

如近似认为， $f = \tan \beta \approx \beta$ ， $\sin \frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha}{2}$ ， $\cos \alpha \approx 1$ 。

则：  $T_{xI} = f_p B R (\alpha - \gamma) \cos \frac{\alpha + \gamma}{2} \approx \beta p B R (\alpha - \gamma), \quad (1-17)$

$$P_x = p B R \sin \frac{\alpha}{2} \approx p \alpha B R \frac{\alpha}{2}, \quad (1-18)$$

$$T_{xII} = f_p R B \cos \frac{\gamma}{2} \approx \beta p R \gamma B. \quad (1-19)$$

其中： $\alpha$ 、 $\gamma$  及  $\beta$  为接触角、中性角及摩擦角。\*

\* 在这里我们引入了摩擦角的概念。

摩擦角  $\beta$  (图1-12) 一般是由物体沿着平面 OA 开始滑动时，用平面的倾斜度来确定。此时重力  $(P)$  沿着平面的分力  $(P_x)$  和与它相反作用的摩擦力  $(T_x)$  相等。

摩擦角的正切就是摩擦系数  $f$ ：

$$f = \tan \beta$$

按库仑定律摩擦力等于垂直力乘以摩擦系数：

$$T_x = f P_z$$

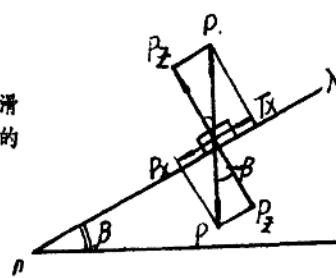


图1-12 摩擦角。

摩擦力的方向总是垂直于垂直力的方向，并和促进物体运动的作用力( $P_x$ )的方向相反。从图中可以看出，关于垂直力  $P_z$  与重力  $P$  之间的角等于摩擦角  $\beta$ 。