


全国统计教材编审委员会
“十五”规划教材

DESIGN OF EXPERIMENT

茆诗松·周纪芴·陈颖·主编

试验设计
DOE



 中国统计出版社
China Statistics Press

全国统计教材编审委员会
“十五”规划教材

试验设计

Design of Experiment

主 编 茆诗松
周纪芴
陈 颖

中国统计出版社
China Statistics Press



(京)新登字 041 号

图书在版编目(CIP)数据

试验设计/茆诗松 周纪芾 陈颖 主编.

-北京:中国统计出版社,2004.4

全国统计教材编审委员会“十五”规划教材

ISBN 7-5037-4316-6

I. 试…

II. ①茆… ②周… ③陈

III. 试验设计(数学) - 高等学校 - 教材

IV. 0212.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 018176 号

试验设计

作者/茆诗松 周纪芾 陈颖

责任编辑/张美华

装帧设计/艺编广告

出版发行/中国统计出版社

通信地址/北京市西城区月坛南街 75 号 邮政编码/100826

办公地址/北京市丰台区西三环南路甲 6 号

电 话/(010)63459084 63266600-22500(发行部)

印 刷/科伦克三莱印务(北京)有限公司

经 销/新华书店

开 本/787×1092mm 1/18

字 数/490 千字

印 张/28.75

印 数/1-3000 册

版 别/2004 年 7 月第 1 版

版 次/2004 年 7 月北京第 1 次印刷

书 号/ISBN 7-5037-4316-6/0·50

定 价/45.00 元

版权所有。未经许可,本书的任何部分不准以任何方式在世界任何地区以任何文字翻印、拷贝、仿制或转载。

中国统计版图书,如有印装错误,本社发行部负责调换。

出版说明

“十五”期间是我国加大教育改革力度，全面推进素质教育，教育体制、教育方法发生重大变革的时期。教材建设必须紧跟教育改革的步伐，建设适应社会主义市场经济和现代化建设需要的高质量教材。为了适应这种新形势的需要，全国统计教材编审委员会制定了《2001—2005年全国统计教材建设规划》(以下简称《规划》)，并根据《规划》的要求，主要采取招标的方式组织全国有关院校的专家、学者编写了这批统计学“十五”规划教材。

这批教材力求以第三次全国教育工作会议作出的《中共中央、国务院关于深化改革全面推进素质教育的决定》为指导思想，在充分总结“九五”期间统计教材建设经验的基础上，认真贯彻大胆探索和创新的原则，努力使统计教材具有前瞻性和实用性。选题中不仅包含了一些国内统计研究和教材建设上的空白领域，也包含了统计研究的最新成果。为了配合教师教学、方便地使用这批教材，我们还特地编制了专供教师使用的电子课件，这些课件将在国家统计局统计教育中心网站(<http://edu.stats.gov.cn>)上挂出，以供需要的教师下载。另外，对于部分教材，我们还将编辑出版与之相配套的习题集，以方便教师和学生在学习中使用的，也使这批教材在编辑出版上形成一个比较完整的体系。我们相信，这批教材的出版和发行，对于推动我国统计教育改革，加快我国统计教材体系和教材内容更新、改造的步伐，都将起到积极的促进作用，同时，对我国统计教材建设也将起到较好的示范与导向作用。

限于水平和经验，这批教材的编审、出版工作还会有缺点和不足，诚恳欢迎教材的使用单位、广大教师和同学们提出批评和建议。

全国统计教材编审委员会

2004年1月

前 言

本书是按照全国统计教材编审委员会审定的《试验设计》编写大纲编写的、供高等院校统计专业学生使用的教科书,也可供相关专业学生和实际工作者使用。

试验设计是使用频率最高的统计方法之一。著名统计学家 G. E. P. Box 说过,假如有 10% 的工程师使用各种试验设计方法,产品的质量与数量都会得到很大提高。质量工程学创始人田口玄一(G. Taguchi)博士说过,不懂试验设计的工程师只能算半个工程师。可见普及试验设计方法对我国现代化建设是一件重要的战略措施。这个任务无疑落在统计专业的学生和教师身上。只有经过系统而严格的试验设计课程的学习才能担负起这个任务,也为今后研究试验设计打下基础。本书就是为此目的而编写的。

试验设计是英国统计学家 R. A. Fisher 创立的,至今已有近 80 年的历史,产生了许多试验设计的方法,其中有些方法已被近 30 年创立的新方法所替代。我们选了其中最为实用且各具一格的方法作为本书内容。包括区组设计、正交设计、饱和设计与超饱和设计、参数设计、回归设计、均匀设计、混料设计等。这些方法有共同点,也有不同点。只有懂得多种试验设计方法,在比较中才能选出最适合你的课题所应使用的方法。我们用通俗语言、生动例子详尽地叙述这些方法(当然用墨不等),就是想使学生能达到一个理想的境界,即能较为透彻地理解各种方法的设

计思想及其实践过程,并在将来能运用自如,除旧创新。

本书收集了我们在大学教学和为工程师培训所用的大量实例,以帮助学生更具体地认识试验设计的基本概念和基本方法。还把很多的例子改编为习题供学生练习之用,习题分节设立,针对性强,习题都附有答案并放在书末。这些习题会使学生加深对试验设计的理解以便灵活应用。当然这一切还希望学生自己动手去做,不要怕繁生畏,而要善于利用计算机作为助手完成这些作业。要知道,善于完成作业就能善于思考,这是今后从事研究工作特别需要的能力。

还有一点要讲的是,我们首次把饱和设计和超饱和设计搬上了教科书,想借这本教材在我国推广这类设计的研究和应用。产生这个想法有点偶然。当我们前两位作者正在努力编写这本教材的时候,我系在德国留学的陈颖博士回来了。初次交谈使我们感觉他在饱和设计研究上颇有心得,他在饱和设计上提出的假设检验方法特别有效,希望他能加盟我们的编写队伍。这一想法立即得到他的积极响应,并同意把他的研究成果和全部数表如实地引入教材。这不仅增加了本书的成色,也为读者贡献了一点2003年的最新成果。

本书共分八章,茆诗松编写第一、二、三、六章,周纪芄编写第四、七、八章,陈颖编写第五章,最后由茆诗松负责审阅全部书稿,并几经讨论修改,最后与读者见面了。由于我们水平有限,不当之处,敬请批评指正,以便不断修正、充实和提高。

最后要感谢张润楚教授在百忙中审阅了全部书稿,提出了许多宝贵的改进意见和建议,使本书质量大有提高。还要感谢国家统计局教育中心及其教材处诸同志的指导和关心。也要感谢中国统计出版社为此所付出的辛勤劳动,没有他们的多次叮嘱,本书不可能这么快就和读者见面。

编者

2003年12月

目 录

第一章 试验设计概要	1
§ 1.1 什么是试验	1
§ 1.2 几个名词的解释	2
1.2.1 指标	2
1.2.2 因子与水平	3
1.2.3 试验误差	4
1.2.4 试验设计	4
§ 1.3 基本原则	5
1.3.1 重复	5
1.3.2 随机化	6
1.3.3 区组	6
§ 1.4 试验设计一般指南	7
第二章 单因子试验的设计与分析	8
§ 2.1 单因子试验	8
2.1.1 一个例子	8
2.1.2 单因子试验	10
§ 2.2 单因子方差分析	13
2.2.1 偏差平方和及其自由度	13
2.2.2 总平方和的分解公式	15
2.2.3 统计分析	17
2.2.4 等重复试验的一些结果	22
* 2.2.5 正态变量的二次型及其分布	25
§ 2.3 多重比较	31
2.3.1 重复数相等情况的 T 法	31
2.3.2 重复数不等情况的 S 法	33
§ 2.4 效应模型	37
2.4.1 固定效应模型	38
2.4.2 随机效应模型	41
§ 2.5 正态性检验	49
2.5.1 正态性的图检验方法	49
2.5.2 W 检验	55
2.5.3 数据的变换	58
§ 2.6 方差齐性检验	64

目 录

2.6.1	Bartlett 检验	64
2.6.2	修正的 Bartlett 检验	66
2.6.3	Hartley 检验	67
第三章	区组设计	70
§3.1	随机化完全区组设计	70
3.1.1	区组与区组设计	70
3.1.2	统计分析	72
3.1.3	几点注释	77
§3.2	平衡不完全区组设计	86
3.2.1	平衡不完全区组设计(BIB 设计)	86
3.2.2	统计模型及其参数估计	91
3.2.3	方差分析	95
§3.3	链式区组设计	102
3.3.1	链式区组设计的构造	102
3.3.2	统计模型及其参数估计	105
3.3.3	方差分析	110
第四章	正交设计	117
§4.1	多因子试验与正交表	117
4.1.1	多因子试验问题	117
4.1.2	交互作用	119
4.1.3	正交表	120
§4.2	无交互作用情况下的正交设计	122
4.2.1	用正交表进行整体设计	122
4.2.2	数据的直观分析	125
4.2.3	数据的方差分析	128
4.2.4	贡献率分析	135
§4.3	有交互作用情况下的正交设计	138
4.3.1	表头设计	138
4.3.2	数据的方差分析	141
4.3.3	最佳水平组合下指标均值的估计	145
4.3.4	避免混杂现象——表头设计的一个原则 ..	146
§4.4	有重复试验情况下的数据分析	149
4.4.1	总平方和分解	151

目 录

4.4.2	对模型的检验	152
4.4.3	最佳水平组合的选择	154
§ 4.5	水平数不等情况下的试验设计	156
4.5.1	混合水平正交表	156
4.5.2	直接选用混合水平正交表	159
4.5.3	拟水平法	164
4.5.4	组合法	167
4.5.5	赋闲列法	172
§ 4.6	裂区法	180
4.6.1	试验设计	181
4.6.2	方差分析	184
4.6.3	最佳水平的选取	190
§ 4.7	多指标的数据分析	192
4.7.1	综合平衡法	192
4.7.2	综合评分法	197
第五章	饱和设计与超饱和设计	201
§ 5.1	饱和设计	201
5.1.1	饱和设计	201
5.1.2	统计模型	203
§ 5.2	图形分析法	205
5.2.1	半正态图	205
5.2.2	用半正态图识别显著因子	208
§ 5.3	数值分析法	212
5.3.1	直接法	212
5.3.2	$MaxU$ 方法	214
5.3.3	逐步检验法	218
§ 5.4	超饱和设计	220
5.4.1	超饱和设计问题	220
5.4.2	统计模型	222
5.4.3	超饱和设计的构造	224
5.4.4	数据分析	227
第六章	参数设计	231
§ 6.1	参数设计的基本思想	231

目 录

6.1.1	产品开发的三个阶段	231
6.1.2	从损失函数看质量	232
6.1.3	减少平均损失的两步法	235
§ 6.2	稳健设计	237
6.2.1	一个简化了的例子	237
6.2.2	明确参数设计问题	241
6.2.3	区分可控因子与噪声因子	241
6.2.4	内外表设计	242
6.2.5	进行试验,获得每个试验结果 y_{ij}	243
6.2.6	信噪比	243
6.2.7	进行统计分析	246
6.2.8	验证试验	247
§ 6.3	灵敏度设计	252
6.3.1	什么是灵敏度设计	252
6.3.2	灵敏度设计与分析的要点	254
§ 6.4	综合噪声因子	259
§ 6.5	动态特性的参数设计	266
6.5.1	动态特性	267
6.5.2	信号因子	268
6.5.3	动态特性参数设计的要求	268
6.5.4	动态特性参数设计的试验安排	270
6.5.5	信噪比与灵敏度的计算公式	272
6.5.6	动态特性参数设计的实例	276
第七章	回归设计	287
§ 7.1	回归设计的基本概念	287
7.1.1	多项式回归模型	287
7.1.2	多元线性回归	289
7.1.3	由被动到主动	292
7.1.4	因子水平的编码	293
§ 7.2	一次回归正交设计	294
7.2.1	一次回归正交设计	294
7.2.2	数据分析	296
7.2.3	零水平处的失拟检验	302

目 录

7.2.4	含交互作用的模型	303
7.2.5	快速登高法	305
7.2.6	一次回归正交设计的旋转性	310
§ 7.3	二次回归的中心组合设计	312
§ 7.4	二次回归正交设计	314
7.4.1	二次中心组合设计的结构矩阵 X 与 系数矩阵 $X'X$	315
7.4.2	正交性的实现	316
7.4.3	统计分析	318
§ 7.5	二次回归旋转设计	325
7.5.1	旋转性条件与非退化条件	325
7.5.2	二次旋转设计	329
7.5.3	二次回归正交旋转设计	331
7.5.4	二次回归通用旋转设计	332
7.5.5	数据分析	333
第八章	其他试验设计方法介绍	342
§ 8.1	均匀设计	342
8.1.1	均匀设计表	342
8.1.2	均匀设计的使用表	344
8.1.3	试验设计与数据分析的步骤	346
§ 8.2	混料设计	349
8.2.1	混料设计的概念	349
8.2.2	单形格子设计	353
8.2.3	单形重心设计	356
§ 8.3	全因子试验的数据分析	360
8.3.1	统计模型	361
8.3.2	方差分析	361
8.3.3	在诸水平组合下均值的估计	364
参考文献		367
习题答案		371
附表		387
1.	标准正态分布函数表	387
2.	t 分布的 p 分位数表	388

目 录

3. χ^2 分布的 p 分位数表	389
4. F 分布的分位数表	390
5. t 化极差统计量的分位数 $q_{1-\alpha}(r, f)$ 表	394
6. 正态性检验统计量 W 的系数 $\alpha_i(n)$ 的 数值表	397
7. 正态性检验统计量 W 的 α 分位数 W_α 表	399
8. 统计量 H 的分位数 $H_{1-\alpha}(r, f)$ 表	400
9. 平衡不完全区组设计表 ($4 \leq v \leq 10, r \leq 10$)	401
10. 正交表	407
11. Lenth 检验的临界值表	418
12. $MaxU$, 检验的临界值 $c_{\alpha, p, r}$ 表	421
13. $MaxU_r^3$ 检验的临界值 $c_{\alpha, p, r}^3$ 表	427
14. 超饱和设计表	427
15. 均匀设计表及其使用表	432

第一章

试验设计概要

§ 1.1 什么是试验

目的在于回答一个或几个经过精心构思的问题的实践活动称为**试验**，又称为**实验**。一项试验必须要有明确的目的，即要明确要回答的问题，如：

- 为提高产品产量或质量而寻找最佳的或满意的工艺参数搭配；
- 为开发新产品而寻找性能稳定和成本低廉的设计方案；
- 为控制生产过程而寻求描述过程的数学模型；
- 为了证明一个或几个特定因子对某个重要指标所发挥的作用在统计上是否具有显著性，这里的指标与因子将在下面解释。

前三个问题常出现在工农业生产中，最后一个问题常出现在科学研究中。可见试验可以广泛地应用在工农业生产和科学研究中，但它们的目的是往往有很大的差别，这种差别会影响试验的设计与数据的分析。譬如，在生产中为了达到某种目的（如前

三个问题之一),常常希望用尽量少的(费用)观察值对一些因子影响生产过程的程度获得最大的客观的(无偏见的)信息,区别出哪些因子对产品质量有重要影响,再利用这些信息,工程师们不断地调节生产过程,使生产过程不断得到改进,直到获得最佳质量为止。而在科学研究中是为证明某个命题在统计学意义上是否成立,它在费用和时间上较少考虑,而集中于探索事物的本质,如在科学研究中方差分析常用来揭示因子间实际存在的交互作用,甚至高阶交互作用,而在生产中常对此不甚感兴趣,认为这样做有时反而把认识过程中的重要因子的工作搞得复杂化了。要把试验设计从科学家手中转化为工程师手中的实用工具,不仅要在观念上认识两者的差别,而且要在操作上和计算上简化试验设计方法,有时还要寻找更简化的计算方法。在这方面,正交试验法可以称为楷模,在那里有时可以不用方差分析法,而改用极差分析法或贡献率法。

§ 1.2 几个名词的解释

1.2.1 指标

用于衡量试验结果好坏的特性值称为指标。在回归设计中指标又称为响应变量。

常见的指标有两类:定量指标与定性指标。用测量结果表示的指标称为定量指标,如电阻器的电阻、橡胶件的强度、粮食的产量等。用等级评分等表示的指标称为定性指标,如药物的疗效、物质的光谱度、布料的柔软度等。对定量指标要用具有一定准确度和精密度的测量仪器测得,对定性指标要组织专家评判组进行等级评分。由于测量数据含有的信息丰富,故在试验中要尽量选用定量指标,在不得已场合下才选用定性指标。

在一个试验问题中仅考察一个指标称为单指标试验问题,若考察两个或更多个指标称为多指标试验问题。目前给出的试验设计方案都是对单指标试验问题而言的,但它也可以用于多指标试验问题,然后在各指标间寻求平衡或折中,或用综合指标把多指标问题化为单指标问题。这些方法将结合具体例子加以说明。

1.2.2 因子与水平

影响试验结果的因素称为因子,因子所处的状态称为水平。

因子常可分为两类:可控因子与不可控因子。可用某种控制方式将其状态(即水平)作审慎改变的因子称为可控因子,有时简称因子,常用大写字母 A、B、C 等表示,如反应时间、反应温度、原料产地、机器编号等。在实际操作中不能控制、或难以控制、或要化费昂贵才能控制、或试验人员尚未意识到对试验结果会有影响的因子统称为不可控因子,又称噪声因子或误差因子,如环境温度与湿度、机器的老化、电源电压的波动等。

试验中的噪声因子会对试验结果起干扰作用,要消除这种干扰有时是不可能的,只能尽量限制它,使其减少干扰。所以试验是在尽量限制噪声因子的条件下考察可控因子的变化对试验结果(指标值)的影响,从中寻找可控因子水平的最佳搭配,使产品的指标值接近目标值,有时还要求指标值的波动尽量小。这一过程可用黑箱模型来描述。见图 1.2.1。

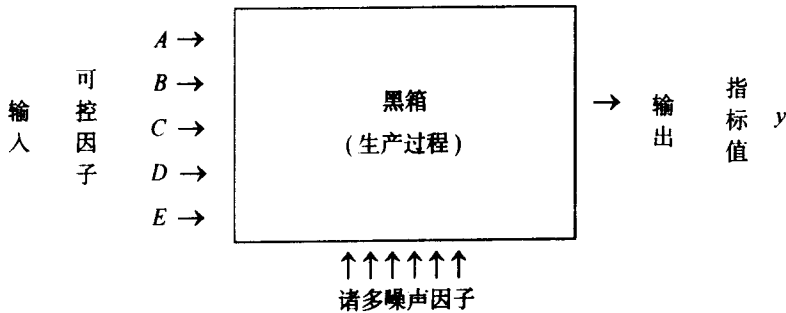


图 1.2.1 黑箱模型框图

噪声因子是引起指标值波动的“元凶”,或者说是引起试验误差的源泉。要罗列一切噪声因子是困难的,但要尽力列举,以便人们研究它、限制它。田口玄一建议,可以从如下三个方面去考察噪声因子:(1)外部噪声,它是在产品之外引发的一类噪声,如生产过程中的环境温度、湿度、灰尘、磁场、电源电压等;(2)内部噪声,它是由产品内部产生的一类噪声,如储存期过长、机器老化等;(3)产品间的噪声,由产品间的差异引发的一类噪声,如一个电路设计需要 100Ω 的电阻,而从市场上买来的标称值为 100Ω 的电阻未必恰好是 100Ω ,可能是 99Ω ,也

4 试验设计

可能是 102Ω , 它与标称值的差值对电路输出值会有影响, 此种影响是不可控的。

1.2.3 试验误差

试验结果常用指标的测量值(或评分值) y 表示, 测量值 y 与指标真值 μ 之间的偏差 $\epsilon = y - \mu$ 称为**试验误差**, 简称**误差**。由于诸多不可控因子存在, 误差是不可避免的, 它或大或小, 或正或负, 以不可预测的方式出现, 使误差总呈现随机性, 故 ϵ 是一个随机变量。根据**中心极限定理**, 只要把每个不可控因子都限制在一定范围内, 无特殊波动出现, 随机误差 ϵ 总可认为是服从均值为0、方差为 σ^2 的正态分布 $N(0, \sigma^2)$ 的随机变量, 这也为众多实践所证实。其中**标准差 σ** 是**度量随机误差大小的尺度**, σ 愈小试验误差就愈小, 这说明试验的组织实施很好; σ 愈大试验误差就愈大, 这说明不可控因子干扰过大, 要努力改进试验的实施。 σ 过大会使试验误差淹没了可控因子水平变化而产生的影响, 这将要导致试验失败。

1.2.4 试验设计

在明确所要考察的(可控)因子及其水平后对试验进行总体安排称为**试验设计**。

要使一项试验设计有效必须在安排试验时注意以下几点:

首先**尽量减少试验误差**。试验设计是费希尔在进行农业田间试验时提出的, 他发现在田间试验中, 环境条件难以严格控制, 试验误差不可忽视, 故提出对试验方案必须作合理的安排, 以减轻随机误差的影响, 提高试验结果的可靠性。

其次**尽量减少试验次数**。这意味着减少试验费用、缩短试验周期, 特别在生产中更要注意这一点, 过多的试验次数使企业难以承受, 以至于不得不放弃试验设计方案。

再次便于对**试验结果(即指标值)进行统计分析**。由于在试验中存在随机误差, 并体现在指标的测量值上, 所以对指标值的分析只有用统计方法才是客观的和科学的分析方法。这样来, 任何一个试验问题就有两个方面: 试验的设计和数据的统计分析。这两个方面紧密相连, 设计时要想到下一步如何进行统计分析, 统计分析时要考虑到试验是按什么设计方案进行的。

试验设计的方法有多种, 早期的有各种区组设计、拉丁方设计、尤登方设计, 这些设计现已很少使用, 其中大多已被近代设计方案所替代, 少数已成为纯数学的研究对象, 这里仅对区组设计方案进行介绍。当今在生产和科学研究中使用最多的是正交试验设计、回归设计、参数设计、均匀设计和混料设计, 这些将是本

书介绍的主要内容。

§ 1.3 基本原则

试验设计有三个基本原则：重复、随机化和区组。这三个基本原则在每个试验中都必须考虑。

1.3.1 重复

重复是指一个试验点在相同条件下重复进行若干次试验。若重复进行 n 次试验，其 n 个试验结果记为 y_1, y_2, \dots, y_n ，它就是一个样本。常假定

$$y_i = \mu + \epsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

其中 μ 是一个试验点上指标的真值， ϵ_i 为第 i 次重复试验的误差，且有 $\epsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ ， $i = 1, 2, \dots, n$ 。

重复有两个作用：

- 提供标准差 σ 的估计：

$$\hat{\sigma} = s = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \right]^{1/2}$$

其中 $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$ 为样本均值。

- 提供指标均值 μ 的更为精确的估计：

$$\hat{\mu} = \bar{y} \sim N(\mu, \sigma^2/n)$$

其中样本均值的方差 $\sigma_{\bar{y}}^2 = \sigma^2/n$ 与原来方差 σ^2 相比缩小了，是原来方差的 $1/n$ ，而相应的样本标准差 $\sigma_{\bar{y}} = \sigma/\sqrt{n}$ （又称标准误）是原来标准差的 $1/\sqrt{n}$ 。由此可见，重复次数愈多，所得结论愈可信。但这也带来试验时间的延长和试验费用的增加。试验设计要求根据实际情况在两者之间取得平衡。譬如在生物、化学和农业试验中重复次数要略多一些，而在工业试验中，若试验稳定，重复次数可略少一些。