

萬有文庫

第一集一千種

王雲五主編

自然哲學之數學原理

(四)

牛頓著

鄭太朴譯

商務印書館發行



自然哲學之數學原理

(四)

牛頓 著
鄭太朴 譯

漢譯世界名著

目次

原序

第二版序言

第三版序言

第一冊

說明..... 1

運動之基本定理或定律.....21

第一編 第一章 論首末比之方法用此可

證明以後之理者.....45

第二章 論向心力之求法.....64

第二冊

第三章 論圓錐曲線上物體之運

動..... 1

第四章 論一個焦點已知時求圓

錐曲線的軌道之法.....23

第五章	論焦點均未知時求軌道之法	39
-----	--------------	----

第三冊

第六章	求已知軌道內運動之法	1
第七章	論物體之直線的上昇及下墜	15
第八章	論物體受向心力之推動而運行時求其軌道之法	34
第九章	論動的軌道內物體之運動以及回歸點之運動	44
第十章	論物體在已知面上之運動及擺錘運動	70

第四冊

第十一章	論球形物體之運動其間有向心力互相吸引	1
------	--------------------	---

第十二章 論球形物體之吸引力…46

第十三章 論非球形物體之吸引
力……………84

第 五 冊

第十四章 論傾向大物體的向心力
所推動的小物體之運
動…………… 1

第二編 第 一 章 論某項物體之運動此項
物體受一種與速度相比
的抵抗力者……………17

第 二 章 論某項物體之運動此項
物體所受之抵抗力與速
度之平方相比……………35

第 三 章 論物體在抵抗力下之運
動此抵抗力之一部分與
速度相比一部分則與其
平方相比……………92

第六冊

- 第四章 論物體在中介物內之循環運動…………… 1
- 第五章 論流體之密度及壓榨以及流體靜力學……………14
- 第六章 論擺錘之運動及抵抗…39

第七冊

- 第七章 論流體之運動及拋出的物體之抵抗力…………… 1
- 第八章 論流體內之傳達運動…68

第八冊

- 第九章 論流體之圓形運動…… 1
- 第三編 論宇宙系統……………21
- 研究自然之規律……………22
- 現象……………26
- 第一章 論宇宙系統之原因……36

第九冊

第二章 論月球差失之大小…… 1

第三章 論海潮之大小……65

第四章 論歲差……80

第十冊

第五章 論彗星…… 1

第十一章 論球形物體之 運動其間有向心力互相吸引

以前所論者，是傾向中心的物體之運動，此項中心係靜止不動的；在自然界中此種狀況實可說不會有。蓋物體固可受引力之吸引，但按第三定律吸引與被吸引的物體之作用恆為相互間的，而且恆相等，故吸引者與被吸引者二者均不能靜止；倘祇有二個，則此二者必按定律系 4 以共同的重心為心，環之而轉。倘有多數物體，其間祇有一個吸引其他一切或相互間均相吸引，則此項物體必如是運動，其共同的重心或則靜止或則以等速作直線運動。在這個基礎上，我將繼續說明物體之運動，此項物體均相互吸引；於此，我將向心力視為吸引，雖然我們用物理學上的語言時，或者應當說是推撞 (*Anstoss*) 較妥。我們現在是在數學的範圍

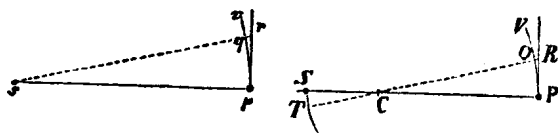
內從事，所以我們可放開物理上的爭論，應用我們所習慣的名稱，俾我們的意思更易爲有數學知識的讀者所易解。

§ 98. 定理。 互相吸引的物體，一面以共同的重心爲中心，一面交互的以一物體爲中心，作出相似的圖形。

離重心之遠相比，猶如物體相比之反，所以此項距離之間以及與二物體本身之距離間均有一定之比。此項距離可繞其共同的一端，以相等的角運動旋轉，因在直距離內之二物體，其相互的傾向不變。但相互間有一定比的直線，以其端以相等的角運動旋轉時，其所作之圖形必相似。所以由此項距離旋轉而成的圖形爲相似的。

此即所欲證者。

§ 99. 定理。 倘二物體以某種力互相吸引，並繞其共同的重心旋轉，則可以此種力，以一視爲固定的物體作中心，作一圖形，此圖形與二物體在前所述之運動下作出者相合。



第 一 百 圖

今設 S 與 P 二物體以共同的重心 C 環繞運動，其方向爲由 S 至 T 及由 P 至 Q 。由已知的點

s 作 sp 與 SP 相等並相平行，

sq 與 TQ 相等並相平行，

如是，則 p 點繞固定點 s 時所作之曲線 pqv ，與一其他曲線相等相似，此曲線即爲物體 S, P 互相環繞而作出者。又按 § 98，該曲線並與 ST, PQV 二曲線相似，此二曲線即爲該二物體環繞其共同的重心時所作者。因 SC, CP 及 SP 或 sp 諸線相互間之比爲已知，故必如此；而共同的重心或則靜止着，或則以等速在直線上進行。今設

第一事。該重心靜止着。 s 及 p 處有二物體， s 處的爲靜止的， p 處的則爲運動者，此二者與 S, P 二物體相等相似。設 PR 及 pr 與曲線

PQ, pq 相切於 P 及 p , 並將 CQ, sq 引長至 R 及 r .

因 $CPRQ \sim sprq$,

故有 $RQ : rq = CP : sp$;

所以前二者之比爲常數並爲已知者。

又如使物體 P 傾向物體 S (因而亦傾向其中間的重心 C) 的力, 與使物體 p 傾向 s 的力相比亦爲該已知的比, 則在相等的時間內, 此項力恆使物體由切線 PR, pr 傾向 PQ, pq 弧. 第二力之作用, 則使物體 p 在曲線 pqv 上進行, 此曲線與一其他曲線 PQV (物體 P 以第一力之作用在此曲線上運動) 相似, 而其環繞時間則亦相同. 不過該項力相比, 不等於

$$CP : sp,$$

而爲相等 (因 $S \cong s, P \cong p, SP = sp$). 所以二物體在等時間內離切線之度相等。

因第二物體 p 所經過的空間 rq 較大, 故其所須時間亦較多, 其比則爲空間之平方根, 因按 § 10, 在開始時候所作的道路, 其比猶如時間之平

方，所以我們可假定，物體 p 之速度與物體 P 者相比，如

$$\sqrt{sp} : \sqrt{CP},$$

俾於時間段內（其比與此相同），作成 PQ, pq 弧時，其比如

$$CP : sp.$$

如是則物體 P 與 p 恆被相等的力所吸引，以靜止的中心 C 與 s 爲心，作出相似的圖形 PQV, pqv 。在此二圖形中， pqv 與一其他圖形相合，該圖形卽爲物體 P 繞動的物體 S 作成者。此卽所欲證者。

第二事。我們假定該共同的重心，與（物體在其內運動的）空間同時作等速的直線進行；如是，則按定律系 6，該空間內之一切運動均與前無異，所以物體相互環繞而作成之圖形亦仍如前，故仍與 pqv 圖形相合。此亦卽所欲證者。

系 1. 由此可知，如二物體互相吸引，其力與二物體之距離相比，則此二物體卽環繞其共同重心及互相環繞作成同心的橢圓。反之，倘所作圖形如是，則力亦必與距離相比。

系 2. 又如該項力與距離之平方成反比，則二

物體環繞其共同重心及互相環繞作成圓錐曲線，其一焦點在圖形所繞的力之中心。反之，倘所作之圖形如是，則該項力亦必與距離之平方成反比。

系 3. 二任何物體繞其共同的重心運動時，其向重心及連結二物體之方向半徑，作出與時間相比的面積。

§ 100. 定理. 環繞共同重心 C 的兩個物體 S , P 之環繞時間，與二物體中其一（例如 P ）物體環繞其他物體之時間相比，如

$$\sqrt{S} : \sqrt{S+P};$$

於此， P 所作之軌道，與二物體互相環繞所作之圖形相合。

按以上所證明之理，作成相似弧 PQ, pq 之時間，其相比如

$$\sqrt{CP} : \sqrt{SP} = \sqrt{CP} : \sqrt{sp},$$

即是，如

$$\sqrt{S} : \sqrt{S+P}.$$

將此項比相加，即可知作成整個相似圖形的

時間，其比亦是如此，此即所欲證者。

§ 101. 定理。二物體互相吸引，其力與其距離之平方成反比，此二物體並環繞其共同重心運動。如是則二物體中其一物體 P ，在此項運動中環繞其他物體 S 所作之橢圓，其大軸與一其他橢圓（此橢圓為 P 環繞靜止的 S 時於同一時間內所可作成者）之大軸相比，如

$$\sqrt[3]{S+P} : \sqrt[3]{S}.$$

蓋如所作的二橢圓相等，則按前節其環繞時間相比，如

$$\sqrt{S} : \sqrt{S+P}.$$

今用 T 與 t 表此項時間，用 A 與 a 表大軸，則於 $A=a$ 時，有

$$(1) \quad T : t = \sqrt{S} : \sqrt{S+P}.$$

將第二橢圓之環繞時間減少之，以

$$\sqrt{S+P} : \sqrt{S}$$

為度，並設如是所有之環繞時間為 t' ，俾

$$(2) \quad t : t' = \sqrt{S+P} : \sqrt{S},$$

則按(1),即有

$$T = t'.$$

今以 a' 表第二橢圓之新軸,則按 § 35, 有

$$a : a' = t^{\frac{2}{3}} : t'^{\frac{2}{3}} = (S + P)^{\frac{1}{3}} : S^{\frac{1}{3}},$$

而因 $a' = A$, 有

$$(3) \quad a : A = \sqrt[3]{S + P} : \sqrt[3]{S}.$$

此即所欲證者。

§ 102. 定理. 二物體以某種力互相吸引, 其運動爲任意的, 不受其他方面之推動或阻滯. 在這種狀況下, 物體之運動方式, 一若相互間並不吸引, 但爲一第三物體所吸引者然; 此第三物體在二物體之共同重心處. 對於此項吸引力, 就物體之相互距離及其與共同重心之距離而言, 其適用的定律相同。

二物體相互吸引的力, 係向物體本身, 因而亦向在其中間的共同重心, 所以其作用, 猶如由一在其間的物體出發的一樣。

又, 一物體與共同重心之距離, 與二物相互距

離之比爲已知，故前者之任何次方與後者同次方之比可以求得，前者與任何已知數量之結合與後者之同數量同方法的結合之比亦可求得。

所以一物體被他物體所吸引的力，倘其比如二物體距離之正或反，或如該距離之任何次方之正或反，或如其與任何已知數之結合之正或反，則使物體向共同重心的力，其比亦如該物體與該重心之距離之正或反，或如此距離之某次方（方數與前同），或如其與某項已知數之結合（此項已知數與前相類，其結合法亦相似）之正或反。故對於二種距離，吸引力所適用的定律均相同。

此即所欲證者。

§ 103. 問題。 二物體互相吸引，其力與二物體間距離之平方成反比，今由某二個已知的處所將此二物體放出之，試求其運動。

按前節所已證明者，可知此二物體之運動方式，一若被一第三物體所吸引者然；此第三物體在二物體之共同重心。因爲在開始運動時候此重心