根据教育部最新《考试说明》学科标准编写 2005

最新五年3+X高考真题精讲及趋势预测

北大新考案

3+X

数学

审　定　海淀 黄冈特高级教师
主　编　轩超

BEIDA XINKAO'AN • 2005年高考总复习

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

2005

最新 五年3+X高考真题精讲及趋势预测

北大新考案

数学

审　定 海淀　黄冈特高级教师

主　编 轩　超

副主编 王　维

许联军

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目（CIP）数据

最新五年3+X高考真题精讲及趋势预测. 数学：备战2005年高考/轩超主编. 一北京：北京大学出版社，2004.8
（北大新考案）
ISBN 7-301-07277-5

Ⅰ.最… Ⅱ.轩… Ⅲ.数学课-高中-解题-升学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字（2004）第030985号

书　　名：**最新五年3+X高考真题精讲及趋势预测·数学**
著作责任者：轩　超　主编
责 任 编 辑：徐杨杨
标 准 书 号：ISBN 7-301-07277-5/G·1153
出 版 发 行：北京大学出版社
地　　址：北京市海淀区中关村北京大学校内　100871
网　　址：http：// www.pkubook.com.cn
　　　　　http：// cbs.pku.edu.cn
邮 购 电 话：(010) 65661010　800-810-2198
发 行 部：(010) 65662147　62750672
编 辑 部：(010) 65661010-8969
电 子 信 箱：editor@pkubook.com.cn
印 刷 厂：北京市朝阳印刷厂
经 销 者：全国新华书店
开 本 尺 寸：889mm×1194mm　16开本
印　　张：15.5印张
字　　数：360千字
　　　　　2004年8月第1版　　2004年8月第1次印刷
定　　价：20.00元

前 言

在"3＋X"高考模式向全国实行的形势下，为了使广大师生对"3＋X"高考模式有一个深刻的认识和充分准备，我们将最近五年的高考试题从命题原则、意图特点、方法及改革方向等方面作详细探究，力争使考生在高考复习中能有的放矢，少走一些弯路，尽快理解和掌握高考复习的要领，把握高考方向，领会高考的重点、难点和热点知识；尽快适应综合考试选拔人才之需要。北大燕园特组织了一批在教学第一线和有过高考命题经验的特高级教师，精心编写了这套《最新五年 3＋X 高考真题精讲及趋势预测》系列丛书。

本丛书结构简单实用，特点如下：

最新高考命题趋势预测及备考指要 综合分析近几年考高考命题的特点，从纵、深全方位解析高考，从命题意图、命题形式入手，分析高考试题命题的演变趋势。让考生从一个发展的角度寻找高考命题规律，预测今后高考试题的特点，让考生在高考备考复习时更具方向性和科学性。

考试说明要求和高题课堂 "考试说明要求"指要考试对本知识版块的考查要求，并结合近年来高考命题特点，使考生做到心中有数。"真题课堂"对近五年备省市的高考真题近行详细剖析，以起到举一反三的目的，拓展考生的思维。

让考生能真正准确地把握高考，能积极应对高考，是本书编写的宗旨。希望本书能给每一位考生以真正的关爱和有益的帮助。

本书不妥之处，敬请读者朋友们批评指正。

编 者

目 录

最新高考命题趋势预测及备考指要

一、高考命题趋势

2004 学年～2005 学年，中国教育改革将继续在十六大精神指引下向更深层、更大范围推广，2004 年，全国大部分省市将全面实行新的高考模式，高三年级将使用新教材，新教材旨在全面推进素质教育，培养学生的创新精神、实践能力、终身学习的能力和适应社会的能力，促进学生全面发展. 高考的性质依然是选拔性考试，将以能力立意为导向，重在考查学生的实践能力、创新能力及综合文化素质，数学学科精简了传统内容，更新知识内容和教学方法，增加了灵活性，重视数学应用. 因此 2004 年～2005 年的高考试题将严格遵守课程计划精神和新大纲的要求，全面考查基础知识，贯彻支持课程改革的命题指导思想. 具体如下：

1. 全面考查基础知识、基本技能和基本的数学思想方法.

中学数学所学的基础知识、基本技能和基本的数学思想方法是学生继续深造的基础，也是培养学生数学能力的前提，2004 年～2005 年的试题，选择题和填空题以基础知识为主干，注重考查三基，减少运算量. 重点知识是支撑学科知识体系的主要内容，考查时将保持较高的比例，并达到必要的深度，构成数学试题的主体，如

(2004 · 全国)函数 $y=\left|\sin\frac{x}{2}\right|$ 的最小正周期为 （　　）

A. $\frac{\pi}{2}$　　B. π　　C. 2π　　D. 4π

本题考查的是三角函数的周期，可通过恒等变形或作图来求得：

（恒等变形）$\left|\sin\frac{x}{2}\right|=\sqrt{\sin^2\frac{x}{2}}=\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$

$\therefore T=2\pi$

（回归定义）$\because \left|\sin\frac{x}{2}\right|=\left|\sin\frac{x+2\pi}{2}\right|$

$$=\left|\sin\left(\frac{x}{2}+\pi\right)\right|=\left|-\sin\frac{x}{2}\right|=\left|\sin\frac{x}{2}\right|$$

$\therefore T=2\pi$

（借助图形 1）

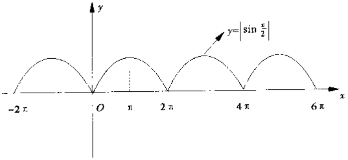

图 1

$T=2\pi$

(2003·全国)已知 $x\in\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$，$\cos x=\frac{4}{5}$，则 $\tan 2x=$ (　　)

A. $\frac{7}{24}$　　B. $-\frac{7}{24}$　　C. $\frac{24}{7}$　　D. $-\frac{24}{7}$

本题考查的是三角函数的基础知识，通过角的范围的限定，找到 $\cos x$ 与 $\tan 2x$ 之间的联系，有下解：$x\in\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$，$\cos x=\frac{4}{5}$.

$\therefore \sin x=-\frac{3}{5}$，$\tan x=-\frac{3}{4}$，

$\therefore \tan 2x=\frac{2\tan x}{1-\tan^2 x}=-\frac{24}{7}$，选择 D.

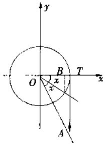

图 2

但若借助单位圆和三角函数线，如图 2，找到余弦线 $\vec{OB}=0.8$，明显正切线 $\vec{TA}$ 方向和 y 轴方向相反，且 $|\vec{TA}|>|OT|=1$，故选择 D.

(2003·全国)设函数 $f(x)=\begin{cases}2^{-x}-1 & x\leqslant 0,\\ x^{\frac{1}{2}} & x>0.\end{cases}$ 若 $f(x_0)>1$，则 x_0 的取值范围是 (　　)

A. $(-1,1)$　　B. $(-1,+\infty)$

C. $(-\infty,-2)\cup(0,+\infty)$　　D. $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

本题的实质是分段讨论解不等式，从不同的角度可有不同的解法.

解法一：若 $x_0>0$，由 $f(x_0)=x_0^{\frac{1}{2}}>1$，得 $x_0>1$；

若 $x_0\leqslant 0$，由 $f(x_0)=2^{-x_0}-1>1$，得 $x_0<-1$.

故选择 D.

解法二：(特值检验法)取 $x_0=0$，则 $2^{-x_0}-1=2^0-1=0$ 不满足 $f(x_0)>1$，故 $x_0=0$ 不在取值范围内，故 A、B 选项错误；取 $x_0=1$，则 $x_0^{\frac{1}{2}}=1^{\frac{1}{2}}=1$，不满足 $f(x_0)>1$，故 C 选项错误. 所以应选择 D.

解法三：作出 $f(x)$ 的图象，如图 3，易见 $f(x_0)>1\Rightarrow x_0>1$ 或 $x_0<-1$.

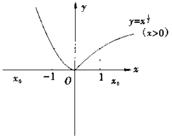

图 3

2. 突出学科的内在联系和综合.

学科的内在联系包括各部分知识在各自发展过程中的纵向联系，以及各部分之间的横向联系；知识的综合性则是从学科的整体角度出发，在知识网络交汇处设计试题，以检验学生能否形成一个有序的网络化知识体系，并从中提取相关的信息，有效地、灵活地解决问题. 突出考查思维、运算、空间想像、应用等几方面的能力. 如

(2002·全国)据新华社 2002 年 3 月 12 日电，1985 年到 2000 年间，我国农村人均居住面积如图 4 所示，其中从______年到______年的五年间增长最快.

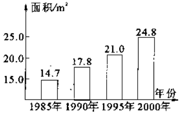

图 4

本题考查考生识图能力以及用数学方法解决问题的能力，具有一定的灵活性，考生只需从原图中提取相关的信息即可解决. 由于题设中没有对增长量或增长速度做明确要求，故从图中的数据可观察到：从 1995 年到 2000 年的五年间居住面积增长最快；从 1985 年到 1990 年的五年间居住面积增长速度最快，所以两答案都正确.

3. 注重考查数学思想方法

数学思想方法是数学知识在更高层次上的抽象和概括，它蕴涵在数学知识的发生、发展和应用的过程中，是数学知识转化为能力的桥梁. 2004 年～2005 年至今后几年，数学高考试题结合对数学知识的考查，突出考查数学思想方法，考查时从学科整体意义和思想含义上立意，注重通性通法，淡化特殊技巧，将以小题为主要形式考查学生对数学基本内容. 数学思想方法理解的深度和广度. 2003 年全国试题、北京试题，上海试题等都考查到了常见的数学思想方法，如数形结合、分类讨论、等价转化、方程的思想方法. 如

(2002·全国)设 a 为实数，函数 $f(x)=x^2+|x-a|+1(x\in\mathbf{R})$

(1)讨论 $f(x)$ 的奇偶性；

(2)求 $f(x)$ 的最小值.

本题的第(1)问是函数奇偶性的讨论问题，注意到 $x\in\mathbf{R}$，$f(0)\geqslant 1\neq 0$，由此可排除 $f(x)$ 为奇函数的可能，运用偶函数

的定义分析可知，当 $a=0$ 时，$f(x)$ 为偶函数. 本题的第(2)问主要考查分类讨论思想、对称思想，先就 $a\geqslant 0$ 时分 $0\leqslant a\leqslant\frac{1}{2}$ 和 $a>\frac{1}{2}$ 去掉绝对值讨论函数的最小值，利用对称思想知 $-\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant 0$ 与 $0\leqslant a\leqslant\frac{1}{2}$ 时，$f(x)$ 有相同的最小值. $a\leqslant-\frac{1}{2}$ 与 $a\geqslant\frac{1}{2}$ 时，$f(x)$ 有相同的最小值. 当然也可先就 $x\geqslant a$ 和 $x<a$ 脱去绝对值，结合二次函数的图象分类讨论，这是一道区分度很高的试题，主要考查学生的数学素质和数学基本功.

4. 注重能力立意，倡导理性思维.

对数学能力的考查，是以逻辑思维能力为核心，全面考查各种能力. 从 2003 年全国试题看，涉及到的知识点非常多，很多题目都在几个知识层面的交汇处命题，综合程度较高，突出考查考生的思维能力、空间想像能力、运用数学知识解决实际问题的能力. 这就要求考生在知识理解和方法掌握的基础上，综合思考，灵活解题. 如

(2003·全国) 如图 5，在下列五个正方体图形中，l 是正方体的一条对角线，点 M、N、P 分别为其所在的棱的中点，能得出 $l\perp$ 面 MNP 的图形序号是________.

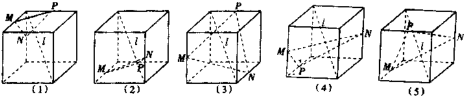

图 5

对该题，考查空间想像能力的同时，要求考生缜密思考条件对结论成立的充分性，所选图形不多不少，体现出数学逻辑严谨性的学科特点.

5. 突出应用性、探索性问题，注意考查学生的创新意识和实践能力.

试题在保持稳定的前提下坚持创新，具有应用性和探索性的新颖试题在试卷中占一定的比例，对数学应用问题，所涉及的数学知识和方法的深度与广度，既切合中学数学教学实际，又体现数学应用的社会性和时代性，如 2002 年全国高考应用题文科是我国农村人均居住面积增长问题，理科是"十五"期间每年国内生产总值的增长问题，理科 20 题是汽车数量的增长与城市环保的关系问题，新课程卷是互联网中的概率统计问题，2003 年全国试卷中的第 22 题：

设 $\{a_n\}$ 是集合 $\{2^s+2^t\mid 0\leqslant s<t$，且 $s,t\in\mathbf{Z}\}$ 中所有的数从小到大排列成的数列，即 $a_1=3,a_2=5,a_3=6,a_4=9,a_5=10,a_6=12\cdots$

将数列 $\{a_n\}$ 各项按照上小下大，左小右大的原则写成如下的三角形数表：

3

5　6

9　10　12

—　—　—　—

—　—　—　—　—

…

1. 写出这个数表的第四行、第五行各数；

2. 求 a_{100}.

本题是将满足一定条件的数按一定的规律排成的一个表，求该数表的项，可在观察、归纳、推理的基础上，运用数列的知识和方法求解，该题有益于学生的创新意识、探索能力的培养，下面给出该题一种图表解法

第一组	2^0+2^1；	3	1 个数
第二组	$2^0+2^2,2^1+2^2$；	5,6	2 个数
第三组	$2^0+2^3,2^1+2^3,2^2+2^3$；	9,10,12	3 个数

第四组	$2^0+2^4, 2^1+2^4, 2^2+2^4, 2^3+2^4$;	17,18,20,24	4个数
第五组	$2^0+2^5, 2^1+2^5, 2^2+2^5, 2^3+2^5, 2^4+2^5$;	33,34,36,40,48	5个数
…	……	……	…
第 i 组	$2^0+2^i, 2^1+2^i, 2^2+2^i \cdots 2^{i-1}, 2^i$;	……	i 个数

由上表易知，第 i 组有 i 个数，前 i 组共有 $1+2+3+\cdots+i=\frac{i(i+1)}{2}$ 个数；

第 i 组第 i 个数表示为 $b_{ij}=2^{j-1}+2^i$. 设 $a_{100}=b_{ij}$，则 i 为满足 $\frac{i(i+1)}{2}\geqslant 100$ 的最小整数，求得 $i=14$，

则 $j=100-\frac{13(13+1)}{2}=9$，

$\therefore a_{100}=b_{14,9}=2^8+2^{14}=16640$.

6. 注意新旧教材内容的有机结合，突出新增内容的教学价值和应用功能.

新教材中增加了简易逻辑、平面向量，概率统计，导数微分等内容，其意义不仅是教学内容的更新，更重要的是引入新的思维方法，它可以有效地处理和解决数学问题和实际应用问题. 它的出现使相应的数学方法、数学工具和数学语言更加丰富多彩，应用形式更加灵活多样，表达功能更加强大，为能力的考查增加了更多的形式，新课程试卷中的有些试题属于新旧教材结合部，凡此内容可以用新旧结合的方法，或以新方法进行处理，如证明函数增减性、函数的最大(小)值时，可以考虑用导数的方法加以处理，如

(2000·全国) 设函数 $f(x)=\sqrt{x^2+1}-ax$，其中 $a>0$.

(1)解不等式 $f(x)\leqslant 1$；

(2)证明当 $a\geqslant 1$ 时，函数 $f(x)$ 在区间 $[0,+\infty)$ 上是单调函数.

(2001·天津市) 设 $a>0$，$f(x)=\frac{e^x}{a}+\frac{a}{e^x}$ 是 **R** 上的偶函数.

(1)求 a 的值；

(2)证明 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数.

但2003年新课程卷理科第19题：

设 $a>0$，求函数 $f(x)=\sqrt{x}-\ln(x+a)$，$x\in(0,+\infty)$ 的单调区间.

若用传统的作差比较法无法划分函数的单调区间，只有用导数才行.

7. 文理科试卷的差异将进一步加大.

2004年的全国试卷中，文理科的差异比以往任何一年都大，选择题中有四道相同题，填空两道相同，文科在试卷结构、考试内容上更具创新，试题考查的能力更符合大学文科类专业对数学的需求，难度也更符合文科考生的实际水平. 预计2004～2005年的高考将继续保持这种格局，理科试题将继续从学科整体知识结构和思想体系的高度设计试题，创设新颖情景和设问方式，强加对综合性和应用性的考查，对考生要求在解题时要把握学科的整体意义，从宏观上审视考题，抓住问题的本质，对试题提供的信息进行有效的分拣、加工、组合，寻找解决问题的方法，使其主观能动性和创造性得到充分的发挥.

二、备考指南

今后的高考命题将会在近几年高考命题的基础上稳中求新，使试题更加接近学生实际，更有利于培养学生的创造能力、创新能力、应用意识，全面提高中学生的文化素质，结合2002年、2003年高考试题，针对新课程特点，我们提出如下复习建议：

1. 重视逻辑推理能力的培养，重视运算能力. 选择题注意知识点的小综合，熟悉数学思想方法在解答选择题中的作用，掌握数形结合法、特值检验法、逻辑分析等方法的应用.

2. 重视规范解题，平时作业，考卷不认真是导致这一问题的根本原因. 如2003年试卷中第13题：$\left(x^2-\frac{1}{2x}\right)^9$ 展开式中 x^9 的系数是______. 许多考生结果不约分；文科20题：已知函数 $f(x)=2\sin x(\sin x+\cos x)$ 的最小正周期和最大值. 没有中间过程，一步到位写成 $f(x)=1+\sqrt{2}\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)$；立体几何中图形和字母不符合等.

3. 重视对基础知识的考查，将着重于对数学概念、定理、公式、法则的理解及灵活应用；重视对概念的形成过程以及公式、定理推导过程的复习.

4. 重视对数学思想方法的考查，数学思想重视函数的思想、方程思想、数形结合思想、化归与转化思想；方法中重视配方法，待定系数法、换元法、向量法、分析与综合法、反证法等.

5. 重视对应用问题的考查，将继续在试卷中出现两小一大或一小一大的应用题，题目更加贴近生活和生产实际.

6. 重视创新能力的考查，这将在题目设计的新颖性、探索性上加以体现，复习时应注意解题规律的总结.

7. 充分注意突出新增内容. 新增内容是新课程的活力与精髓，它们都蕴含着丰富的数学思想和方法，考查新增内容的基本概念的同时重点考查某些骨干知识和方法.

8. 对理科难度的适度把握，2003 年全国理科试题难度提升的负面影响可能导致某些师生盲目加大本届数学复习的深度和广度，这不尽合理，注意难度的适度把握.

总之，狠抓基础知识，突出新增内容，适应教学改革，注重能力培养，与时俱进、改革创新将是 2004～2005 年数学高考的基本风格.

考试说明要求和真题课堂

第一章 集合和简易逻辑

考试说明要求

1. 理解集合的有关概念，了解空集、全集的意义，了解属于、包含、相等关系的意义.
2. 理解并掌握集合交、并、补的运算法则，能够运用集合语言和集合思想解决有关问题.
3. 掌握简单的绝对值不等式和一元二次不等式的解法.
4. 理解逻辑联结词"或"、"且"、"非"的含义，理解四种命题及其相互关系，掌握充要条件的意义.

真题课堂

一、选择题

1. (2004·全国)设集合$M=\{(x,y)|x^2+y^2=1,x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$，$N=\{(x,y)|x^2-y=0,x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$，则集合$M\cap N$中元素的个数为 ( )

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

考查点：集合的表示方法，集合中元素的性质，曲线与曲线的交点，二元二次方程的解法及综合计算的能力.

失分点：没有掌握集合的表示方法，不会将曲线与曲线的交点问题归结为有关方程组解的问题，不会解二元二次方程组等都会造成失分

解析：由$\begin{cases}x^2+y^2=1\\x^2-y=0\end{cases}$

得$\begin{cases}x_1=\sqrt{\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}}\\y_1=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\end{cases}$　$\begin{cases}x_2=-\sqrt{\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}}\\y_2=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\end{cases}$

从而可知$M\cap N$中元素的个数为2，应选B.

2. (2004·北京市)设全集是实数集$\mathbf{R}$，$M=\{x|-2\leqslant x\leqslant 2\}$，$N=\{x|x<1\}$，则$\overline{M}\cap N$等于 ( )

A. $\{x|x<-2\}$　　B. $\{x|-2<x<1\}$　　C. $\{x|x<1\}$　　D. $\{x|-2\leqslant x<1\}$

考查点:集合的表示法,集合的交集、补集及基本运算能力.

失分点:不能准确地给出集合 M 的补集,不会利用数轴直观地给出集合 $\overline{M}$ 与 N 从而确定其交集而产生失分.

解析:由 $M=\{x|-2\leqslant x\leqslant 2\}$ 得

$\overline{M}=\{x|x<-2$ 或 $x>2\}$

$\therefore \overline{M}\cap N=\{x|x<-2$ 或 $x>2\}\cap\{x|x<1\}$

$=\{x|x<-2\}$

应选 A.

3. (2004・浙江省)若 $V=\{1,2,3,4\}$,$M=\{1,2\}$,$N=\{2,3\}$,则 $\complement_V(M\cup N)=$ (　　)

A. $\{1,2,3\}$　　B. $\{2\}$　　C. $\{1,3,4\}$　　D. $\{4\}$

考查点:集合的表示方法、全集的概念,集合与集合的并集及集合的补集.

失分点:没有掌握全集的概念,不会求两个集合的并集,不会求集合的补集等都会造成失分.

解析:$\because M\cup N$

$=\{1,2\}\cup\{2,3\}$

$=\{1,2,3\}$

又 $V=\{1,2,3,4\}$

$\therefore \complement_V(M\cup N)=\{4\}$

应选 D.

4. (2004・浙江省)在 $\triangle ABC$ 中,"$A>30°$"是"$\sin A>\frac{1}{2}$"的 (　　)

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分又不必要条件

考查点:充要条件的概念,正弦函数的单调性,三角形内角和定理及逻辑推理能力.

失分点:不能分清命题的条件和结论,没有掌握充要条件的判断方法,不会运用三角形的性质,没有掌握三角函数的图象与性质等都会产生失分.

解析:若 $A=160°$,则 $A>30°$

又正弦函数在$[90°,180°]$上单调递减

$\therefore \sin 160°<\sin 150°=\frac{1}{2}$

由 $\sin A>\frac{1}{2}$,$0<A<180°$

可知 $30°<A<150°$

故 $\sin A>\frac{1}{2}\Rightarrow A>30°$

即:"$A>30°$"是"$\sin A>\frac{1}{2}$"的必要而不充分条件,应选 B.

5. (2003・北京市・春招)若集合 $M=\{y|y=2^{-x}\}$,$P=\{y|y=\sqrt{x-1}\}$则 $M\cap P$ 等于 (　　)

A. $\{y|y>1\}$　　B. $\{y|y\geqslant 1\}$　　C. $\{y|y>0\}$　　D. $\{y|y\geqslant 0\}$

考查点:集合中元素的性质、函数的值域、集合的交集.

失分点:不明确集合中元素的含义、不会利用函数的图象确定函数的值域等都会造成失分.

解析:$M=\{y|y=2^{-x}\}$

$=\{y|y>0\}$,

$P=\{y|y=\sqrt{x-1}\}$

$=\{y|y\geqslant 0\}$,

$\therefore M\cap P=\{y|y>0\}\cap\{y|y\geqslant 0\}$

$=\{y|y>0\}$.

应选 C.

6. (2003·北京市·春招) 若不等式$|ax+2|<6$的解集为$(-1,2)$，则实数a等于 (　　)

A. -8　　B. 2　　C. -4　　D. -8

考查点：绝对值不等式的解法、不等式的性质、分类讨论的思想及方程的思想.

失分点：不会利用基本的绝对值不等式作等价转换，不会利用不等式的性质分类讨论.

解析：由 $|ax+2|<6$ 得

$-6<ax+2<6$

即 $-8<ax<4$.

若$a=0$，$x\in\mathbf{R}$，不合题意；

若$a>0$，则由上式可得$\frac{-8}{a}<x<\frac{4}{a}$，

由不等式的解为$-1<x<2$可得

$$\begin{cases}\frac{-8}{a}=-1\\ \frac{4}{a}=2\end{cases}\quad 矛盾；$$

若$a<0$，则由$-8<ax<4$可得$\frac{4}{a}<x<\frac{-8}{a}$，

根据不等式的解为$-1<x<2$得

$$\begin{cases}\frac{4}{a}=-1\\ \frac{-8}{a}=2\end{cases}\Rightarrow a=-4.$$

故应选择C.

也可逐一将备选支代入 $-8<ax<4$ 进行验证，利用排除法可得答案.

7. (2003·上海市·春招) 解不等式组$\begin{cases}x^2+6x+8>0,\\ \frac{x+3}{x-1}>2.\end{cases}$

考查点：一元二次不等式、分式不等式的求解、交集的运算及数形结合思想.

失分点：不会准确地给出有关不等式的解，不会利用数轴作交集运算都会造成失分.

解析：由 $x^2+6x+8>0$ 得 $x<-4$ 或 $x>-2$，

由$\frac{x+3}{x-1}>2\Leftrightarrow\frac{5-x}{x-1}>0$

$\Leftrightarrow(x-1)(x-5)<0$

$\Leftrightarrow 1<x<5$，

∴原不等式组的解为$\{x|x<-4$ 或 $x>-2\}\cap\{x|1<x<5\}=\{x|1<x<5\}$.

8. (2003·北京市) 设集合$A=\{x|x^2-1>0\}$，$B=\{x|\log_2 x>0\}$，则$A\cap B$等于 (　　)

A. $\{x|x>1\}$　　B. $\{x|x>0\}$　　C. $\{x|x<-1\}$　　D. $\{x|x<-1$ 或 $x>1\}$

考查点：集合中元素的性质，一元二次不等式、对数不等式的解法，交集运算及选择题中常用的特值法及排除法.

失分点：不会解有关不等式及缺乏思维的敏锐性都将产生失分.

解析一：$A=\{x|x^2-1>0\}$

$=\{x|x>1$ 或 $x<-1\}$，

$B=\{x|\log_2 x>0\}$

$=\{x|\log_2 x>\log_2 1\}$

$=\{x|x>1\}$，

$\therefore A\cap B=\{x|x>1$ 或 $x<-1\}\cap\{x|x>1\}$

$=\{x|x>1\}$.

故应选A.

解析二：由式子 $\log_2 x$ 可知 $x>0$，排除掉C、D. 取 $x=1$，不满足集合 A、B，排除掉B，故应选A.

9.（2003·上海市）设 a_1,b_1,c_1,a_2,b_2,c_2 均为非零实数，不等式 $a_1x^2+b_1x+c_1>0$ 和 $a_2x^2+b_2x+c_2>0$ 的解集分别为集合 M 和 N，那么"$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$"是"$M=N$"的（　）

A. 充分非必要条件　B. 必要非充分条件　C. 充要条件　D. 既非充分又非必要条件

考查点：充要条件，不等式的性质，一元二次不等式与二次函数相互关系及解选择题常用的特殊值法.

失分点：不能利用特值法结合不等式的性质及一元二次不等式与二次函数的关系进行合理验证从而造成运算繁杂以致产生失分.

解析：取 $a_1=1,b_1=-3,c_1=2$；

$a_2=-1,b_2=3,c_2=-2$，

则有 $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}=-1$，此时两个不等式分别为

$x^2-3x+2>0$，$-x^2+3x-2>0$.

它们的解分别为 $M=\{x|x<1$ 或 $x>2\}$，

$N=\{x|1<x<2\}$，

而 $M\neq N$，

由此可知"$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$"不是"$M=N$"的充分条件；

再取 $a_1=1,b_1=2,c_1=2$；

$a_2=1,b_2=2,c_2=3$，

此时两个不等式分别为

$x^2+2x+2>0$，$x^2+2x+3>0$，

它们的解分别为 $M=\mathbf{R}$，$N=\mathbf{R}$，$M=N$，

而 $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$，

由此可知"$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$"不是"$M=N$"的必要条件. 故应选D.

10.（2002·全国）设集合 $M=\left\{x\,\middle|\,x=\frac{k}{2}+\frac{1}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$，

$N=\left\{x\,\middle|\,x=\frac{k}{4}+\frac{1}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$，则（　）

A. $M=N$　B. $M\subsetneqq N$　C. $M\supsetneqq N$　D. $M\cap N=\varnothing$

考查点：集合相等、真子集、交集的概念及简单的变形能力.

失分点：对集合相等、真子集的概念没有真正理解，弄不清集合中的元素是什么及不会作简单的变形都会产生失分.

解析：$\because \frac{k}{2}+\frac{1}{4}=\frac{2k+1}{4}$，$k\in\mathbf{Z}$，

$\frac{k}{4}+\frac{1}{2}=\frac{k+2}{4}$，$k\in\mathbf{Z}$，

$2k+1$，$k\in\mathbf{Z}$ 表示所有的奇数.

$k+2$，$k\in\mathbf{Z}$ 表示所有的整数.

$\therefore \left\{x\,\middle|\,x=\frac{k}{2}+\frac{1}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$ 是 $\left\{x\,\middle|\,x=\frac{k}{4}+\frac{1}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$ 的真子集.

故应选B.

11.（2002·全国）不等式 $(1+x)(1-|x|)>0$ 的解集是（　）

A. $\{x|0\leqslant x<1\}$　B. $\{x|x<0$ 且 $x\neq-1\}$　C. $\{x|-1<x<1\}$　D. $\{x|x<1$ 且 $x\neq-1\}$

考查点：绝对值不等式、一元二次不等式的求解及逻辑判断能力.

失分点：不会作等价转化、不会解简单的绝对值不等式及一元二次不等式，不会利用备选支采用特殊值法进行排除都会造成失分.

解析一： 由不等式可得$\begin{cases}1+x>0\\1-|x|>0\end{cases}$或$\begin{cases}1+x<0\\1-|x|<0\end{cases}$

解上述不等式组即可知选D.

解析二： 分类讨论：当$x<0$，原不等式可变为

$(1+x)(1+x)>0$，即$(1+x)^2>0$

$\therefore x\neq-1$，结合前提可得$x<0$且$x\neq-1$；

当$x\geqslant0$时，原不等式可变为

$$(1+x)(1-x)>0，即(x-1)(x+1)<0，$$

解之得$-1<x<1$，结合前提可得$0\leqslant x<1$.

综上，原不等式的解为$\{x|x<1且x\neq-1\}$故应选D.

解析三： 取$x=0$，不等式成立，可排除掉B；

取$x=-2$，不等式成立，可排除掉A、C.故应选D.

12.（2002·全国） 函数$y=x^2+bx+c,x\in[0,+\infty)$是单调函数的充要条件是　（　　）

A. $b\geqslant0$　　B. $b\leqslant0$　　C. $b>0$　　D. $b<0$

考查点： 二次函数的图象、对称轴、单调函数的图象特征等.

失分点： 不会确定二次函数的对称轴，没有掌握二次函数的图象特征及其单调区间都会造成失分.

解析一： 函数$y=x^2+bx+c$的对称轴方程为$x=-\frac{b}{2}$，其图象的开口方向向上，要使其在区间$[0,+\infty)$上为单调函数的充要条件为$-\frac{b}{2}\leqslant0$，即$b\geqslant0$.故应选A.

解析二： 令$b=0$，此时$y=x^2+c$可知其在$[0,+\infty)$上为增函数，可排除掉C、D；

令$b=-2,c=1$，此时$y=(x-1)^2$，可知其在$[0,+\infty)$上不单调，可排除掉B.故应选A.

13.（2002·全国·春招） 不等式组$\begin{cases}x^2-1<0\\x^2-3x<0\end{cases}$的解集为　（　　）

A. $\{x|-1<x<1\}$　　B. $\{x|0<x<3\}$　　C. $\{x|0<x<1\}$　　D. $\{x|-1<x<3\}$

考查点： 一元二次不等式及不等式组的解法.

失分点： 不会求解一元二次不等式，不会求集合的交集都会失分.

解析： 由$x^2-1<0$可得$-1<x<1$；

由$x^2-3x<0$可得$0<x<3$.

$\therefore$原不等式组的解为

$$\{x|-1<x<1\}\cap\{x|0<x<3\}=\{x|0<x<1\}.故应选C.$$

14.（2002·河南省、广东省、广西省） 函数$f(x)=x|x+a|+b$是奇函数的充要条件是　（　　）

A. $ab=0$　　B. $a+b=0$　　C. $a=b$　　D. $a^2+b^2=0$

考查点： 奇函数的定义、充要条件，赋值法、排除法等.

失分点： 奇偶函数的定义不清，不会利用赋值、排除等方法都会失分.

解析一： 令$a=0,b=1$，

则$f(x)=x|x|+1$不是奇函数，排除掉A；

令$a=1,b=-1$，

则$f(x)=x|x+1|-1$不是奇函数，排除掉B；

令$a=b=1$，则$f(x)=x|x+1|+1$不是奇函数，排除掉C，故应选D.事实上，当$a^2+b^2=0$即$a=b=0$时，$f(x)=x|x|$为奇函数.

解析二： 函数$f(x)=x|x+a|+b,x\in\mathbf{R}$为奇函数的充要条件为：对任意的实数$x$，恒有$f(-x)=-f(x)$，

即$-x|x-a|+b=-x|x+a|-b$，

即$x(|x+a|-|x-a|)+2b=0$，

上式对任意的实数x恒成立，则有$|x+a|=|x-a|$且$b=0$恒成立.

从而有 $a=0$ 且 $b=0$ 恒成立，

即 $a^2+b^2=0$.

故应选 D.

15.（2001・全国）如图 1-1，小圆圈表示网络的结点，结点之间的连线表示它们有网线相连，连线上的数字表示该段网线单位时间内可以通过的最大信息量，现从结点 A 向结点 B 传递信息，信息可以分开沿不同的路线同时传递．则单位时间内传递的最大信息量为（　　）

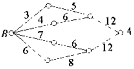

图 1-1

A. 26　　B. 24

C. 20　　D. 19

考查点：创新能力、阅读理解能力、分析问题与解决问题的能力.

失分点：不能读懂题目，误用加法原理、乘法原理都将导致失分.

解析：结点 B 从每条路线收到的信息量，不超过该条线路中每相邻结点间可通过信息量的最小值．所以，到结点 B 的最大信息量为 $3+4+6-6=19$.

故应选 D.

16.（2001・上海市）“$a=3$”是直线 $ax+2y+3a=0$ 和直线 $3x+(a-1)y=a-7$ 平行但不重合的（　　）

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件　　C. 充要条件　　D. 既非充分也非必要条件

考查点：充要条件的判定，两条直线平行的条件及逻辑推理能力.

失分点：分不清命题的条件和结论，没有掌握两条直线平行的充要条件都将造成失分.

解析：设 $l_1: ax+2y+3a=0$,

$l_2: 3x+(a-1)y+(7-a)=0$,

由 $a=3$，可得 $l_1: 3x+2y+9=0$,

$l_2: 3x+2y+4=0$,

$\therefore l_1 /\!/ l_2$,

从而可知 $a=3$ 是 $l_1 /\!/ l_2$ 的充分条件.

由 $l_1 /\!/ l_2$ 可得 $\frac{a}{3}=\frac{2}{a-1}\neq\frac{3a}{7-a}\Rightarrow a=3$,

从而可知 $a=3$ 是 $l_1 /\!/ l_2$ 的必要条件.

故应选 C.

17.（2001・上海市）已知 a、b 为两条不同的直线，α、β 为两个不同的平面，且 $a\perp\alpha$，$b\perp\beta$，则下列命题中的假命题是（　　）

A. 若 $a /\!/ b$，则 $\alpha /\!/ \beta$　　B. 若 $\alpha\perp\beta$，则 $a\perp b$

C. 若 a、b 相交，则 α、β 相交　　D. 若 α、β 相交，则 a、b 相交

考查点：空间有关线面平行、线面垂直的判定定理和性质定理，空间想像能力及逻辑推理能力，几何命题证明中常用的反证法.

失分点：不会运用有关定理及推论进行推理和判断以及缺乏空间想像能力都是失分的原因.

解析：$\left.\begin{matrix}a /\!/ b\\ a\perp\alpha\end{matrix}\right\}\Rightarrow\left.\begin{matrix}b\perp\alpha\\ b\perp\beta\end{matrix}\right\}\Rightarrow\alpha /\!/ \beta$，可知命题 A 为真.

$\left.\begin{matrix}\alpha\perp\beta\\ b\perp\beta\end{matrix}\right\}\Rightarrow\left.\begin{matrix}b /\!/ \alpha \text{ 或 } b\subset\alpha\\ a\perp\alpha\end{matrix}\right\}\Rightarrow a\perp b$，可知命题 B 为真.

对于选项 C，假设 α、β 不相交，$\left.\begin{matrix}\text{则 } \alpha /\!/ \beta\\ \text{又 } a\perp\alpha\end{matrix}\right\}\Rightarrow\left.\begin{matrix}a\perp\beta\\ \text{又 } b\perp\beta\end{matrix}\right\}\Rightarrow a /\!/ b$,

这与 a、b 相交矛盾，故选项 C 为真.

由 α 与 β 相交，$a\perp\alpha$，$b\perp\beta$ 可知，a 与 b 不一定相交，故“若 α、β 相交则 a、b 相交”是假命题，应选 D.

18.（2000・全国）设集合 $A=\{x|x\in\mathbf{Z}$ 且 $-10\leqslant x\leqslant-1\}$，$B=\{x|x\in\mathbf{Z}$ 且 $|x|\leqslant5\}$，则 $A\cup B$ 中的元素个数是（　　）

A. 11　　B. 10　　C. 16　　D. 15

考查点：集合的表示、集合的化简及集合的运算.

失分点:不会准确化简集合A、B是失分的主要原因.

解析:$\because A=\{x|x\in\mathbf{Z}且-10\leqslant x\leqslant -1\}$

$=\{-10,-9,-8,-7,-6,\cdots -1\}$

$B=\{x|x\in\mathbf{Z}且|x|\leqslant 5\}$

$=\{x|x\in\mathbf{Z}且-5\leqslant x\leqslant 5\}$

$=\{-5,-4,-3,-2,-1,0,1,\cdots 5\}$

$\therefore A\cup B=\{-10,-9,\cdots -1\}\cup\{-5,-4,\cdots 4,5\}$

$=\{-10,-9\cdots -1,0,1,2,3,4,5\}$

故$A\cup B$中元素的个数为16,应选C.

19.(2000·全国)设集合A和B都是自然数集N,映射$f:A\to B$把集合A中的元素n映射到集合B中的元素2^n+n,则在映射f下,象20的原象是 ( )

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

考查点:映射的概念、原象与象的概念及方程的根的定义.

失分点:不会由原象是n,对应的象是2^n+n得到方程:$2^n+n=20$;不会由方程根的定义利用备选答案代入验证都将造成失分.

解析:由$n\xrightarrow{f}2^n+n$　得$2^n+n=20$,

将备选答案逐一代入上式可知$n=4$,故应选C.

20.(2000·全国、两省一市)设集合A和B都是坐标平面上的点集$\{(x,y)|x,y\in\mathbf{R}\}$,映射$f:A\to B$把集合$A$中的元素$(x,y)$映射成集合$B$中的元素$(x+y,x-y)$,则在映射$f$下,象$(2,1)$的原象是 ( )

A. $(3,1)$　　B. $\left(\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right)$　　C. $\left(\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right)$　　D. $(1,3)$

考查点:映射的概念、象与原象的概念,二元一次方程组的求解.

失分点:不能由原象(x,y)得象是$(x+y,x-y)$,不能由象$(2,1)$构成关于x、y的二元一次方程组是失分的主要原因.

解析:$\because (x,y)\xrightarrow{f}(x+y,x-y)$

即:$x\xrightarrow{f}x+y$,$y\xrightarrow{f}x-y$,

$\therefore$由象$(2,1)$可得

$$\begin{cases}x+y=2\\x-y=1\end{cases}解之得\begin{cases}x=\frac{3}{2}\\y=\frac{1}{2}\end{cases}$$

即$(2,1)$的原象是$\left(\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right)$,应选B.

21.(2000·上海市·春招)"$a=1$"是函数$y=\cos^2ax-\sin^2ax$的最小正周期为π的 ( )

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件　　C. 充要条件　　D. 既非充分也非必要条件

考查点:充要条件、二倍角的余弦公式、最小正周期的概念.

失分点:分不清命题的条件和结论,不会利用三角公式将所给式子化简,不会利用周期公式求最小正周期都将造成失分.

解析:本题中"$a=1$"是命题的条件,"函数$y=\cos^2ax-\sin^2ax$的最小正周期为π"是命题的结论.

由$a=1$可得$y=\cos^2x-\sin^2x=\cos 2x$,该函数的最小正周期为$\pi$.

由$y=\cos^2ax-\sin^2ax=\cos 2ax$的最小正周期为$\pi$,得$\frac{2\pi}{|2a|}=\pi$,即$a=\pm 1$.

所以"$a=1$"是"函数$y=\cos^2ax-\sin^2ax$的最小正周期为π"的充分而非必要条件.

故应选A.

22.(2000·上海市)若集合$S=\{y|y=3^x,x\in\mathbf{R}\}$,$T=\{y|y=x^2-1,x\in\mathbf{R}\}$,则$S\cap T$是 ( )

A. S　　B. T　　C. $\varnothing$　　D. 有限集