高等院校电气工程系列教材

北京市高等教育精品教材立项项目

工程电磁场

王泽忠　全玉生　卢斌先　编著

清华大学出版社

高等院校电气工程系列教材

北京市高等教育精品教材立项项目

工程电磁场

王泽忠　全玉生　卢斌先　编著

清华大学出版社

北　京

内容简介

本书体现了面向工程的电磁场内容体系。全书共分 11 章。第 1 章矢量分析与场论基础是全书的数学基础。第 2～5 章分别从库仑定律、电荷守恒定律、安培定律、法拉第定律和麦克斯韦位移电流假设推导出静电场、恒定电场、恒定磁场和时变电磁场的基本方程，并将其表述为边值问题。第 6 章论述了镜像法的基本原理，并将其推广到模拟电荷法。第 7 章基于加权余量概念介绍了工程中常用的有限元法和边界元法。第 8～10 章分别讨论了电磁场的能量和力、平面电磁波和电路参数计算原理。第 11 章介绍了电气工程中典型的电磁场问题，包括变压器的磁场、电机的磁场、绝缘子的电场、三相输电线路的工频电磁环境以及三相输电线路的电容和电感参数。

本书是根据北京市高等教育精品教材立项编写的教材，可供普通高等学校电气工程类专业本科学生作为教材或参考书使用，也可供相关专业研究生、教师和其他科技人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

工程电磁场/王泽忠，全玉生，卢斌先编著. —北京：清华大学出版社，2004.9
(高等院校电气工程系列教材)
ISBN 7-302-09161-7

Ⅰ.工… Ⅱ.①王… ②全… ③卢… Ⅲ.电磁场—高等学校—教材 Ⅳ.O441.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 078128 号

出 版 者：清华大学出版社
http://www.tup.com.cn
社 总 机：010-62770175
地　　址：北京清华大学学研大厦
邮　　编：100084
客户服务：010-62776969
组稿编辑：陈国新
文稿编辑：陈　力
印 装 者：清华大学印刷厂
发 行 者：新华书店总店北京发行所
开　　本：185×260　**印张**：16.5　**插页**：2　**字数**：385 千字
版　　次：2004 年 9 月第 1 版　2004 年 9 月第 1 次印刷
书　　号：ISBN 7-302-09161-7/TM・52
印　　数：1～3000
定　　价：25.00 元

前言

“电磁场”是电气工程专业一门重要的技术基础课。随着计算机技术的发展,用电磁场的观点和方法直接解决工程问题的电磁场技术越来越多地应用于电气工程等领域。因此,近年来国内外教科书和课程有将“电磁场”改为“工程电磁场”的趋势。这不仅仅是一个书名和课程名称的改变,它的意义还必然反映在教材和课程内容的改革当中。纵观近年来国内出版的《工程电磁场》教材,大部分在内容上作了一些小的调整。笔者认为,“工程电磁场”课程及其教科书的改革应当以内容体系的改革为主,并在本书的编写过程中体现了这一观点。

“工程电磁场”课程内容,必须面向工程。那么工程中的电磁场问题是如何解决的呢?典型的工程电磁场问题的解决方法可分为两类。一类是应用电磁场概念对工程问题进行简化,用解析解法对简化模型进行求解,以经验系数对结果进行修正并应用于复杂的工程问题。另一类是应用电磁场概念对工程问题进行数学建模,通过数值计算方法对模型进行求解,将求解结果应用于复杂的工程问题。前一类方法是传统方法,其优点是物理概念清晰、计算简单和便于使用,但其致命的缺点是准确度低。而后一类方法的特点是准确度高,适用于更复杂的工程问题。“工程电磁场”课程内容必须为这两类方法特别是后一类方法提供基础。因此,本书在内容安排上强调数值计算方法的重要性,专门设置第7章系统介绍有限元法与边界元法。工程电磁场问题的数学建模就是将其表述为边值问题。而运用电磁场基本原理分析问题的一个直接结果就是对边值问题的表述。因此本书在第2～5章分别从库仑定律、电荷守恒定律、安培定律、法拉第定律和麦克斯韦位移电流假设推导出静电场、恒定电场、恒定磁场和时变电磁场的基本方程后,均将其表述为边值问题来讨论。

作为电气工程专业的技术基础课,“工程电磁场”还必须起到衔接大学物理电磁学与专业课程的作用。大学物理电磁学注重电磁关系的整体特性,分析场的特性时也以场的积分形式方程为主。“工程电磁场”与大学物理电磁学在内容上有交叉但不应有较多重复。因此,本书注重电磁场的空间性质,特别强调场在空间中每一点的性质,分析时多采用场的微分形式方程。电磁场微分形式的基本方程是建立在库仑定律、安培定律、法拉第定律和麦克斯韦位移电流假设基础上的。本书利用这三大实验定律建立起由场源产生场量的积分表达式,通过对场量进行散度和旋度运算得出场的基本方程的微分形式,再通过散度定理和斯托克斯定理将微分形式转换为积分形式与大学物理学中讨论的电磁场方程的积分形式相呼应,加深对场的性质的理解,揭示出两种形式的场方程之间的联系。这

样，本书前五章完成了从实验定律到基本方程再到边值问题的系统论述。

此外，本书还在第6章论述了镜像法的基本原理，将其纳入到基于场的惟一性定理的等效场源法之中，并推广到工程中广泛应用的模拟电荷法；第8～10章分别将电磁场的能量和力、平面电磁波以及电路参数的计算原理作为专题进行了讨论；第11章讨论了变压器的磁场、电机的磁场、绝缘子的电场、三相输电线路的工频电磁环境以及三相输电线路的电容和电感参数等电气工程中典型的电磁场问题。

本书是笔者多年从事“工程电磁场”教学工作的经验总结，主要由王泽忠编写，并负责全书内容体系安排，全玉生和卢斌先编写了部分内容。

本书是2001年北京市高等教育精品教材立项项目，可作为普通高等学校电气工程类专业本科教材或参考书，也可供相关专业研究生、教师和其他科技人员参考。由于笔者水平有限，书中错误在所难免，希望广大读者批评指正。

作　者

2004年1月于北京

符号说明

$\boldsymbol{A}$ 矢量磁位

A 面积，功，$\boldsymbol{A}$ 的模

$\dot{\boldsymbol{A}}$ 矢量的相量

$\dot{\boldsymbol{A}}^*$ 矢量相量的共轭

$\boldsymbol{a}$ 矢量

a 半径，$\boldsymbol{a}$ 的模

$\boldsymbol{B}$ 磁感应强度（磁通密度）

B $\boldsymbol{B}$ 的模

$\boldsymbol{C}$ 常矢量

C 电容，常数

c 常数，真空中的光速，待定系数

$\boldsymbol{D}$ 电位移矢量

D $\boldsymbol{D}$ 的模，距离

$\boldsymbol{d}$ 距离矢量

d 距离，透入深度

$\boldsymbol{E}$ 电场强度

$\boldsymbol{E}_C$ 库仑电场强度

$\boldsymbol{E}_e$ 局外电场强度

$\boldsymbol{E}_i$ 感应电场强度

$\boldsymbol{E}_T$ 总电场强度

E $\boldsymbol{E}$ 的模

$\boldsymbol{e}$ 单位矢量

e 电动势

$\boldsymbol{F}$ 力

F $\boldsymbol{F}$ 的模

$\boldsymbol{f}$ 力

f 频率

G 电导，$\boldsymbol{G}$ 的模，格林函数

$\boldsymbol{g}$ 广义坐标矢量

g 广义坐标

$\boldsymbol{H}$ 磁场强度

H $\boldsymbol{H}$ 的模

h 高度

I 电流（有效值）

I_M 磁化电流

i 电流（瞬时值）

$\boldsymbol{J}$ 体电流密度

$\boldsymbol{J}_C$ 传导电流密度

$\boldsymbol{J}_D$ 位移电流密度

$\boldsymbol{J}_v$ 运流电流密度

$\boldsymbol{J}_T$ 全电流密度

J $\boldsymbol{J}$ 的模

$\boldsymbol{K}$ 面电流密度

K 常数，$\boldsymbol{K}$ 的模

k 常数

L 电感，自感，距离，算符

L_i 内自感

L_e 外自感

$\boldsymbol{l}$ 有向曲线

l 曲线，长度

$\boldsymbol{M}$ 磁化强度

M 互感，$\boldsymbol{M}$ 的模

$\boldsymbol{m}$ 磁偶极矩

m $\boldsymbol{m}$ 的模

N 整数，匝数，形状函数

$\boldsymbol{P}$ 极化强度

P 有功功率，$\boldsymbol{P}$ 的模

$\boldsymbol{p}$ 电偶极矩

p $\boldsymbol{p}$ 的模，功率密度

Q 无功功率，电荷量

q 电荷量

q_P 极化电荷

$\boldsymbol{R}$ 距离矢量

R 距离，半径，余量

$\boldsymbol{r}$ 矢量半径

r 球坐标，圆柱坐标，半径

$\boldsymbol{S}$ 有向曲面

$\boldsymbol{S}_P$ 坡印亭矢量

$\tilde{\boldsymbol{S}}_P$ 复坡印亭矢量

S 面积

$\boldsymbol{T}$ 力矩

T 周期，时间

t 时间

U 电压

u 电压（瞬时值），基函数

V 体积

$\boldsymbol{v}$ 速度

v $\boldsymbol{v}$的模，波速

W 能量

w 能量密度，权函数

w_e 电场能量密度

w_m 磁场能量密度

X 电抗

x 直角坐标

Y 导纳

y 直角坐标

Z 阻抗

Z_C 特性阻抗

Z_{C0} 真空的特性阻抗

z 直角坐标，圆柱坐标

α 球坐标，圆柱坐标，电位系数，角度，衰减系数

β 角度，相位常数，感应系数

Γ 传播常数，环量

γ 电导率

ε 介电常数

ε_0 真空的介电常数

ε_r 相对介电常数

θ 球坐标

λ 实数，波长

μ 实数，磁导率

μ_0 真空的磁导率

μ_r 相对磁导率

ρ 体电荷密度

ρ_R 电阻率

σ 面电荷密度

τ 线电荷密度，时间常数

Φ 通量，磁通（量）

φ 电位

φ_m 标量磁位

ϕ 标量，角度

χ 极化率

χ_m 磁化率

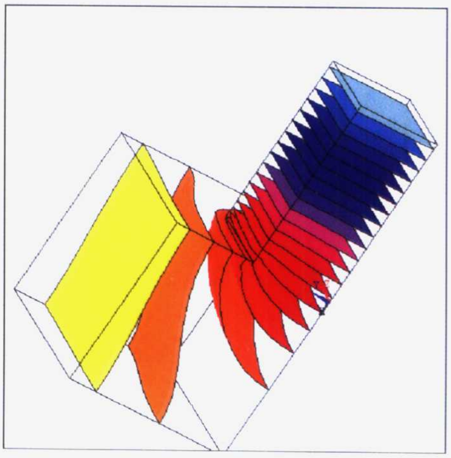
Ψ 磁链

ψ 初相角

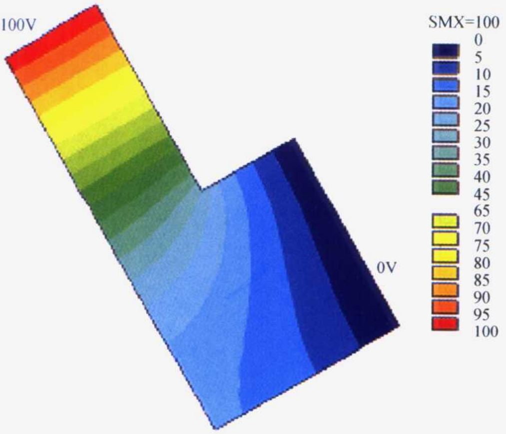
ω 角频率，角速度

ξ 局部坐标

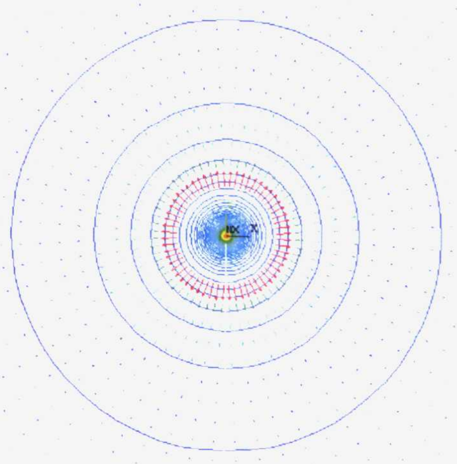
η 局部坐标



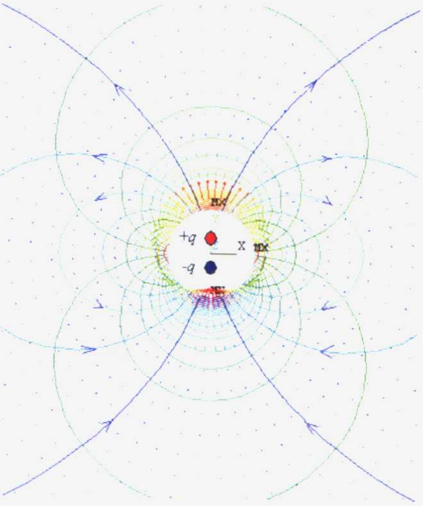
彩图 1



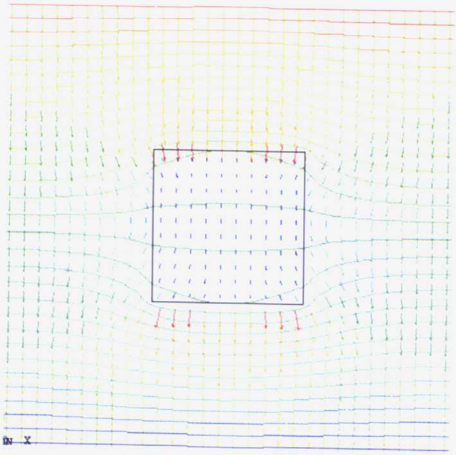
彩图 2



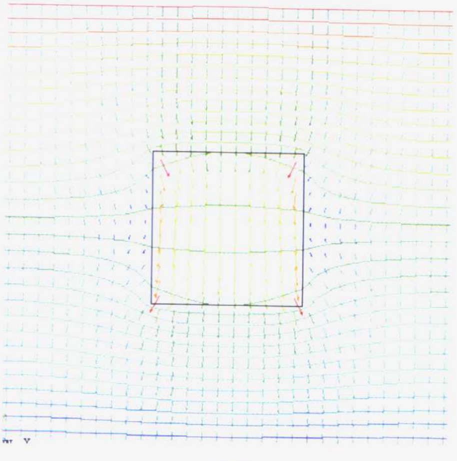
彩图 3



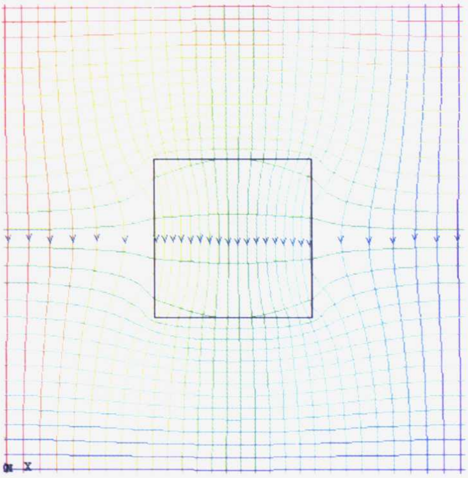
彩图 4



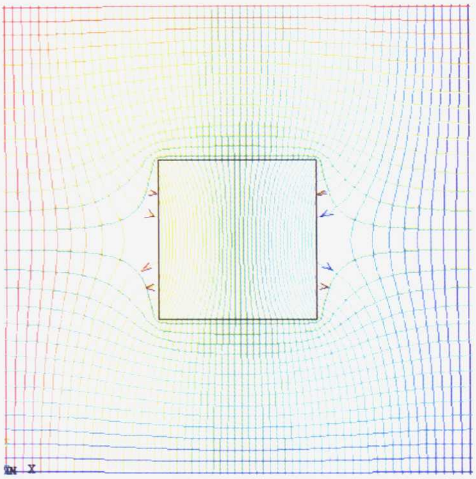
彩图 5



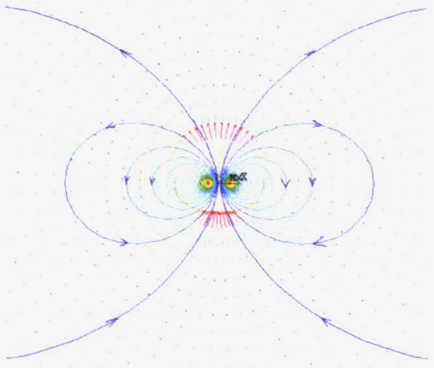
彩图 6



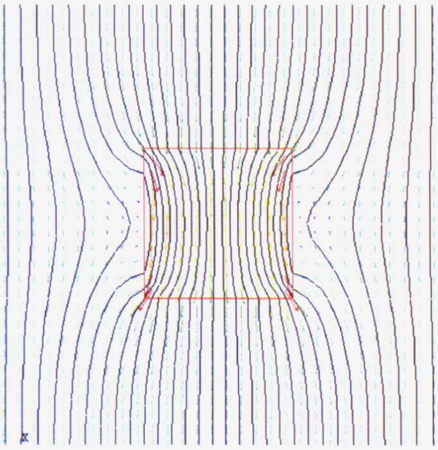
彩图 7



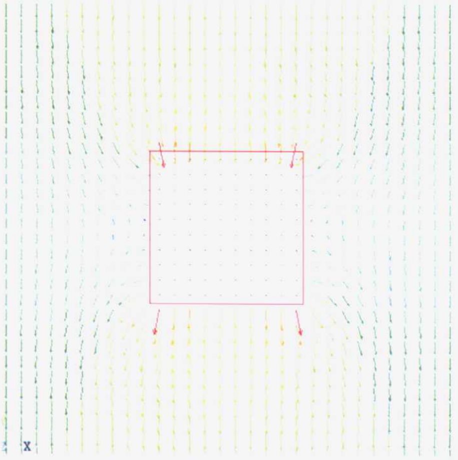
彩图 8



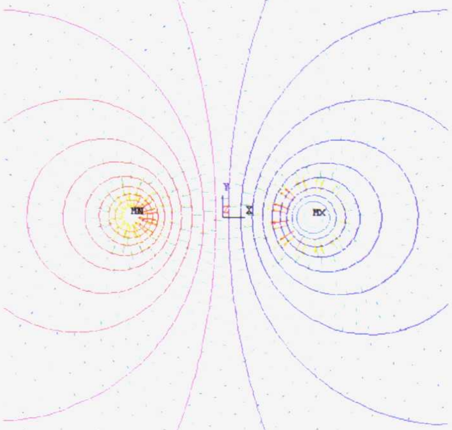
彩图 9



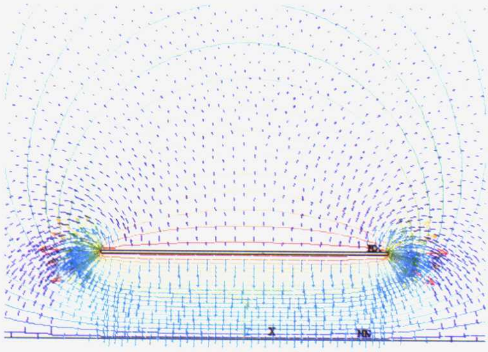
彩图 10



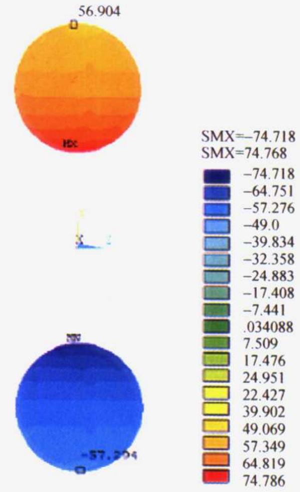
彩图 11



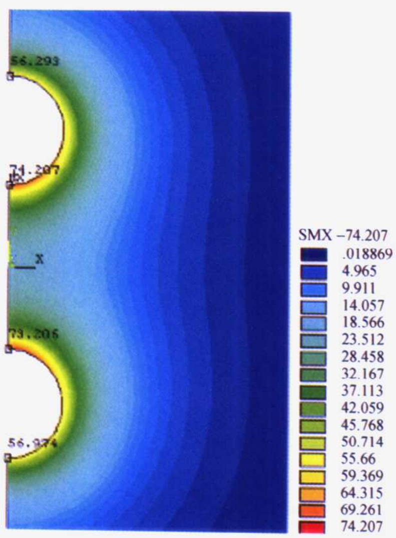
彩图 12



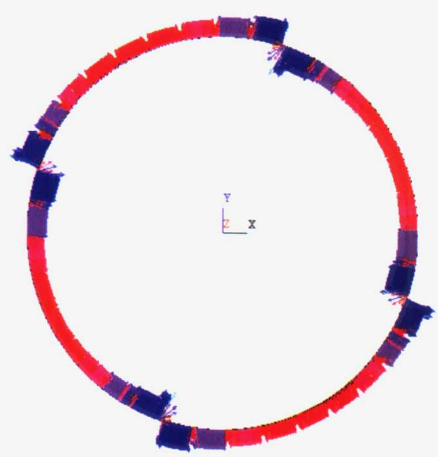
彩图 13



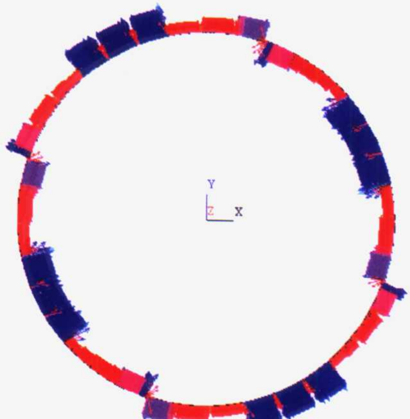
彩图 14



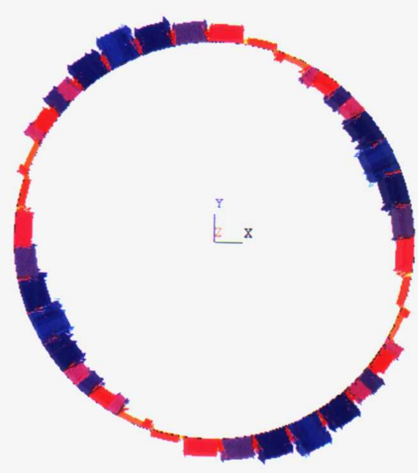
彩图 15



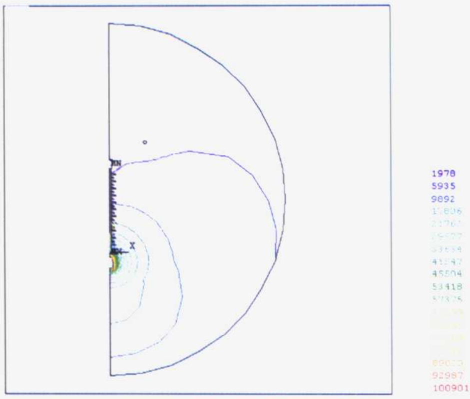
彩图 16



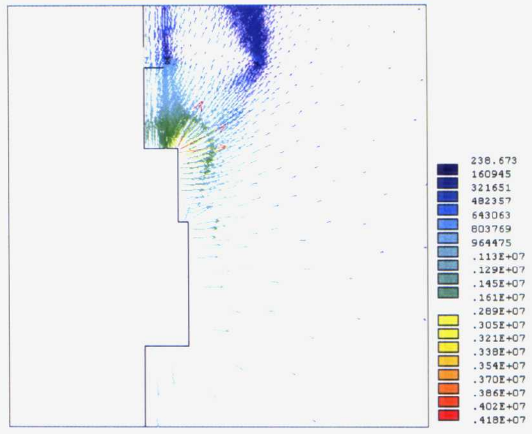
彩图 17



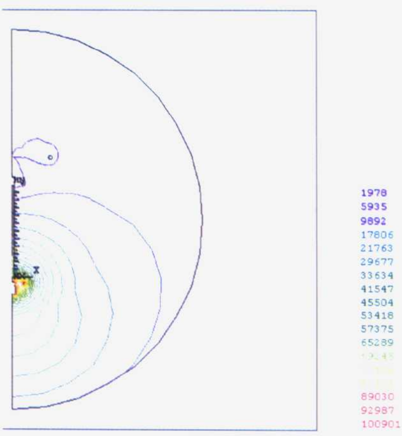
彩图 18



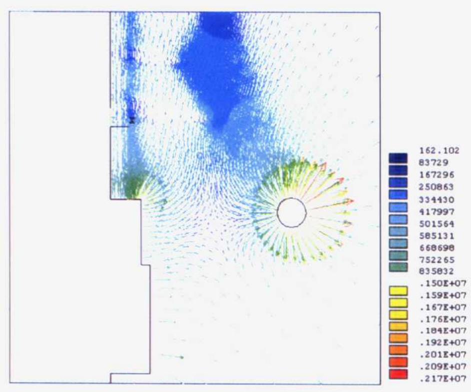
彩图 19



彩图 20



彩图 21



彩图 22

目录

第1章 矢量分析与场论基础

本章提示：

矢量分析与场论是用来研究电磁场的重要工具。本章首先在矢量分析部分给出矢量代数运算的有关公式，以及矢量函数的微分与积分的运算规则，然后在场论部分介绍场的基本概念，导出标量场的等值面方程和矢量场的矢量线方程，并介绍源点和场点的基本概念及其相互关系。通过介绍标量函数方向导数的概念，给出梯度的定义，导出直角坐标系中梯度的计算公式；通过介绍矢量函数通量的概念，给出散度的定义，导出直角坐标系中散度的计算公式；通过介绍矢量函数环量和环量面密度的概念，给出旋度的定义，导出直角坐标系中旋度的计算公式。此外，还给出哈米尔顿算子的定义和运算规则，用哈米尔顿算子表示梯度、散度和旋度。最后，给出三种常用坐标系中有关的公式。应重点掌握梯度、散度和旋度的定义、计算公式和运算规则，以及散度定理、斯托克斯定理、格林定理和亥姆霍兹定理。

1.1 矢量分析公式

1. 矢量代数公式

(1) 标量、矢量和单位矢量

只有大小，没有空间方向的量称为标量。

不仅具有大小，而且具有空间方向的量称为矢量。

矢量的大小用绝对值表示，叫做矢量的模。

模为 1 的矢量叫做单位矢量，用 $\boldsymbol{e}$ 表示。如 $\boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{e}_y, \boldsymbol{e}_z$ 分别表示与直角坐标系中 x, y, z 三个坐标轴同方向的单位矢量。

(2) 矢量的加减法

设 $\boldsymbol{A}=A_x\boldsymbol{e}_x+A_y\boldsymbol{e}_y+A_z\boldsymbol{e}_z$，$\boldsymbol{B}=B_x\boldsymbol{e}_x+B_y\boldsymbol{e}_y+B_z\boldsymbol{e}_z$，则

$$\boldsymbol{A}\pm\boldsymbol{B}=(A_x\pm B_x)\boldsymbol{e}_x+(A_y\pm B_y)\boldsymbol{e}_y+(A_z\pm B_z)\boldsymbol{e}_z$$

其几何关系如图 1-1-1 所示。矢量加法满足平行四边形法则。

(3) 矢量的数乘

$$\lambda\boldsymbol{A}=\lambda A_x\boldsymbol{e}_x+\lambda A_y\boldsymbol{e}_y+\lambda A_z\boldsymbol{e}_z$$

式中，λ 为实数。

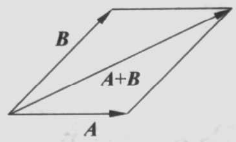


图 1-1-1 二矢量之和

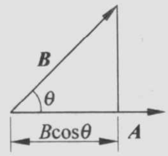


图 1-1-2 二矢量点积

(4) 矢量的点积

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=AB\cos\theta=A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z$$

式中，θ 是矢量 $\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$ 之间的夹角，$B\cos\theta$ 是矢量 $\boldsymbol{B}$ 在矢量 $\boldsymbol{A}$ 方向上的投影(如图1-1-2所示)，$A\cos\theta$ 是矢量 $\boldsymbol{A}$ 在矢量 $\boldsymbol{B}$ 方向上的投影。

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{A}$$

$$\boldsymbol{C}\cdot(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})=\boldsymbol{C}\cdot\boldsymbol{A}+\boldsymbol{C}\cdot\boldsymbol{B}$$

$$(\lambda\boldsymbol{A})\cdot(\mu\boldsymbol{B})=\lambda\mu\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}$$

式中，λ，μ 为实数。

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}^2=AA=A^2$$

(5) 矢量的叉积

$$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}=AB\sin\theta\boldsymbol{e}_n=(A_yB_z-A_zB_y)\boldsymbol{e}_x+(A_zB_x-A_xB_z)\boldsymbol{e}_y+(A_xB_y-A_yB_x)\boldsymbol{e}_z$$

$$=\begin{vmatrix}\boldsymbol{e}_x & \boldsymbol{e}_y & \boldsymbol{e}_z\\ A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}$$

式中，$\boldsymbol{e}_n$ 是与矢量 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 都垂直的单位矢量，$\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$ 和 $\boldsymbol{e}_n$ 构成右手螺旋关系；θ 是矢量 $\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$ 之间的夹角。图 1-1-3 中灰色平行四边形的面积就是 $\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}$ 的模。$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}$ 与 $\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{A}$ 方向相反。

$$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}=-(\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{A})$$

$$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{A}=0$$

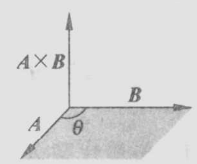


图 1-1-3 二矢量叉积

(6) 矢量的混合积

$$\boldsymbol{A}\cdot(\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C})=\boldsymbol{B}\cdot(\boldsymbol{C}\times\boldsymbol{A})=\boldsymbol{C}\cdot(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B})$$

$$\boldsymbol{A}\times(\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C})=\boldsymbol{B}\cdot(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{C})-\boldsymbol{C}\cdot(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B})$$

2. 矢量函数的微分公式

(1) $\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{A}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}A_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_x+\dfrac{\mathrm{d}A_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_y+\dfrac{\mathrm{d}A_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_z$

(2) $\mathrm{d}\boldsymbol{A}=\mathrm{d}A_x\boldsymbol{e}_x+\mathrm{d}A_y\boldsymbol{e}_y+\mathrm{d}A_z\boldsymbol{e}_z$

(3) $\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{C}}{\mathrm{d}t}=0$

式中，$\boldsymbol{C}$ 是常矢量。

(4) $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{A}}{\mathrm{d}t}+\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{B}}{\mathrm{d}t}$

(5) $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(k\boldsymbol{A})=k\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{A}}{\mathrm{d}t}$

式中，k 是常数。

(6) $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(u\boldsymbol{A})=u\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{A}}{\mathrm{d}t}+\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{A}$

(7) $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B})=\boldsymbol{A}\cdot\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{B}}{\mathrm{d}t}+\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{A}}{\mathrm{d}t}\cdot\boldsymbol{B}$

(8) $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B})=\boldsymbol{A}\times\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{B}}{\mathrm{d}t}+\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{A}}{\mathrm{d}t}\times\boldsymbol{B}$

(9) 设 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}(u)$，$u=u(t)$，则$\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{A}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{A}}{\mathrm{d}u}\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$

3. 矢量函数的积分公式

(1) $$\begin{aligned}\int\boldsymbol{A}(t)\mathrm{d}t &= \left[\int A_x(t)\mathrm{d}t\right]\boldsymbol{e}_x+\left[\int A_y(t)\mathrm{d}t\right]\boldsymbol{e}_y+\left[\int A_z(t)\mathrm{d}t\right]\boldsymbol{e}_z\\ &= B_x(t)\boldsymbol{e}_x+B_y(t)\boldsymbol{e}_y+B_z(t)\boldsymbol{e}_z+C_x\boldsymbol{e}_x+C_y\boldsymbol{e}_y+C_z\boldsymbol{e}_z\end{aligned}$$

式中，$B_x(t)$，$B_y(t)$，$B_z(t)$ 分别是 $A_x(t)$，$A_y(t)$，$A_z(t)$ 的原函数；C_x，C_y，C_z 是任意常数。

(2) $\int\boldsymbol{A}(t)\mathrm{d}t=\boldsymbol{B}(t)+\boldsymbol{C}$

式中，$\boldsymbol{B}(t)$ 是 $\boldsymbol{A}(t)$ 的原函数；$\boldsymbol{C}$ 是任意常矢量。

(3) $\int[\boldsymbol{A}(t)+\boldsymbol{B}(t)]\mathrm{d}t=\int\boldsymbol{A}(t)\mathrm{d}t+\int\boldsymbol{B}(t)\mathrm{d}t$

(4) $\int k\boldsymbol{A}(t)\mathrm{d}t=k\int\boldsymbol{A}(t)\mathrm{d}t$

式中，k 是常数。

(5) $\int\boldsymbol{C}\cdot\boldsymbol{A}(t)\mathrm{d}t=\boldsymbol{C}\cdot\int\boldsymbol{A}(t)\mathrm{d}t$

式中，$\boldsymbol{C}$ 是常矢量。

(6) $\int\boldsymbol{C}\times\boldsymbol{A}(t)\mathrm{d}t=\boldsymbol{C}\times\int\boldsymbol{A}(t)\mathrm{d}t$

式中，$\boldsymbol{C}$ 是常矢量。

1.2　场的基本概念和可视化

1. 场的基本概念

在许多学科领域中，为了考察某些物理量在空间的分布和变化规律，需要引入场的概念。

如果空间中的每一点都对应着某个物理量的一个确定的值，我们就说在这空间里确定了该物理量的场。

场中的每一点都对应着一个物理量——场量的值。场量为标量的场称为标量场，如温度场、能量场、电位场等。场量为矢量的场称为矢量场，如速度场、力场、电场和磁场等。