

高等院校电气工程系列教材



北京市高等教育精品教材立项项目

# 工程电磁场

王泽忠 全玉生 卢斌先 编著

清华大学出版社

高等院校电气工程系列教材



北京市高等教育精品教材立项项目

# 工程电磁场

王泽忠 全玉生 卢斌先 编著

清华大学出版社  
北京

## 内 容 简 介

本书体现了面向工程的电磁场内容体系。全书共分11章。第1章矢量分析与场论基础是全书的数学基础。第2~5章分别从库仑定律、电荷守恒定律、安培定律、法拉第定律和麦克斯韦位移电流假设推导出静电场、恒定电场、恒定磁场和时变电磁场的基本方程,并将其表述为边值问题。第6章论述了镜像法的基本原理,并将其推广到模拟电荷法。第7章基于加权余量概念介绍了工程中常用的有限元法和边界元法。第8~10章分别讨论了电磁场的能量和力、平面电磁波和电路参数计算原理。第11章介绍了电气工程中典型的电磁场问题,包括变压器的磁场、电机的磁场、绝缘子的电场、三相输电线路的工频电磁环境以及三相输电线路的电容和电感参数。

本书是根据北京市高等教育精品教材立项编写的教材,可供普通高等学校电气工程类专业本科生作为教材或参考书使用,也可供相关专业研究生、教师和其他科技人员参考。

版权所有,翻印必究。举报电话:010-62782989 13901104297 13801310933

### 图书在版编目(CIP)数据

工程电磁场/王泽忠,全玉生,卢斌先编著. —北京:清华大学出版社,2004.9

(高等院校电气工程系列教材)

ISBN 7-302-09161-7

I. 工… II. ①王… ②全… ③卢… III. 电磁场—高等学校—教材 IV. O441.4

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第078128号

出 版 者: 清华大学出版社

<http://www.tup.com.cn>

社 总 机: 010-62770175

地 址: 北京清华大学学研大厦

邮 编: 100084

客 户 服 务: 010-62776969

组稿编辑: 陈国新

文稿编辑: 陈 力

印 装 者: 清华大学印刷厂

发 行 者: 新华书店总店北京发行所

开 本: 185×260 印张: 16.5 插页: 2 字数: 385千字

版 次: 2004年9月第1版 2004年9月第1次印刷

书 号: ISBN 7-302-09161-7/TM·52

印 数: 1~3000

定 价: 25.00元

本书如存在文字不清、漏印以及缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:(010)62770175-3103或(010)62795704

“电磁场”是电气工程专业一门重要的技术基础课。随着计算机技术的发展,用电磁场的观点和方法直接解决工程问题的电磁场技术越来越多地应用于电气工程等领域。因此,近年来国内外教科书和课程有将“电磁场”改为“工程电磁场”的趋势。这不仅仅是一个书名和课程名称的改变,它的意义还必然反映在教材和课程内容的改革当中。纵观近年来国内出版的《工程电磁场》教材,大部分在内容上作了一些小的调整。笔者认为,“工程电磁场”课程及其教科书的改革应当以内容体系的改革为主,并在本书的编写过程中体现了这一观点。

“工程电磁场”课程内容,必须面向工程。那么工程中的电磁场问题是如何解决的呢?典型的工程电磁场问题的解决方法可分为两类。一类是应用电磁场概念对工程问题进行简化,用解析解法对简化模型进行求解,以经验系数对结果进行修正并应用于复杂的工程问题。另一类是应用电磁场概念对工程问题进行数学建模,通过数值计算方法对模型进行求解,将求解结果应用于复杂的工程问题。前一类方法是传统方法,其优点是物理概念清晰、计算简单和便于使用,但其致命的缺点是准确度低。而后一类方法的特点是准确度高,适用于更复杂的工程问题。“工程电磁场”课程内容必须为这两类方法特别是后一类方法提供基础。因此,本书在内容安排上强调数值计算方法的重要性,专门设置第7章系统介绍有限元法与边界元法。工程电磁场问题的数学建模就是将其表述为边值问题。而运用电磁场基本原理分析问题的一个直接结果就是对边值问题的表述。因此本书在第2~5章分别从库仑定律、电荷守恒定律、安培定律、法拉第定律和麦克斯韦位移电流假设推导出静电场、恒定电场、恒定磁场和时变电磁场的基本方程后,均将其表述为边值问题来讨论。

作为电气工程专业的技术基础课,“工程电磁场”还必须起到衔接大学物理电磁学专业课程的作用。大学物理电磁学注重电磁关系的整体特性,分析场的特性时也以场的积分形式方程为主。“工程电磁场”与大学物理电磁学在内容上有交叉但不应有较多重复。因此,本书注重电磁场的空间性质,特别强调场在空间中每一点的性质,分析时多采用场的微分形式方程。电磁场微分形式的基本方程是建立在库仑定律、安培定律、法拉第定律和麦克斯韦位移电流假设基础上的。本书利用这三大实验定律建立起由场源产生场量的积分表达式,通过对场量进行散度和旋度运算得出场的基本方程的微分形式,再通过散度定理和斯托克斯定理将微分形式转换为积分形式与大学物理学中讨论的电磁场方程的积分形式相呼应,加深对场的性质的理解,揭示出两种形式的场方程之间的联系。这

样,本书前五章完成了从实验定律到基本方程再到边值问题的系统论述。

此外,本书还在第6章论述了镜像法的基本原理,将其纳入到基于场的惟一性定理的等效场源法之中,并推广到工程中广泛应用的模拟电荷法;第8~10章分别将电磁场的能量和力、平面电磁波以及电路参数的计算原理作为专题进行了讨论;第11章讨论了变压器的磁场、电机的磁场、绝缘子的电场、三相输电线路的工频电磁环境以及三相输电线路的电容和电感参数等电气工程中典型的电磁场问题。

本书是笔者多年从事“工程电磁场”教学工作的经验总结,主要由王泽忠编写,并负责全书内容体系安排,全玉生和卢斌先编写了部分内容。

本书是2001年北京市高等教育精品教材立项项目,可作为普通高等学校电气工程类专业本科教材或参考书,也可供相关专业研究生、教师和其他科技人员参考。由于笔者水平有限,书中错误在所难免,希望广大读者批评指正。

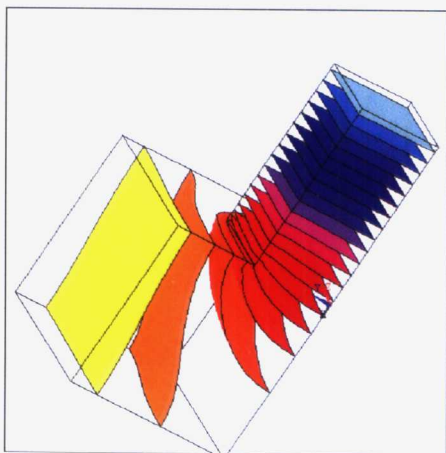
作 者

2004年1月于北京

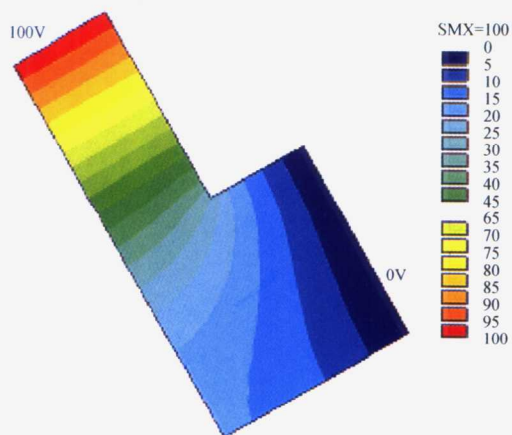
## 符号说明

$A$	矢量磁位	$J_D$	位移电流密度
$A$	面积,功, $A$ 的模	$J_v$	运流电流密度
$\dot{A}$	矢量的相量	$J_T$	全电流密度
$\dot{A}^*$	矢量相量的共轭	$J$	$J$ 的模
$a$	矢量	$K$	面电流密度
$a$	半径, $a$ 的模	$K$	常数, $K$ 的模
$B$	磁感应强度(磁通密度)	$k$	常数
$B$	$B$ 的模	$L$	电感,自感,距离,算符
$C$	常矢量	$L_i$	内自感
$C$	电容,常数	$L_e$	外自感
$c$	常数,真空中的光速,待定系数	$l$	有向曲线
$D$	电位移矢量	$l$	曲线,长度
$D$	$D$ 的模,距离	$M$	磁化强度
$d$	距离矢量	$M$	互感, $M$ 的模
$d$	距离,透入深度	$m$	磁偶极矩
$E$	电场强度	$m$	$m$ 的模
$E_c$	库仑电场强度	$N$	整数,匝数,形状函数
$E_o$	局外电场强度	$P$	极化强度
$E_i$	感应电场强度	$P$	有功功率, $P$ 的模
$E_T$	总电场强度	$p$	电偶极矩
$E$	$E$ 的模	$p$	$p$ 的模,功率密度
$e$	单位矢量	$Q$	无功功率,电荷量
$e$	电动势	$q$	电荷量
$F$	力	$q_p$	极化电荷
$F$	$F$ 的模	$R$	距离矢量
$f$	力	$R$	距离,半径,余量
$f$	频率	$r$	矢量半径
$G$	电导, $G$ 的模,格林函数	$r$	球坐标,圆柱坐标,半径
$g$	广义坐标矢量	$S$	有向曲面
$g$	广义坐标	$S_p$	坡印亭矢量
$H$	磁场强度	$\tilde{S}_p$	复坡印亭矢量
$H$	$H$ 的模	$S$	面积
$h$	高度	$T$	力矩
$I$	电流(有效值)	$T$	周期,时间
$I_M$	磁化电流	$t$	时间
$i$	电流(瞬时值)	$U$	电压
$J$	体电流密度	$u$	电压(瞬时值),基函数
$J_c$	传导电流密度	$V$	体积

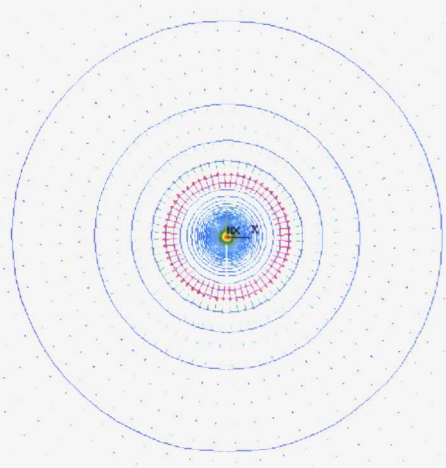
$v$	速度	$\theta$	球坐标
$v$	$v$ 的模, 波速	$\lambda$	实数, 波长
$W$	能量	$\mu$	实数, 磁导率
$w$	能量密度, 权函数	$\mu_0$	真空的磁导率
$w_e$	电场能量密度	$\mu_r$	相对磁导率
$w_m$	磁场能量密度	$\rho$	体电荷密度
$X$	电抗	$\rho_R$	电阻率
$x$	直角坐标	$\sigma$	面电荷密度
$Y$	导纳	$\tau$	线电荷密度, 时间常数
$y$	直角坐标	$\Phi$	通量, 磁通(量)
$Z$	阻抗	$\varphi$	电位
$Z_c$	特性阻抗	$\varphi_m$	标量磁位
$Z_{c0}$	真空的特性阻抗	$\phi$	标量, 角度
$z$	直角坐标, 圆柱坐标	$\chi$	极化率
$\alpha$	球坐标, 圆柱坐标, 电位系数, 角度, 衰减系数	$\chi_m$	磁化率
$\beta$	角度, 相位常数, 感应系数	$\Psi$	磁链
$\Gamma$	传播常数, 环量	$\psi$	初相角
$\gamma$	电导率	$\omega$	角频率, 角速度
$\epsilon$	介电常数	$\xi$	局部坐标
$\epsilon_0$	真空的介电常数	$\eta$	局部坐标
$\epsilon_r$	相对介电常数		



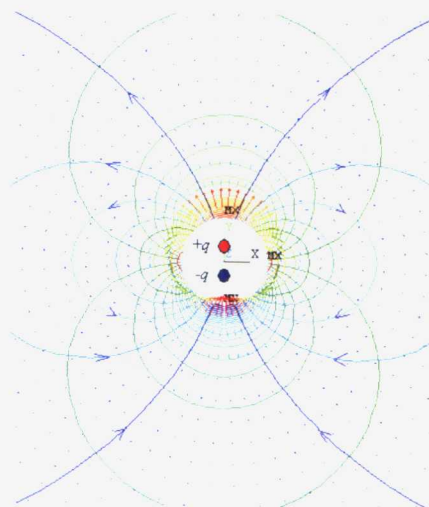
彩图 1



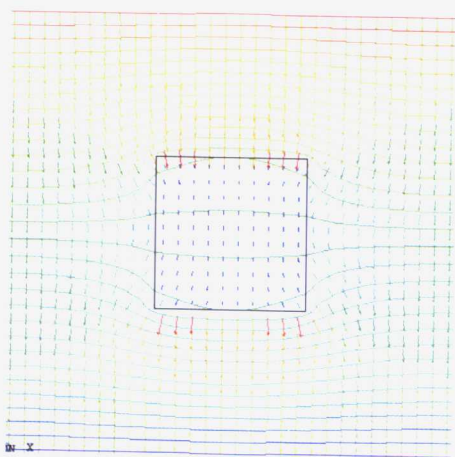
彩图 2



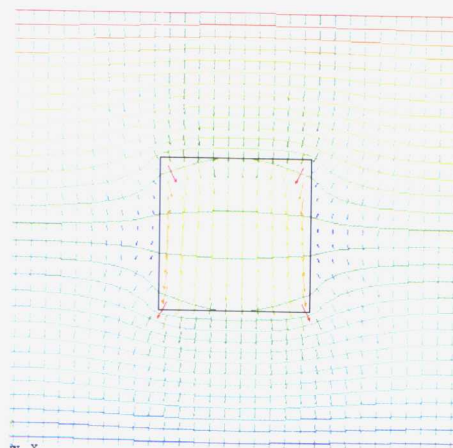
彩图 3



彩图 4

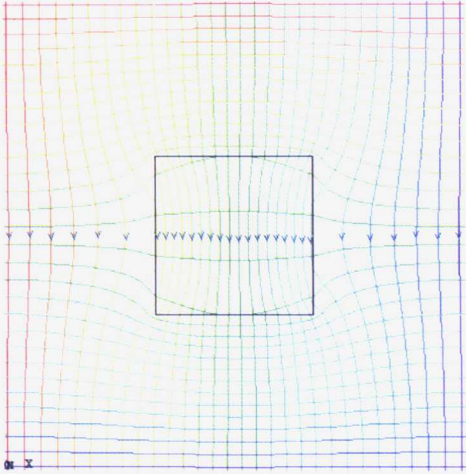


彩图 5

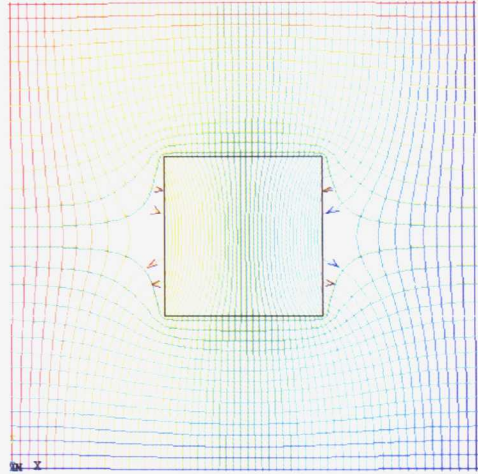


彩图 6

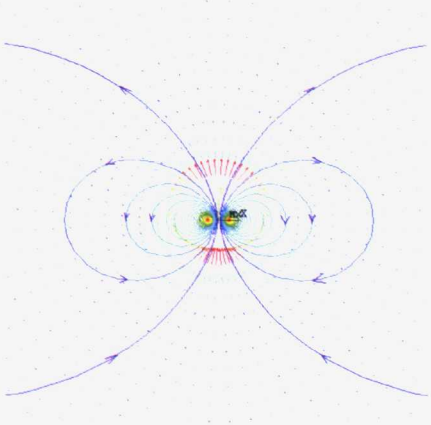




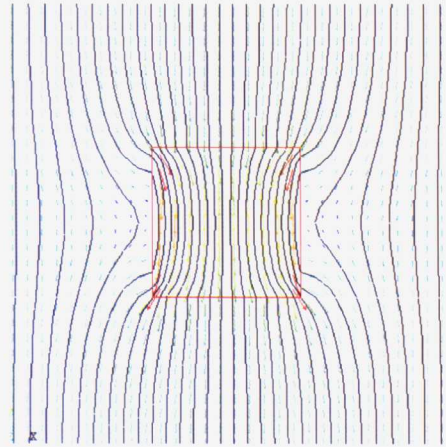
彩图 7



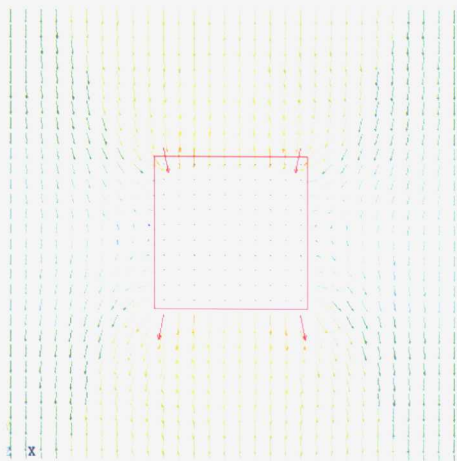
彩图 8



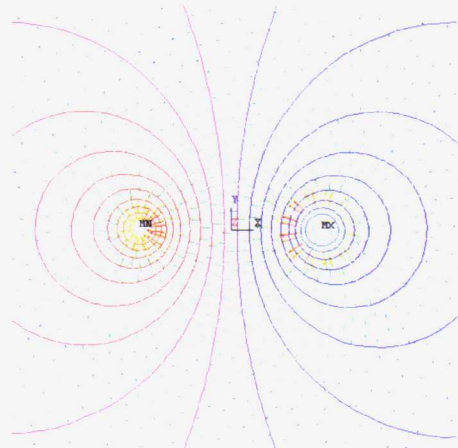
彩图 9



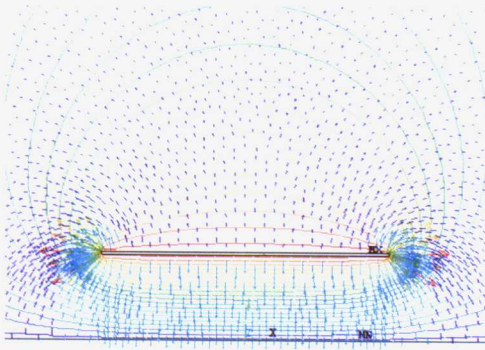
彩图 10



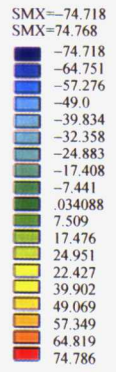
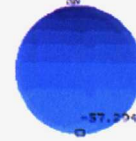
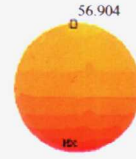
彩图 11



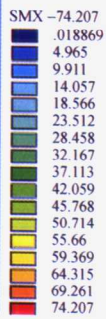
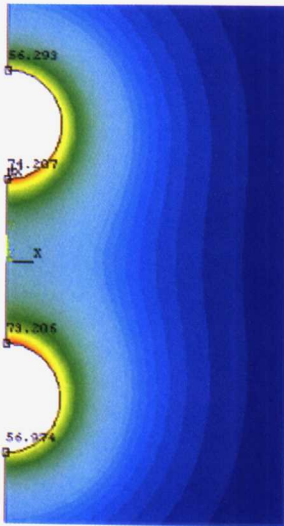
彩图 12



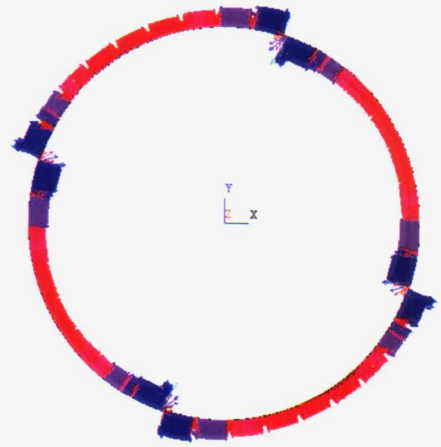
彩图 13



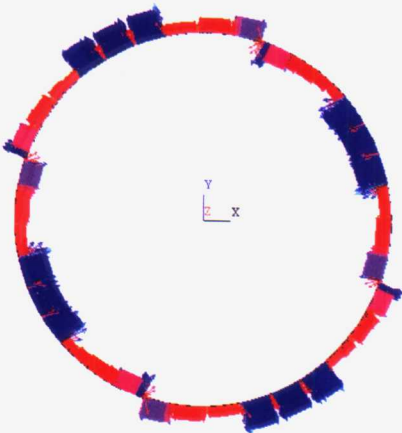
彩图 14



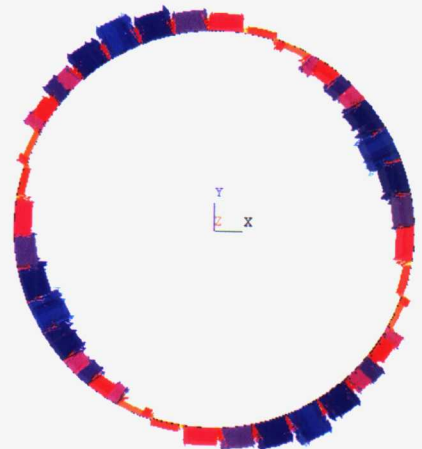
彩图 15



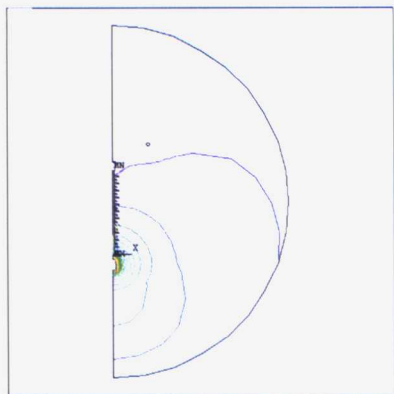
彩图 16



彩图 17

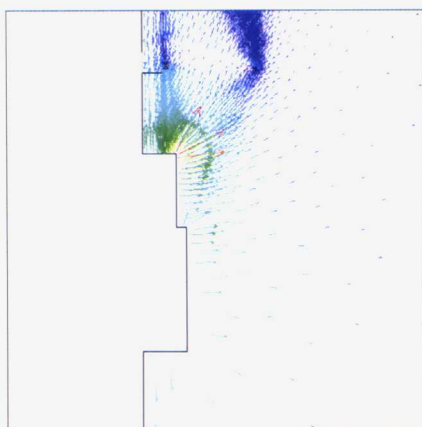


彩图 18



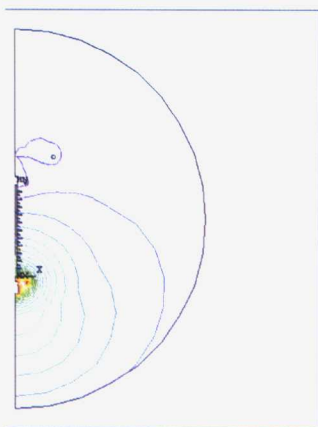
彩图 19

1970  
5935  
9892  
17606  
21763  
29677  
33634  
41547  
45504  
53418  
57375  
65289  
73203  
81117  
89030  
92987  
100901



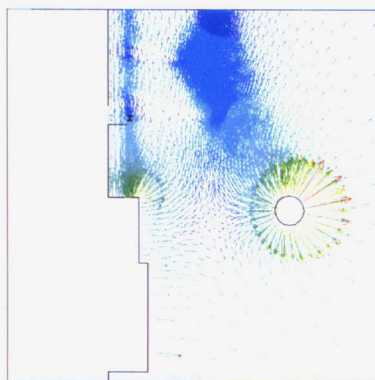
彩图 20

238.673  
160945  
321651  
482357  
643063  
803769  
964475  
-113E+07  
-129E+07  
-145E+07  
-161E+07  
-289E+07  
-305E+07  
-321E+07  
-338E+07  
-354E+07  
-370E+07  
-386E+07  
-402E+07  
-418E+07



彩图 21

1970  
5935  
9892  
17606  
21763  
29677  
33634  
41547  
45504  
53418  
57375  
65289  
73203  
81117  
89030  
92987  
100901



彩图 22

162.102  
83729  
167296  
250853  
324450  
417997  
501564  
585131  
668698  
752265  
835832  
-150E+07  
-159E+07  
-167E+07  
-176E+07  
-184E+07  
-192E+07  
-201E+07  
-209E+07  
-217E+07

<b>第 1 章 矢量分析与场论基础</b> .....	1
1.1 矢量分析公式 .....	1
1.2 场的基本概念和可视化 .....	3
1.3 标量场的方向导数和梯度 .....	8
1.4 矢量场的通量和散度 .....	12
1.5 矢量场的环量和旋度 .....	15
1.6 哈密尔顿算子 .....	20
1.7 常用坐标系中的有关公式 .....	25
<b>第 2 章 静电场的基本原理</b> .....	29
2.1 库仑定律与电场强度 .....	29
2.2 电位与静电场的环路定理 .....	33
2.3 高斯通量定理 .....	39
2.4 电偶极子 .....	42
2.5 导体和电介质 .....	43
2.6 电位移矢量 .....	46
2.7 静电场的基本方程与分界面条件 .....	49
2.8 静电场的边值问题 .....	54
<b>第 3 章 恒定电场的基本原理</b> .....	59
3.1 电流与电流密度 .....	59
3.2 恒定电场的基本方程 .....	61
3.3 导电媒质分界面条件 .....	64
3.4 恒定电流场的边值问题 .....	67
<b>第 4 章 恒定磁场的基本原理</b> .....	69
4.1 安培定律与磁感应强度 .....	69
4.2 矢量磁位与磁通连续性定理 .....	73
4.3 安培环路定理 .....	78

4.4	磁偶极子	81
4.5	磁媒质的磁化	83
4.6	磁场强度	85
4.7	恒定磁场的基本方程与分界面条件	88
4.8	恒定磁场的边值问题	93
<b>第5章</b>	<b>时变电磁场的基本原理</b>	<b>99</b>
5.1	法拉第电磁感应定律	99
5.2	全电流定律	103
5.3	电磁场的基本方程组	105
5.4	动态位	110
5.5	达朗贝尔方程的解	112
5.6	辐射	117
5.7	准静态电磁场的边值问题	120
<b>第6章</b>	<b>镜像法与模拟电荷法</b>	<b>123</b>
6.1	静电场的镜像法	123
6.2	静电场的电轴法	129
6.3	恒定磁场的镜像法	133
6.4	模拟电荷法	138
<b>第7章</b>	<b>有限元法与边界元法</b>	<b>141</b>
7.1	加权余量法	141
7.2	有限元法	143
7.3	边界元法	150
<b>第8章</b>	<b>电磁场的能量和力</b>	<b>158</b>
8.1	静电场的能量	158
8.2	恒定电场的能量	161
8.3	恒定磁场的能量	163
8.4	时变电磁场的能量	165
8.5	电磁力与虚位移法	169
<b>第9章</b>	<b>平面电磁波</b>	<b>173</b>
9.1	理想介质中的均匀平面波	173
9.2	电磁波的极化	178
9.3	导电媒质中的均匀平面波	180
9.4	导体中的涡流集肤效应和电磁屏蔽	187

<b>第 10 章 电路参数的计算原理</b> .....	191
10.1 电容的计算原理 .....	191
10.2 电导与电阻的计算原理 .....	195
10.3 电感的计算原理 .....	200
10.4 交流阻抗参数的计算原理 .....	205
<b>第 11 章 电气工程中的电磁场问题</b> .....	209
11.1 变压器的磁场 .....	209
11.2 电机的磁场 .....	210
11.3 绝缘子的电场 .....	214
11.4 三相架空输电线路工频电磁环境 .....	218
11.5 三相架空输电线电容参数计算 .....	223
11.6 三相架空输电线电感参数计算 .....	228
<b>习题</b> .....	236
<b>部分习题参考答案</b> .....	249
<b>参考文献</b> .....	254

## 本章提示:

矢量分析与场论是用来研究电磁场的重要工具。本章首先在矢量分析部分给出矢量代数运算的有关公式,以及矢量函数的微分与积分的运算规则,然后在场论部分介绍场的基本概念,导出标量场的等值面方程和矢量场的矢量线方程,并介绍源点和场点的基本概念及其相互关系。通过介绍标量函数方向导数的概念,给出梯度的定义,导出直角坐标系中梯度的计算公式;通过介绍矢量函数通量的概念,给出散度的定义,导出直角坐标系中散度的计算公式;通过介绍矢量函数环量和环量面密度的概念,给出旋度的定义,导出直角坐标系中旋度的计算公式。此外,还给出哈密尔顿算子的定义和运算规则,用哈密尔顿算子表示梯度、散度和旋度。最后,给出三种常用坐标系中有关的公式。应重点掌握梯度、散度和旋度的定义、计算公式和运算规则,以及散度定理、斯托克斯定理、格林定理和亥姆霍兹定理。

## 1.1 矢量分析公式

## 1. 矢量代数公式

## (1) 标量、矢量和单位矢量

只有大小,没有空间方向的量称为标量。

不仅具有大小,而且具有空间方向的量称为矢量。

矢量的大小用绝对值表示,叫做矢量的模。

模为 1 的矢量叫做单位矢量,用  $e$  表示。如  $e_x, e_y, e_z$  分别表示与直角坐标系中  $x, y, z$  三个坐标轴同方向的单位矢量。

## (2) 矢量的加减法

设  $\mathbf{A} = A_x e_x + A_y e_y + A_z e_z, \mathbf{B} = B_x e_x + B_y e_y + B_z e_z$ , 则

$$\mathbf{A} \pm \mathbf{B} = (A_x \pm B_x) e_x + (A_y \pm B_y) e_y + (A_z \pm B_z) e_z$$

其几何关系如图 1-1-1 所示。矢量加法满足平行四边形法则。

## (3) 矢量的数乘

$$\lambda \mathbf{A} = \lambda A_x e_x + \lambda A_y e_y + \lambda A_z e_z$$

式中,  $\lambda$  为实数。

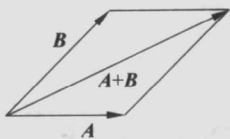


图 1-1-1 二向量之和

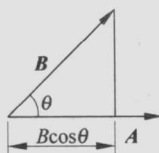


图 1-1-2 二向量点积

## (4) 矢量的点积

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \theta = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

式中,  $\theta$  是矢量  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  之间的夹角,  $B \cos \theta$  是矢量  $\mathbf{B}$  在矢量  $\mathbf{A}$  方向上的投影(如图 1-1-2 所示),  $A \cos \theta$  是矢量  $\mathbf{A}$  在矢量  $\mathbf{B}$  方向上的投影。

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$$

$$\mathbf{C} \cdot (\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \mathbf{C} \cdot \mathbf{A} + \mathbf{C} \cdot \mathbf{B}$$

$$(\lambda \mathbf{A}) \cdot (\mu \mathbf{B}) = \lambda \mu \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$$

式中,  $\lambda, \mu$  为实数。

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}^2 = AA = A^2$$

## (5) 矢量的叉积

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = AB \sin \theta \mathbf{e}_n = (A_y B_z - A_z B_y) \mathbf{e}_x + (A_z B_x - A_x B_z) \mathbf{e}_y + (A_x B_y - A_y B_x) \mathbf{e}_z$$

$$= \begin{vmatrix} \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_y & \mathbf{e}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

式中,  $\mathbf{e}_n$  是与矢量  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{B}$  都垂直的单位矢量,  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  和  $\mathbf{e}_n$  构成右手螺旋关系;  $\theta$  是矢量  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  之间的夹角。图 1-1-3 中灰色平行四边形的面积就是  $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$  的模。  $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$  与  $\mathbf{B} \times \mathbf{A}$  方向相反。

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -(\mathbf{B} \times \mathbf{A})$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{A} = 0$$

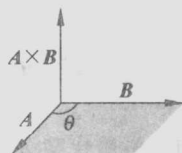


图 1-1-3 二向量叉积

## (6) 矢量的混合积

$$\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B} \cdot (\mathbf{C} \times \mathbf{A}) = \mathbf{C} \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B})$$

$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B} \cdot (\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) - \mathbf{C} \cdot (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$$

## 2. 矢量函数的微分公式

$$(1) \frac{d\mathbf{A}}{dt} = \frac{dA_x}{dt} \mathbf{e}_x + \frac{dA_y}{dt} \mathbf{e}_y + \frac{dA_z}{dt} \mathbf{e}_z$$

$$(2) d\mathbf{A} = dA_x \mathbf{e}_x + dA_y \mathbf{e}_y + dA_z \mathbf{e}_z$$

$$(3) \frac{d\mathbf{C}}{dt} = 0$$

式中,  $\mathbf{C}$  是常矢量。

$$(4) \frac{d}{dt}(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \frac{d\mathbf{A}}{dt} + \frac{d\mathbf{B}}{dt}$$

$$(5) \frac{d}{dt}(k\mathbf{A}) = k \frac{d\mathbf{A}}{dt}$$



式中,  $k$  是常数。

$$(6) \frac{d}{dt}(u\mathbf{A}) = u \frac{d\mathbf{A}}{dt} + \frac{du}{dt}\mathbf{A}$$

$$(7) \frac{d}{dt}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) = \mathbf{A} \cdot \frac{d\mathbf{B}}{dt} + \frac{d\mathbf{A}}{dt} \cdot \mathbf{B}$$

$$(8) \frac{d}{dt}(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{A} \times \frac{d\mathbf{B}}{dt} + \frac{d\mathbf{A}}{dt} \times \mathbf{B}$$

$$(9) \text{ 设 } \mathbf{A} = \mathbf{A}(u), u = u(t), \text{ 则 } \frac{d\mathbf{A}}{dt} = \frac{d\mathbf{A}}{du} \frac{du}{dt}$$

### 3. 矢量函数的积分公式

$$\begin{aligned} (1) \int \mathbf{A}(t) dt &= \left[ \int A_x(t) dt \right] \mathbf{e}_x + \left[ \int A_y(t) dt \right] \mathbf{e}_y + \left[ \int A_z(t) dt \right] \mathbf{e}_z \\ &= B_x(t) \mathbf{e}_x + B_y(t) \mathbf{e}_y + B_z(t) \mathbf{e}_z + C_x \mathbf{e}_x + C_y \mathbf{e}_y + C_z \mathbf{e}_z \end{aligned}$$

式中,  $B_x(t), B_y(t), B_z(t)$  分别是  $A_x(t), A_y(t), A_z(t)$  的原函数;  $C_x, C_y, C_z$  是任意常数。

$$(2) \int \mathbf{A}(t) dt = \mathbf{B}(t) + \mathbf{C}$$

式中,  $\mathbf{B}(t)$  是  $\mathbf{A}(t)$  的原函数;  $\mathbf{C}$  是任意常矢量。

$$(3) \int [\mathbf{A}(t) + \mathbf{B}(t)] dt = \int \mathbf{A}(t) dt + \int \mathbf{B}(t) dt$$

$$(4) \int k\mathbf{A}(t) dt = k \int \mathbf{A}(t) dt$$

式中,  $k$  是常数。

$$(5) \int \mathbf{C} \cdot \mathbf{A}(t) dt = \mathbf{C} \cdot \int \mathbf{A}(t) dt$$

式中,  $\mathbf{C}$  是常矢量。

$$(6) \int \mathbf{C} \times \mathbf{A}(t) dt = \mathbf{C} \times \int \mathbf{A}(t) dt$$

式中,  $\mathbf{C}$  是常矢量。

## 1.2 场的基本概念和可视化

### 1. 场的基本概念

在许多学科领域中,为了考察某些物理量在空间的分布和变化规律,需要引入场的概念。

如果空间中的每一点都对应着某个物理量的一个确定的值,我们就说在这空间里确定了该物理量的场。

场中的每一点都对应着一个物理量——场量的值。场量为标量的场称为标量场,如温度场、能量场、电位场等。场量为矢量的场称为矢量场,如速度场、力场、电场和磁场等。