



新教材

XINJIAOCAI WANQUANJIEDU

完全解读

配北师大版·新课标

与最新教材完全同步
重点难点详尽解读

八年级数学「上」

主 编：岳进峰 王 典
郭志岩

吉林人民出版社

出版说明

《新教材完全解读》系列丛书是一套与现行新教材同步的讲解类辅导书。自2003年出版以来,凭借其“导教、导学、导练、导考”的独特学习体系,得到广大读者的认可。2004年我们在原书的基础上,从内容的精、细、新、全等方面下了一些功夫,并做了重大改进和调整,届时它将以崭新、完美的面貌呈现于读者。

为什么要修订《新教材完全解读》系列丛书?

《新教材完全解读》系列丛书作为讲解类图书,它的特点鲜明,但现在教材改革不断推进,教学观念不断更新,原先较为超前的体例在新问题面前,就出现了许多不完善之处,要打造一个品牌书,我们就要精益求精,基于这一点,我们对《新教材完全解读》进行较大的修改和完善。

《新教材完全解读》在修订中,调整和新设置了哪些栏目?

《新教材完全解读》系列丛书在修订过程中,根据教学的实际需要,按不同年级段对原书栏目进行调整,保留并完善了原书中的本章(单元)视点、新课指南、教材解读、习题选解、章末总结等栏目,增加了课(节)与全章(单元)的练习题及期中(末)测试卷。语文学科,增加了类文赏析、综合性学习·写作·口语交际等栏目;英语学科,增加了重点新词详解、日常用语总结、语法总结、写作技巧、中(高)考与竞赛题分析等栏目;数理化学科,增加了探索与创新题、中(高)考链接等栏目。

《新教材完全解读》在内容上做了哪些修订?

语文学科 强化了类文赏析,旨在提高学生的自读能力、写作能力、审美能力和探究能力,增加了对新课标教材中“结合性学习·写作·口语交际”的解读。

英语学科 在教材解读中突出讲解语言的交际功能,注重句法或句子结构的分析,并增加重点新词详解、日常用语和语法总结、写作技巧及中(高)考与竞赛题分析等内容。

数学、物理、化学及其他学科 在知识讲解和典例剖析中,更加突出知识、规律、思想方法、解题思路与方法的总结,例题的选取更加侧重类型题的特点和全面,并强化了创新题的讲解力度,在课节内新增了中(高)考的内容,使学生在日常的学习中,熟悉、了解中(高)考,培养学生的中(高)考意识和应试能力。

修订后的《新教材完全解读》系列丛书更加突出讲练结合、学考同步的特点,在各章(单元)、每节(课)后全面补充了测试、训练题,强化对学生的学习质量的检测。

修订后的《新教材完全解读》增补了哪些版本? 更适合哪些学生使用?

随着课程改革的推进和新课标教材的推广,为了更加适应全国各地教学及广大师生的需求,新修订的《新教材完全解读》系列丛书增补了初中7~9年级各种新课标版本教材的用书,主要学科有人教版新课标语文、数学、英语、物理、化学、地理、生物、历史、江苏版语文、语文版语文、冀教版英语、华东师大版与北师大版数学等。

修订后的《新教材完全解读》系列丛书涵盖了初、高中教学的全部课程和教学内容,面向全国重点、普通中学的所有学生。通过使用本书,不仅能使中等基础的学生在较短时间内学习能力迅速突破,还可使优秀学生各学科成绩更为均衡,全面发展。

为区别和防止盗版,修订后《新教材完全解读》采取了哪些措施?

本书采用特殊的压纹工艺,将我社社名及梓耕书系标志,在封面、封底上压制而成,凡没有上述特征者均为盗版图书。

由于时间仓促,本书难免有一些不足,请广大师生提出意见与建议,使我们再版时对本书进一步完善。

吉林人民出版社综合室



目 录

第一章	勾股定理	(1)
	1 探索勾股定理	(3)
	2 能得到直角三角形吗	(11)
	3 蚂蚁怎样走最近	(19)
	章末总结	(27)
	强化训练	(30)
第二章	实 数	(33)
	1 数怎么又不够用了	(35)
	2 平方根	(40)
	2 立方根	(48)
	4 公园有多宽	(54)
	5 用计算器开方	(59)
	6 实 数	(63)
	章末总结	(72)
	强化训练	(75)
第三章	图形的平移与旋转	(78)
	1 生活中的平移	(80)
	2 简单的平移作图	(86)
	3 生活中的旋转	(92)
	4 简单的旋转作图	(102)
	5 它们是怎样变过来的	(110)
	6 简单的图案设计	(117)
	章末总结	(125)
	强化训练	(129)
第四章	四边形性质探索	(134)
	1 平行四边形的性质	(135)



	2 平行四边形的判别	(139)
	3 菱形	(143)
	4 矩形、正方形	(148)
	5 梯形	(154)
	6 探索多边形的内角和与外角和	(159)
	7 平面图形的密铺	(162)
	8 中心对称图形	(164)
	章末总结	(165)
	强化训练	(169)
第五章	位置的确定	(173)
	1 确定位置	(174)
	2 平面直角坐标系	(178)
	3 变化的鱼	(182)
	章末总结	(187)
	强化训练	(188)
第六章	一次函数	(190)
	1 函 数	(191)
	2 一次函数	(197)
	3 一次函数的图象	(203)
	4 确定一次函数表达式	(210)
	5 一次函数图象的应用	(215)
	章末总结	(221)
	强化训练	(224)
第七章	二元一次方程组	(227)
	1 谁的包裹多	(228)
	2 解二元一次方程组	(236)
	3 鸡兔同笼	(243)
	4 增收节支	(250)
	5 里程碑上的数	(258)
	6 二元一次方程与一次函数	(265)
	章末总结	(272)
	强化训练	(273)



第八章	数据的代表.....	(278)
	1 平均数	(279)
	2 中位数与众数	(283)
	3 利用计算器求平均数	(289)
	章末总结	(295)
	强化训练	(298)
期中测试		(301)
期末测试		(306)



第一章

勾股定理

一、本章内容分析

1. 勾股定理是几何学中最重要定理之一,它揭示了直角三角形三边之间的数量关系,它把三角形有一个直角的“形”的特点转化为三边的“数”的关系,它是数形结合的典范.它是直角三角形的重要性质之一,也是今后学习解直角三角形的依据之一,在日常生活中应用广泛,在其他学科中也被广泛应用.

2. 本章首先探索勾股定理,即定理的提出、验证、应用,然后给出勾股定理的逆定理及其应用,最后是这两个定理的实际应用,这些内容既相互独立,又有必然的联系,由直角三角形得到三边的关系,这是勾股定理;由三边的关系得到直角三角形,这是勾股定理的逆定理.应注意区分,并掌握它们的实际应用.

3. 本章的重点是勾股定理、勾股定理的逆定理及它们的应用.难点是勾股定理的验证.勾股定理的验证方法有多种:其一,可拼图验证勾股定理;其二,可通过构造图形,利用面积相等来验证.学好本章的关键是掌握这两个定理,弄清斜边、直角边,能找出直角三角形或构造直角三角形.

二、学法指导

在学习本章内容的过程中,主要是勾股定理及其逆

本

章

视

点



定理的应用,要加以区别.

(1)直接法:直接运用定理计算或验证.

(2)转化的思想方法:将复杂的问题转化为简单的问题,将陌生的问题转化为熟悉的问题.

(3)构造图形法:通过画垂线、构造直角三角形达到解题的目的.

(4)图形分解法:将复杂图形分解成几个简单的基本图形,从而使问题得到简化.

(5)学习中应注重获得知识的过程,通过亲身经历、发现规律、增强记忆、循序渐进,逐步增强推理能力,并反复训练,达到灵活运用之目的.

(6)理论与实践相结合,深入生活,仔细体验,认真观察、思考,并善于总结经验.

(7)数形结合的思想方法:把问题中有关数的关系转化为图形的关系来解决.

(8)方程的思想方法:通过列方程解决问题.



1 探索勾股定理

新课指南

1. 经历探索勾股定理及验证勾股定理的过程,掌握勾股定理,并能运用它解简单的计算题和实际问题;了解运用数形结合解决数学问题的重要性,进一步提高分析问题、解决问题的能力.
2. 经历探索、发现、猜想、验证等数学活动的过程,获得解决问题的经验,学会与他人合作交流,从交流中获益.
3. 体验探索,体验成功,增强自信心,并认识到数学与人类生活息息相关,从而更加热爱生活.
4. 重点是勾股定理及其应用;难点是勾股定理的验证.
5. 在本节知识的学习与运用中,体现了数形结合的思想方法、构造图形法及转化的思想方法.

教材解读

精华要义

相关链接

1. 在直角三角形中,如果有一个锐角等于 30° ,那么它所对的直角边等于斜边的一半.
2. 在直角三角形中,夹直角的两边叫做直角边,直角的对边叫做斜边.
3. 完全平方公式: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$,
平方差公式: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.

知识详解

知识点1 有关勾股定理的历史

古时候,把直角三角形中较短的直角边叫勾,较长的直角边叫股,斜边叫弦,因此有勾3、股4、弦5之说,其实,公元前一千多年前,周朝数学家商高对周公说:“故折矩,勾广三,股修四,径隅五.”意思是说:在直角三角形中,如果勾为3,股为4,那么弦必为5.这足以说明我国是最早了解勾股定理的国家之一.勾股定理也叫毕达哥拉斯定理.



知识点 2 勾股定理

如图 1-1 所示,在正方形网格中有一个直角三角形和三个分别以它的三边为边的正方形,通过观察、探索,发现正方形面积之间存在这样的关系:即 C 的面积 $= B$ 的面积 $+ A$ 的面积.现将面积问题转化为直角三角形边的问题,于是得到直角三角形三边之间的重要关系,即勾股定理.

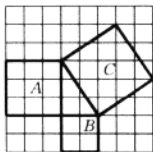


图 1-1

勾股定理:如果直角三角形两直角边分别为 a, b ,斜边为 c ,那么 $a^2 + b^2 = c^2$,即直角三角形两直角边的平方和等于斜边的平方.

【说明】勾股定理只有在直角三角形中才适用,如果不是直角三角形,那么三条边之间就没有这种关系了.

知识点 3 利用勾股定理的变式进行计算

由 $a^2 + b^2 = c^2$,可推导出如下变式:

(1) $a^2 = c^2 - b^2$, (2) $b^2 = c^2 - a^2$, (3) $a = \sqrt{c^2 - b^2}$, (4) $b = \sqrt{c^2 - a^2}$, (5) $c = \sqrt{a^2 + b^2}$. (平方根将在下一章学到)

【说明】上述几个公式用哪一个,取决于已知条件给了哪些边,求哪条边,要判断准确.

典例剖析

经典例题

基础知识应用题

本节有关的基础知识有:(1)已知直角三角形的两边,求第三边.(2)利用勾股定理证明带有平方关系的问题,有时需构造直角三角形,以便利用勾股定理.(3)利用勾股定理解决简单的实际应用题.

例 1 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$.

(1)若 $a = 8, b = 6$,求 c ;

(2)若 $c = 20, b = 12$,求 a .

解:在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\therefore a^2 + b^2 = c^2$.

$$(1) \because a^2 + b^2 = c^2,$$

$$\therefore c^2 = a^2 + b^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100, \therefore c = 10.$$

$$(2) \because a^2 + b^2 = c^2,$$

$$\therefore a^2 = c^2 - b^2 = 20^2 - 12^2 = 400 - 144 = 256, \therefore a = 16.$$

小结 已知直角三角形的两边,求第三边,关键是弄清已知什么边,求什么边,用平方和还是用平方差.



例 2 如图 1-2 所示,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, AM 是中线, $MN \perp AB$, 垂足为 N . 试说明 $AN^2 - BN^2 = AC^2$.

〔分析〕 线段 AN, BN, AC 不构成直角三角形, 所以不能直接得到, 故考虑转化, 由于 $AC^2 = AM^2 - MC^2$, 而 $MC = MB$, 故只需说明 $AN^2 - BN^2 = AM^2 - MB^2$ 即可.

解: $\because MN \perp AB$,

$$\therefore AN^2 + MN^2 = AM^2, BN^2 + MN^2 = MB^2.$$

$$\therefore AN^2 - BN^2 = AM^2 - MB^2.$$

$\because AM$ 是中线, $\therefore MB = MC$,

在 $\text{Rt}\triangle AMC$ 中, $AM^2 - MC^2 = AC^2$,

$$\therefore AN^2 - BN^2 = AM^2 - MB^2 = AM^2 - MC^2 = AC^2.$$

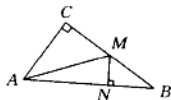


图 1-2

小结 此题是带有平方的问题, 主要思路是找出直角三角形, 利用勾股定理进行转化. 若没有直角三角形, 可通过作垂线, 构造直角三角形.

同类变式 如图 1-3 所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$.

(1) 试说明 $AB^2 - AC^2 = BD^2 - DC^2$;

(2) 试说明 $AB^2 + DC^2 = BD^2 + AC^2$.

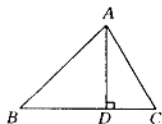


图 1-3

例 3 如图 1-4 所示, 一旗杆在离地面 5 m 处断裂, 旗杆顶部落在离底部 12 m 处, 问旗杆折断前有多高?

〔分析〕 旗杆垂直地面, 所以 $\triangle ABC$ 是直角三角形, 根据勾股定理, 可得 $AC^2 + BC^2 = AB^2$.

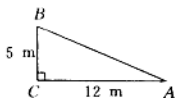


图 1-4

解: $\because AC = 12 \text{ m}, BC = 5 \text{ m}, AC^2 + BC^2 = AB^2$,

$$\therefore AB^2 = AC^2 + BC^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169.$$

$$\therefore AB = 13(\text{m}).$$

$\therefore$ 旗杆折断前的高度为 $AB + BC = 13 + 5 = 18(\text{m})$.

小结 解此类应用题的关键是: 能根据题意, 画出符合条件的直角三角形, 再利用勾股定理求解.

例 4 有一根 70 cm 长的木棒, 要放在长、宽、高分别是 50 cm, 30 cm, 40 cm 的木箱中, 能放进去吗?

〔分析〕 由于木棒长为 70 cm, 远大于各面的边长, 而且比每个面的对角线还要长, 故按各面的大小都放不进去, 但要注意木箱的形状是立体图形, 可以利用空间的最大长度.

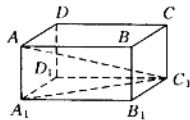


图 1-5

解: 能放进去.

如图 1-5 所示, 连接 A_1C_1, AC_1 ,



在 $Rt\triangle A_1B_1C_1$ 中,

$$A_1C_1^2 = A_1B_1^2 + B_1C_1^2 = 50^2 + 30^2 = 3400.$$

在 $Rt\triangle AA_1C_1$ 中,

$$AC_1^2 = AA_1^2 + A_1C_1^2 = 40^2 + 3400 = 5000,$$

$$\because 5000 > 70^2, \therefore AC_1 > 70 \text{ cm}.$$

$\therefore 70 \text{ cm}$ 长的木棒能放入这只木箱中.

小结 解决此题的关键在于明确 AC_1 即为木箱所能容纳的最大长度, 这里充分利用了木箱各相邻边的垂直关系, 创造了连续运用勾股定理的条件, 同时还能培养学生的空间想像力.

同类变式 将一根木棒放在长、宽、高分别为 50 cm , 40 cm , 30 cm 的木箱中, 则这根木棒最长应为多少? (精确到 1 cm)

例 5 如图 1-6 所示, 在高 3 米 、斜坡长 5 米 的楼梯表面铺地毯, 则地毯的长度至少需要多少米?

〔分析〕 从表面上看, 每个台阶水平和竖直的长度都求不出来, 但仔细观察发现, 楼梯水平方向的长度和为 AC , 铅垂方向的长度和为 BC , 要求地毯的长度, 只需利用勾股定理先求出 AC , 再求 $AC+BC$ 即可.

解: 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $AC^2 + BC^2 = AB^2$,

$$\therefore AC^2 = AB^2 - BC^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16,$$

$$\therefore AC = 4(\text{米}).$$

$$\therefore \text{地毯的长度为 } AC + BC = 4 + 3 = 7 \text{ 米}.$$

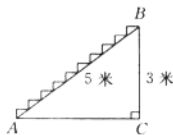


图 1-6

综合应用题

本节知识的综合应用包括: (1) 与含 30° 角的直角三角形的性质的综合应用. (2) 与方程知识的综合应用. (3) 与等腰三角形的性质的综合应用. (4) 与轴对称知识及其他学科的综合应用.

例 6 如图 1-7 所示, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle A = 60^\circ$, $AB = 15 \text{ cm}$, $AC = 24 \text{ cm}$, 求 BC 的长.

〔分析〕 本题中没有直角三角形, 可作垂线构造直角三角形, 考虑 $\angle A = 60^\circ$, 故作 AB 边上的高或 AC 边上的高, 运用含 30° 角的直角三角形的性质及勾股定理进行求解.

解: 过 C 点作 $CD \perp AB$, 垂足为 D ,

$$\text{则 } \angle ACD = 90^\circ - \angle A = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ.$$

$$\therefore AD = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times 24 = 12(\text{cm}).$$

$$\therefore BD = AB - AD = 3 \text{ cm}.$$

$$\text{在 } Rt\triangle ADC \text{ 中, } CD^2 = AC^2 - AD^2 = 24^2 - 12^2 = 432.$$

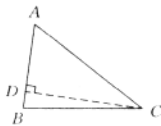


图 1-7



在 $\text{Rt}\triangle DBC$ 中, $BC^2 = DB^2 + CD^2 = 3^2 + 432 = 441$.

$\therefore BC = 21(\text{cm})$.

例 7 如图 1-8 所示, A, B 两点都与平面镜相距 4 米, 且 A, B 两点相距 6 米, 一束光由 A 点射向平面镜, 反射之后恰好经过 B 点, 求 B 点与入射点的距离.

〔分析〕 此题的关键是找出入射点 O , 利用光的反射知识及轴对称知识, 可找到入射点 O , 再运用勾股定理进行求解.

解: 作出 B 点关于 CD 的对称点 B' ,

连接 AB' , 交 CD 于 O 点, 则 O 点就是光的入射点.

连接 OB .

$\because AC = BD, \angle ACO = \angle BDO = 90^\circ, \angle AOC = \angle BOD$.

$\therefore \triangle AOC \cong \triangle BOD$,

$\therefore OC = OD = \frac{1}{2}AB = 3$ 米.

在 $\text{Rt}\triangle ODB$ 中, $OD^2 + BD^2 = OB^2$,

$\therefore OB^2 = 3^2 + 4^2 = 25, \therefore OB = 5(\text{米})$.

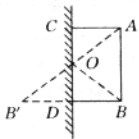


图 1-8

小结 勾股定理在日常生活中应用广泛, 涉及许多知识, 必须融会贯通, 灵活运用.

探索与创新题

例 8 3, 4, 5 既是三个连续的自然数, 又可以作为直角三角形的三边长, 试问除此之外, 还有没有三边长为三个连续自然数的直角三角形呢?

〔分析〕 我们可以假设有这样的直角三角形, 这样就可以利用勾股定理列出关系式.

解: 假设存在三边长为三个连续自然数的直角三角形,

三边长分别为 $m-1, m, m+1$ (m 是大于 1 的整数),

根据勾股定理, 得 $(m-1)^2 + m^2 = (m+1)^2$,

整理得 $m^2 - 4m = 0$, 即 $m(m-4) = 0$.

只有当 $m=0$, 或 $m=4$ 时, 上式才成立,

但当 $m=0$ 时, 三边长不是自然数, 故舍去,

当 $m=4$ 时, 三角形的三边长恰为 3, 4, 5.

可见, 除了三边长为 3, 4, 5 的直角三角形之外, 不存在三边长为三个连续自然数的直角三角形.

小结 对于存在性探索题, 先假设所研究的对象存在, 看是否能推出矛盾, 这是解这类题目比较普遍的方法.

同类变式 是否存在三边长为三个连续偶数的直角三角形? 若存在, 有几种; 若不存在, 说明理由.



例 9 如图 1-9 所示,公路 MN 和公路 PQ 在点 P 处交汇,且 $\angle QPN=30^\circ$,点 A 处有一所中学, $AP=160$ 米,假设一拖拉机在公路 MN 上沿 PN 方向行驶,周围 100 米以内会受到噪声的影响,那么学校是否会受到噪声的影响?说明理由.若受影响,已知拖拉机的速度为 18 千米/时,则学校受影响的时间有多长?

〔分析〕 学校 A 到公路 MN 的距离 $AB=\frac{1}{2}PA=80$ 米,因为 $80<100$,所以学校会受到噪声的影响,要求受影响的时间,就需求出受影响时拖拉机行驶的路程,因此,在 MN 上找到两点 C, D ,使 $AC=AD=100$ 米,那么 C, D 间的距离就是受影响时拖拉机行驶的路程,由勾股定理即可求出 C, D 间的距离.

解: 过 A 点作 $AB \perp MN$ 于 B ,

$$\text{则 } AB = \frac{1}{2}PA = 80 \text{ 米,}$$

$$\because 80 < 100,$$

$\therefore$ 学校会受到噪声的影响.

在 MN 上找到两点 C, D ,使 $AC=AD=100$ 米,

这说明拖拉机在公路 MN 上沿 PN 方向行驶到点 C 处时,学校开始受到噪声的影响,当行驶到点 D 处时,学校开始脱离噪声的影响,

由勾股定理,得 $BC^2 = AC^2 - AB^2$, $\therefore BC = 60$ 米.

$$BD^2 = AD^2 - AB^2, \therefore BD = 60 \text{ 米.}$$

$$\therefore CD = BC + BD = 60 + 60 = 120 \text{ (米).}$$

$$\therefore \text{学校受噪声影响的时间为 } 120 \div 18 \div 1000 = \frac{1}{150} \text{ 时} = 24 \text{ 秒.}$$

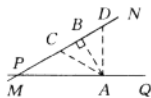


图 1-9

小结 解几何应用题的关键是将实际问题转化为几何问题,利用数形结合进行求解.

易错与疑难题

本节知识的理解与应用常出现的错误有:(1)审题不仔细,凭经验出发,忽略所求是直角边还是斜边.(2)考虑问题不全面,造成丢解.

例 10 已知直角三角形的两边分别为 3 和 4,求斜边.

错解: 直角三角形的两直角边为 3 和 4,由勾股定理得斜边为 5.

〔分析〕 凭经验出发,审题不仔细,认为 3,4 是直角三角形的直角边,则斜边必然是 5.忽略了题目中 3 和 4 是任意两边,因为 $4 > 3$,所以 4 也可以作为直角三角形的斜边.

正解: 当 3 和 4 为直角边时,斜边为 5;

当 3 为直角边,4 为斜边时,第三边也可求,故斜边为 4.

小结 利用勾股定理解题一定要找准斜边、直角边,直角边和斜边分不清是常犯的错误,值得重视.



中考链接

点击中考

中考命题总结与展望

本节知识在近年各地的中考中是热门问题,题型多样,填空题、选择题、解答题、综合题均有.随着课程改革的不断深入,一些探索性问题、分类讨论题等创新试题已作为中考命题,因此,平时应重视总结这类题的解题思路及解题技巧,达到灵活运用目的.

经典中考试题分析

例 1 (2002·广州)在半径为 27 m 的圆形广场中央点 O 的上空安装了一个照明光源 S , S 射向地面的光束呈圆锥形,其轴截面 SAB 的顶角为 120° ,如图 1-10 所示,求光源离地面的垂直高度 SO . (精确到 0.1 m, $1.414^2 \approx 2$, $1.732^2 \approx 3$, $2.236^2 \approx 5$)

〔分析〕 $\triangle SAB$ 是等腰三角形,且顶角 $\angle ASB = 120^\circ$,底角 $\angle SAO = 30^\circ$. 在 $\text{Rt}\triangle SAO$ 中, $SO = \frac{1}{2}AS$, $AO = 27$ m, 由勾股定理得 $AS^2 = SO^2 + AO^2$, 列方程, 求出 SO 即可.

解: 在 $\triangle SAB$ 中, $SA = SB$, $\angle ASB = 120^\circ$.

$$\therefore \angle SAB = 30^\circ, \therefore SO = \frac{1}{2}AS, \therefore AS = 2SO.$$

$\because SO \perp AB, \therefore O$ 为 AB 的中点, $\therefore OA = 27$ m.

在 $\text{Rt}\triangle SAO$ 中, $AS^2 = SO^2 + OA^2$,

$$\therefore (2SO)^2 = SO^2 + 27^2.$$

$$\therefore SO^2 = 243 = 81 \times 3 \approx 9^2 \times 1.732^2 = (9 \times 1.732)^2 = 15.588^2.$$

$$\therefore SO \approx 15.6(\text{m}). \therefore \text{光源离地面的垂直高度 } SO \text{ 约为 } 15.6 \text{ m}.$$

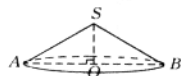


图 1-10

小结 此题用解直角三角形的知识来解较为简单,而这里利用勾股定理,通过列方程来解也是一种有效的方法.

例 2 (2003·吉林)如图 1-11 所示,所有的四边形都是正方形,所有的三角形都是直角三角形,其中最大的正方形的边长为 7 cm,则正方形 A, B, C, D 的面积的和是 _____ cm^2 .

〔分析〕 把面积问题转化为正方形边长的问题,由勾股定理可推导出正方形 A, B 面积的和为正方形 E 的面积,正方形 C, D 面积的和为正方形 F 的面积,所以正方形 A, B, C, D 面积的和就是边长为 7 cm 的正方形的面积,即 49 cm^2 .

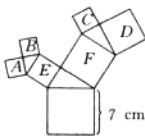


图 1-11



例 3 如图 1-12 所示,有两棵树,一棵高 8 米,另一棵高 2 米,两树相距 8 米,一只小鸟从一棵树的树梢飞到另一棵树的树梢,至少飞了_____米.

[分析] 通过作垂线构造直角三角形,求斜边.

答案:10

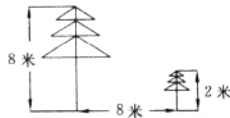


图 1-12

课堂小结

本节归纳

1. 本节主要学习了勾股定理及其应用,解题的关键是找出直角三角形或构造直角三角形,把实际问题转化为直角三角形的问题,体会数形结合的思想方法.
2. 在学习过程中,要善于发现规律、总结经验、灵活运用.

习题选解

课本习题

课本第 6~9 页

习题 1.1

1. 正方形 A 的面积是 625,正方形 B 的面积是 144. 3. 24 米 4. 60 平方厘米

习题 1.2

1. 64 厘米² 2. 8 米

随堂练习

知识巩固

1. 如图 1-13 所示,有一块直角三角形纸片,两直角边 $AB=6$, $BC=8$,将 $\triangle ABC$ 折叠,使 AB 落在斜边 AC 上,折痕为 AD ,则 BD 的长为 ()
A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
2. 如图 1-14 所示,已知半圆 A 的面积是 3,半圆 B 的面积是 4,则半圆 C 的面积是_____.

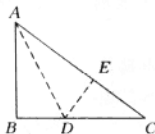


图 1-13

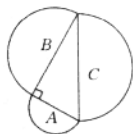


图 1-14

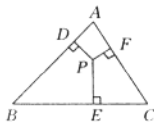


图 1-15

3. 若直角三角形的斜边长为 25 cm,一条直角边长为 20 cm,则它的面积为_____ cm²,斜边上的高为_____ cm.
4. 若直角三角形的两直角边长分别为 8,15,则它的周长为_____.
5. 如图 1-15 所示,点 P 是 $\triangle ABC$ 内任意一点, $PD \perp AB$ 于 D, $PE \perp BC$ 于 E, $PF \perp$



AC 于 F, 则 $AD^2 + BE^2 + CF^2$ 是否与 $AF^2 + BD^2 + CE^2$ 相等? 简述你的理由.

6. 一艘轮船以 16 海里/时的速度离开港口向东南方向航行, 另一艘轮船在同时同地以 12 海里/时的速度向西南方向航行, 则一个半小时后两船相距多远?

😊 随堂练习答案与提示 😊

1. A [提示: $\because \angle B = 90^\circ, AB = 6, BC = 8, \therefore AC^2 = AB^2 + BC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100, \therefore AC = 10. \because \triangle ABD \cong \triangle AED, \therefore BD = DE, \angle AED = \angle B = 90^\circ, AB = AE = 6,$ 设 $BD = DE = x$, 则 $DC = BC - BD = 8 - x, EC = AC - AE = 10 - 6 = 4.$ 在 $\text{Rt}\triangle DEC$ 中, $DE^2 + EC^2 = DC^2, \therefore x^2 + 4^2 = (8 - x)^2, \therefore x = 3.$] 2. 7 3. 150 12 [提示: 利用面积求斜边上的高.] 4. 40 [提示: 利用勾股定理求出斜边的长.] 5. 解: 相等. 连接 AP, BP, CP . 由勾股定理得 $AD^2 = AP^2 - PD^2, BE^2 = BP^2 - PE^2, CF^2 = CP^2 - PF^2, \therefore AD^2 + BE^2 + CF^2 = AP^2 - PD^2 + BP^2 - PE^2 + CP^2 - PF^2 = AP^2 - PF^2 + BP^2 - PD^2 + CP^2 - PE^2$, 而 $AP^2 - PF^2 = AF^2, BP^2 - PD^2 = BD^2, CP^2 - PE^2 = CE^2, \therefore AD^2 + BE^2 + CF^2 = (AP^2 - PF^2) + (BP^2 - PD^2) + (CP^2 - PE^2) = AF^2 + BD^2 + CE^2.$ 6. 解: 如图 1-16 所示, 东南方向即南偏东 45° , 西南方向即南偏西 45° , 故两艘轮船航行的方向 OA, OB 成直角, $OA = 16 \times 1.5 = 24$ (海里), $OB = 12 \times 1.5 = 18$ (海里). 连接 AB , 在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, 由勾股定理得 $AB^2 = OA^2 + OB^2 = 24^2 + 18^2 = 900, \therefore AB = 30$ (海里). 答: 一个半小时后两船相距 30 海里.

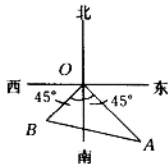


图 1-16

2 能得到直角三角形吗

新课指南

1. 通过探索, 得到勾股定理的逆定理, 掌握逆定理及其应用, 注意勾股定理及其逆定理的区别与联系, 了解勾股数.
2. 通过勾股定理及其逆定理的应用, 体会数学来源于生活, 又服务于生活.
3. 勾股定理的逆定理及其应用既是重点也是难点.
4. 勾股定理是已知直角三角形, 得到三边的关系, 是直角三角形的性质, 而逆定理是由三角形三边的关系, 判断一个三角形是否为直角三角形, 这是直角三角形的判定. 勾股定理及其逆定理体现了数形结合的思想方法和转化的思想方法, 将复杂的问题简单化.